



ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Оквир за развој и вредновање математичке писмености

2026.

Аутори:

Проф. др Зорана Лужанин, Природно-математички факултет, Универзитет у Новом Саду

Проф. др Александар Липковски, Математичи факултет, Универзитет у Београду
др Ђорђе Баралић, Математички институт САНУ

Проф. др Слађана Димитријевић, Природно-математички факултет, Универзитет у Крагујевцу

Проф. др Небојша Икодиновић, Математичи факултет, Универзитет у Београду

Проф. др Радослав Божић, Учитељски факултет, Универзитет Едуконс, Сремска Каменица, Нови Сад

Садржај

1. Увод	3
Појмовник	4
2. Зашто је математичка писменост важна	4
2.1. Математичка писменост у међународним истраживањима	6
2.2. Шта показују међународна и национална истраживања у Србији.....	7
3. Математичка писменост – појам и основна обележја	9
4 . Оквир математичке писмености заснован на специфичним предметним компетенцијама (ШТА–КАКО–ЗАШТО)	10
4.1. Димензија ШТА – математичка знања и концепти	11
4.2. Димензија КАКО – математичко мишљење, начини рада и учења.....	11
4.3. Димензија ЗАШТО – сврха и примена математике.....	12
5. Развој математичке писмености током школовања	13
5.1. Развој математичке писмености у млађим разредима основне школе	13
5.2. Развој математичке писмености у старијим разредима основне школе	14
5.3. Развој математичке писмености у средњој школи	14
5.4. Континуитет развоја математичке писмености	14
6. Смернице за наставу усмерену ка развоју математичке писмености	15
6.1. Развијање концептуалног разумевања	15
6.2. Развијање математичког мишљења	15
6.3. Повезивање математике са контекстом.....	16
6.4. Активно учешће ученика у процесу учења	17
6.5. Коришћење дигиталних технологија.....	18
6.6. Развијање позитивног односа према математици	19
6.7. Уважавање различитости ученика.....	19
7. Смернице за вредновање математичке писмености	20
7.1. Формативно и сумативно вредновање	20
7.2. Вредновање различитих аспеката математичке писмености.....	21

7.3. Планирање вредновања у складу са циљевима учења	21
7.4. Разноврсни облици вредновања.....	22
7.5. Самовредновање и рефлексija ученика	22
7.6. Коришћење резултата вредновања	22
8. Улога наставника у развоју математичке писмености	23
8.1 Наставник као организатор наставе и учења.....	23
8.2 Наставник као посредник између математике и ученика	23
8.3 Наставник као водич у развоју математичког мишљења	24
8.4 Наставник као професионалац који се развија	24
8.5 Наставник као узор у односу према математици	24
9. Улога школе и заједнице у развоју математичке писмености.....	25
9.1 Улога школе.....	25
9.2 Улога породице	25
9.3 Улога локалне и шире заједнице	25
9.4 Заједничка одговорност за развој математичке писмености	26
10. Препоруке за имплементацију и даљи развој математичке писмености	26
10.1 Развој наставних и дидактичких материјала	26
10.2 Професионална подршка наставницима	26
10.3 Развој професионалне заједнице наставника математике	27
10.4 Подршка истраживањима математичког образовања	27
10.5 Праћење развоја дигиталних технологија и вештачке интелигенције.....	27
10.6 Развијање културе математичке писмености	27
10.7 Даља разрада и примена Оквира.....	28
Литература	29
Корисни ресурси за наставнике математике	31

1. Увод

Математика је један од основних начина на који човек описује и разуме свет око себе, али и језик којим о њему комуницира са другима. Она је истовремено научна дисциплина, средство за проучавање појава у другим областима, важан алат за решавање проблема у свакодневном животу и део културног и интелектуалног наслеђа човечанства. Као школски предмет, математика има посебну улогу у развоју начина мишљења, разумевању света и припреми ученика за активно учешће у савременом друштву.

У савременом друштву људи се свакодневно сусрећу са бројевима, процентима, графиконима, проценама, прогнозама, статистичким подацима и различитим облицима дигиталних информација. Због тога није довољно да у настави математике овладају само појединачним процедурама. Потребно је да разумеју математичке појмове, повезују знања, користе различите начине мишљења, критички тумаче податке и примењују математику у различитим животним, образовним и професионалним ситуацијама.

Ова способност да се математичка знања и начини мишљења користе за разумевање света, решавање проблема и доношење одговорних одлука у овом документу означава се појмом математичке писмености. Њено значење, основна обележја и однос према стандардима образовних постигнућа детаљније су размотрени у трећем поглављу, где су приказана и различита тумачења овог појма у стручној литератури.

Овај документ полази од нових стандарда образовних постигнућа за математику и њихове структуре засноване на три специфичне предметне компетенције: математичким знањима и концептима (ШТА), математичким мишљењем, начинима рада и учења (КАКО) и разумевању сврхе и примене математике (ЗАШТО). Циљ документа је да покаже како се ове компетенције развијају и остварују кроз наставу, учење и вредновање, доприносећи систематском развоју математичке писмености ученика.

Документ одговара на неколико кључних питања: шта је математичка писменост и зашто је важна; како је повезана са стандардима образовних постигнућа; како се развија током школовања; како се подучава; како се вреднује; ко учествује у њеном развоју; и какво школско и друштвено окружење подржава њен развој.

Документ не нуди готове рецепте за наставу, већ оквир и смернице које наставницима могу помоћи да повежу исходе учења, наставне активности, задатке и вредновање са развојем математичке писмености.

Овај документ треба посматрати као основу за даљи стручни рад, развој наставних материјала, размену примера добре праксе и сарадњу наставника, школа, стручних друштава и истраживачке заједнице. Његова сврха није да замени наставне програме и стандарде, већ да подржи њихово тумачење и примену у наставној пракси и помогне да се они јасније повежу са учионицом, учењем и потребама ученика у савременом друштву.

Појмовник

У циљу једнозначног тумачења појединих термина који се користе у овом документу, у наставку су дате њихове радне дефиниције. Оне су прилагођене потребама овог документа и не представљају нужно општеприхваћене дефиниције наведених појмова.

Појам	Опис
Математичка писменост	– способност појединца да користи математичка знања, математичко мишљење и разумевање сврхе и примене математике за решавање проблема, доношење одлука и деловање у различитим животним ситуацијама.
Математичке компетенције	– интегрисани скуп знања, вештина, начина мишљења, ставова и способности који омогућавају коришћење математике у учењу, решавању проблема и различитим животним ситуацијама.
Математичка знања	– усвојени математички појмови, њихова својства, тврђења, процедуре и алгоритми који представљају садржајну основу за развој математичког мишљења и математичке писмености.
Математичко мишљење	– начин размишљања који обухвата анализу, синтезу, генерализацију, апстракцију, аналогију, уочавање правилности, повезивање математичких идеја и односа, као и индуктивно и дедуктивно закључивање.
Математичко моделовање	– превођење реалног проблема у математички модел, анализа и интерпретација добијених резултата у почетном контексту.
Математичка комуникација	– јасно и прецизно изражавање математичких идеја коришћењем математичког језика, симбола, графичких приказа и образложења.
Самовредновање	– процена сопственог разумевања, поступака и сигурности у исправност решења, са циљем унапређивања сопственог учења.

2. Зашто је математичка писменост важна

Савремено друштво карактеришу брзе технолошке промене, велика доступност информација и све већа количина података који утичу на свакодневни живот појединаца и функционисање заједнице. Грађани су свакодневно изложени статистичким подацима, графичким приказима, процентима, проценама ризика и прогнозама које се односе на

здравље, финансије, животну средину, саобраћај, образовање и друге области од јавног значаја. У таквим околностима више није довољно познавати основне математичке процедуре и алгоритме. Неопходно је разумети значење података, критички процењивати информације, препознавати погрешне закључке и доносити одлуке засноване на аргументима и доказима, као и јасно, прецизно и логички утемељено саопштавати и образлагати сопствене ставове и закључке.

Развој дигиталних технологија додатно је повећао значај математичке писмености. Савремени дигитални системи, од претраживача и друштвених мрежа до система вештачке интелигенције, заснивају се на математичким моделима и анализи великих количина података. Разумевање начина на који се подаци прикупљају, обрађују и интерпретирају постаје важан предуслов за одговорно коришћење технологије и активно учешће у савременом друштву.

Математичка писменост не подразумева само примену математичких знања, већ и развијено математичко мишљење, које омогућава логично закључивање, аргументовање, уочавање образаца, доказивање и решавање проблема у различитим контекстима.

Математичка писменост има значајну улогу и у доношењу одлука. Појединци свакодневно доносе одлуке које захтевају процену количина, поређење различитих могућности, процену ризика, избор најпримеренијег решења и образложење донетих одлука. Такве ситуације јављају се приликом управљања личним финансијама, процене здравствених ризика, разумевања еколошких проблема, коришћења дигиталних услуга и учешћа у друштвеном животу. Због тога математичка писменост представља важан предуслов за одговорно и информисано доношење одлука.

Савремено разумевање математичке писмености обликовали су и међународни оквири вредновања ученичких постигнућа. Они наглашавају развој различитих облика математичког мишљења, као што су логичко и дедуктивно закључивање, уочавање и повезивање образаца и односа, аргументовање, моделирање и решавање проблема, као и способност примене математичких знања у различитим контекстима. Поред тога, све већи значај имају тумачење података, статистичко закључивање, разумевање неизвесности и процена ризика.

Међународна истраживања математичких постигнућа указују да се савремено разумевање математичке писмености не ограничава на традиционалне школске садржаје и рутинску примену алгоритама. Поред алгебарских и геометријских знања, оно обухвата развој математичког мишљења, логичког и дедуктивног закључивања, аргументовања, доказивања, моделирања, решавања проблема и примене математике у различитим контекстима. Управо су ове компетенције неопходне за сналажење у савременом друштву заснованом на знању, подацима и технологији.

Због тога су у новим стандардима образовних постигнућа додатно наглашени развој математичког мишљења, аргументовања, моделирања, критичког тумачења информација и примене математике у различитим контекстима. Истовремено, значајније су заступљене и области које се односе на обраду података, вероватноћу и статистику, у складу са потребама савременог друштва.

У наставку су приказани одабрани резултати међународних и националних истраживања који указују на значај математичке писмености и на потребу њеног систематског развијања током основног и средњег образовања.

2.1. Математичка писменост у међународним истраживањима

Значај математичке писмености препознат је у бројним међународним истраживањима образовних постигнућа. Међу њима важно место заузимају TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) и PISA (Programme for International Student Assessment), који већ деценијама представљају важне изворе информација о томе шта ученици знају, како користе математичка знања и у којој мери су оспособљени да их примењују у различитим ситуацијама.

Иако се ова истраживања разликују по циљевима и методологији, заједничка им је тежња да математичка постигнућа не посматрају искључиво кроз усвојеност наставних садржаја, већ и кроз способност ученика да решавају проблеме, тумаче податке, закључују и доносе одлуке засноване на математичким аргументима.

Посебно је значајно што савремени оквири вредновања све већу пажњу посвећују областима као што су статистика, вероватноћа, тумачење података, процена ризика и доношење одлука у условима неизвесности. Ове области дуго нису биле у значајнијој мери заступљене у наставним програмима математике у Србији, али су препознате као важан део математичке писмености и због тога су добиле значајније место у новим стандардима образовних постигнућа.

Табела 1. Математички домени и процеси у међународним истраживањима и њихова заступљеност у наставним програмима математике у Србији*

Истраживање	Тип домена	Домен	Шта се процењује?	Наглашеност у наставним програмима математике у Србији*
TIMSS 4. разред	Садржајни	Бројеви	Разумевање природних бројева, разломака и децималних бројева, операција и њихове примене у различитим ситуацијама	Висока
TIMSS 4. разред	Садржајни	Мерење	Мерење величина, коришћење јединица мере и примена мерења у реалним ситуацијама	Висока
TIMSS 4. разред	Садржајни	Геометрија	Геометријски облици, просторни односи, симетрија и визуелизација	Висока
TIMSS 4. разред	Садржајни	Подаци	Прикупљање, организовање, приказивање и тумачење података	Умерена
TIMSS 8. разред	Садржајни	Бројеви	Бројевни системи, проценти, размере и нумеричко закључивање	Висока
TIMSS 8. разред	Садржајни	Алгебра	Алгебарски изрази, једначине, функције и моделирање односа	Висока

TIMSS 8. разред	Садржајни	Геометрија	Геометријска својства, конструкције, просторни односи и доказивање	Висока
TIMSS 8. разред	Садржајни	Подаци и вероватноћа	Статистика, графички прикази, анализа података и вероватноћа догађаја	Умерена
TIMSS	Когнитивни	Знање	Репродукција основних математичких чињеница, појмова и процедура	Висока
TIMSS	Когнитивни	Примена	Коришћење математичких знања у познатим и мање познатим ситуацијама	Умерена
TIMSS	Когнитивни	Резоновање	Анализа, учовање и повезивање математичких идеја, генерализација, логичко и дедуктивно закључивање, аргументовање и решавање сложенијих проблема.	Висока
PISA	Садржајни	Квантитет	Квантитативне информације, процене, пропорционалност, финансијски и бројевни контексти	Висока
PISA	Садржајни	Промена и односи	Функционалне зависности, обрасци, промене и математички модели	Висока
PISA	Садржајни	Простор и облик	Геометрија, просторни односи, визуелизација и интерпретација просторних ситуација	Висока
PISA	Садржајни	Неизвесност и подаци	Статистика, вероватноћа, ризик, доношење одлука на основу података и процена неизвесности	Ниска
PISA	Процесни	Формулисање	Препознавање математичких аспеката реалног проблема и њихово представљање математичким моделом	Умерена
PISA	Процесни	Примена	Коришћење математичких појмова, процедура и стратегија у решавању проблема	Умерена
PISA	Процесни	Тумачење и вредновање	Објашњавање добијених резултата, процена њихове оправданости и доношење закључака	Умерена

*Напомена: Наведена процена има илустративни карактер и представља стручну процену једног од аутора документа о релативној заступљености појединих области и процеса у наставним програмима математике и уобичајеној наставној пракси пре усвајања нових стандарда образовних постигнућа.

2.2. Шта показују међународна и национална истраживања у Србији

Ученичка постигнућа у области математике у Србији прате се кроз национална испитивања, укључујући завршни испит на крају основног образовања, као и кроз међународна истраживања TIMSS и PISA. Иако се ова истраживања разликују по

циљевима, узрасту ученика и начину вредновања, њихови резултати пружају драгоцен увид у развијеност математичких знања, процеса и компетенција које чине основу математичке писмености.

Резултати ученика из Србије показују да ученици углавном успешно решавају задатке који захтевају примену познатих процедура и алгоритама у познатим ситуацијама. Међутим, веће тешкоће јављају се код задатака који захтевају развијено математичко мишљење које обухвата повезивање различитих математичких појмова и идеја, аргументовање, моделирање реалних ситуација и примену математике у новим контекстима.

Посебно су значајни налази који се односе на рад са подацима, статистичко закључивање и разумевање вероватноће. Међународна истраживања показују да ученици често имају потешкоћа у тумачењу графичких приказа, процени вероватноће догађаја, разумевању ризика и критичком вредновању информација заснованих на подацима. Управо су ове компетенције све важније у савременом друштву, у којем су појединци свакодневно изложени статистичким подацима, прогнозама и проценама ризика. Развој ових компетенција захтева међупредметни приступ и повезивање наставе математике са другим наставним предметима у којима ученици прикупљају, анализирају и тумаче податке, процењују ризике и доносе закључке на основу доказа.

Резултати PISA истраживања додатно указују да ученици имају више успеха у задацима који захтевају директну примену познатих поступака него у задацима који захтевају аналитички приступ, формулисање математичког проблема, избор одговарајућег математичког модела и тумачење добијених резултата у контексту реалне ситуације. Слично томе, TIMSS истраживања показују да су постигнућа ученика најчешће виша у домену знања него у доменима примене и резоновања.

Резултати завршног испита такође указују на значај развијања математичке писмености. Анализе ученичких постигнућа показују да су ученици успешнији у задацима који захтевају репродукцију знања и примену познатих процедура, док су мање успешни у задацима који захтевају повезивање различитих математичких садржаја, аргументовање поступака, анализу података и примену математике у реалним контекстима.

Посматрани заједно, резултати националних и међународних истраживања (TIMSS и PISA) указују на потребу да с у настави математике, поред усвајања математичких знања, већа пажња посвети развоју математичког мишљења, резоновања, аргументовања, статистичке писмености, разумевања неизвесности и способности примене математике у различитим животним ситуацијама.

Управо су ове потребе препознате у новим стандардима образовних постигнућа за математику. Кроз три специфичне предметне компетенције – математичка знања и концепте (ШТА), математичко мишљење, резоновање, начине рада и учења (КАКО) и сврху и примену математике (ЗАШТО) – створен је оквир који омогућава систематски развој математичке писмености током целокупног основног и средњег образовања.

Детаљни резултати националних испитивања, као и међународних истраживања TIMSS и PISA, доступни су у званичним извештајима наведеним у литератури.

3. Математичка писменост – појам и основна обележја

Појам писмености, па и математичке писмености, током времена се развијао и мењао. Данас се писменост не посматра само као овладавање одређеним знањима и вештинама, већ као способност њихове сврсисходне примене у различитим ситуацијама. Математичка писменост представља сложену образовну тековину која се постепено развија кроз школовање, од усвајања појединачних знања и вештина до изградње компетенција које се повезују и интегришу у функционалну целину. Због тога не постоји једна општеприхваћена дефиниција математичке писмености, већ више сродних тумачења која наглашавају различите аспекте овог појма. Једну од најутицајнијих савремених дефиниција даје OECD у оквиру PISA истраживања, где се математичка писменост одређује као способност појединца да математички расуђује и формулише, примењује и тумачи математику у различитим контекстима ради разумевања света и доношења добро утемељених одлука (OECD, 2023).

Математичка писменост представља способност појединца да користи математичка знања, вештине, начине мишљења и математичко-логичко резонување како би разумео, описао и тумачио појаве и процесе, решавао проблеме, доносио аргументоване одлуке и одговорно деловао у личном, друштвеном, образовном и професионалном животу. Математички писмена особа користи математику за доношење личних, друштвених, финансијских, здравствених, професионалних и других одлука, доприносећи сопственој добробити и развоју заједнице у којој живи.

Математичка писменост подразумева више од познавања математичких чињеница, процедура и формула. Она обухвата разумевање математичких концепата и њихових међусобних веза, способност математичког резонувања, аргументовања и комуникације, као и примену математичких знања у различитим контекстима. Математички писмена особа уме да прикупља, анализира и тумачи разноврсне податке, критички вреднује информације, процењује ризике и последице различитих избора и користи математику као средство за разумевање света који је окружује.

Математичка писменост није само један од исхода наставе математике, већ важан исход образовања који се развија кроз наставу математике, али и кроз друге наставне предмете и различита искуства ученика. Она представља интегративни показатељ успешности математичког образовања и један је од важних показатеља квалитета образовања у целини. Настаје као резултат развоја математичких знања, математичког мишљења, позитивних ставова према математици и способности да се математика користи у различитим животним ситуацијама. Због тога се развој математичке писмености може посматрати као један од основних циљева наставе математике и важан допринос остваривању ширих циљева образовања, успешном учешћу појединца у савременом друштву и одговорном развоју заједнице.

У овом документу математичка писменост посматра се кроз оквир заснован на три специфичне предметне компетенције дефинисане стандардима образовних

постигнућа за математику. Њихов међусобни однос и допринос развоју математичке писмености детаљније су размотрени у наредном поглављу.

4 . Оквир математичке писмености заснован на специфичним предметним компетенцијама (ШТА–КАКО–ЗАШТО)

Стандарди образовних постигнућа за математику представљају основу за планирање, реализацију и вредновање наставе математике. Истовремено, они пружају јасан оквир за развој математичке писмености, јер обухватају знања, процесе и компетенције неопходне за разумевање, коришћење и примену математике у различитим контекстима.

У стандардима образовних постигнућа математичка писменост операционализована је кроз три специфичне предметне компетенције (СПК). У овом документу те компетенције посматрају се и као три међусобно повезане димензије развоја математичке писмености:

СПК1 – математичка знања и концепти (ШТА);

СПК2 – математичко мишљење, начини рада и учења (КАКО);

СПК3 – сврха и примена математике (ЗАШТО).

Термин димензија користи се у овом документу како би се нагласило да се математичка писменост развија кроз истовремено и повезано деловање све три специфичне предметне компетенције. Усвајање математичких знања без развијања математичког мишљења не омогућава ученицима да стечена знања самостално користе и примењују. Са друге стране, математичко мишљење не може се развијати без довољно изграђених математичких концепата и њиховог разумевања. Најзад, и знања и математичко мишљење добијају пуни смисао тек када ученик препознаје њихову сврху и уме да их користи у различитим контекстима.

Због тога се у овом документу математичка писменост посматра као резултат повезаног развоја три димензије:

ШТА – математичка знања и концепти;

КАКО – начини математичког мишљења, рада и учења;

ЗАШТО – сврха, вредност и примена математике.

У наредним одељцима свака од ових димензија биће детаљније размотрена са становишта њеног доприноса развоју математичке писмености и начина на које се она може развијати у наставној пракси.

4.1. Димензија ШТА – математичка знања и концепти

Математичка писменост није могућа без развијених математичких знања и концепата. Они представљају садржајну основу на којој се граде математичко мишљење, решавање проблема и примена математике у различитим животним ситуацијама. Математички концепти омогућавају ученицима да препознају правилности, успостављају везе међу појавама, уочавају односе и квантитативно описују свет који их окружује.

У оквиру стандарда образовних постигнућа димензија ШТА обухвата математичка знања и концепте из различитих области математике. Током основног и средњег образовања ученици постепено развијају разумевање бројева и алгебарских односа, геометријских објеката и њихових својстава, функционалних зависности, статистичких показатеља, вероватноће и других математичких структура. При томе је посебно важно да се математичка знања не посматрају као скуп изолованих чињеница и процедура, већ као међусобно повезан систем појмова и односа.

За развој математичке писмености од посебног је значаја концептуално разумевање. Ученик који разуме математички концепт може да га препозна у различитим ситуацијама, повезује га са претходно усвојеним знањима, користи га за решавање проблема и примењује га у новим околностима. Насупрот томе, ослањање искључиво на памћење процедура и алгоритама често доводи до површног знања које ученик тешко преноси из једног контекста у други. Због тога настава математике треба да омогући ученицима да математичке појмове и концепте изграђују постепено, повезујући нова знања са претходним искуствима, користећи различите репрезентације, примере, моделе и контексте. На тај начин математичка знања постају трајна основа за развој математичке писмености.

4.2. Димензија КАКО – математичко мишљење, начини рада и учења

Док димензија ШТА одговара на питање шта ученик зна и разуме, димензија КАКО усмерена је на процесе путем којих ученик користи, развија и проширује своја математичка знања. Ова димензија обухвата математичко мишљење и закључивање, али и начине рада, учења и однос према математици који омогућавају успешно решавање проблема и континуирани развој математичких компетенција.

Математичка писменост подразумева да ученик уме да анализира ситуацију, поставља питања, уочава обрасце, односе и узрочно-последичне везе, повезује математичке идеје, аргументује своје закључке и процењује њихову оправданост. Развој математичког мишљења обухвата различите облике мишљења, као што су аналитичко, логичко и дедуктивно закључивање, уочавање и повезивање математичких идеја и односа, генерализација и доказивање. Зато су резонување, аргументовање, моделовање, решавање проблема, истраживање и математичка комуникација саставни део развоја математичке писмености.

Поред мисаоних процеса, димензија КАКО укључује и различите начине рада и учења. Активности као што су вођено откривање, истраживачки задаци, пројекти,

сарадничко учење, математичке игре и коришћење дигиталних технологија стварају прилике да ученици активно граде математичка знања и развијају самосталност у учењу. У таквом окружењу ученик није само корисник готових знања, већ активни учесник у изградњи сопственог разумевања математичких појмова, њиховом проверавању и примени.

Развој математичке писмености подразумева и способност ученика да прате, анализирају и вреднују сопствено размишљање, препознају грешке, проверавају исправност својих решења и процењују сопствену сигурност у исправност својих одговора и изабраних поступака.

Важан део ове димензије чине и ставови према математици и учењу. Упорност, систематичност, спремност на интелектуални напор, отвореност за преиспитивање сопствених идеја и прихватање грешке као природног дела процеса учења представљају значајне предуслове за развој математичке писмености. Ученик који верује да може да напредује учењем и радом спремнији је да се суочи са сложеним проблемима, истражује различите приступе и истраје у тражењу решења.

Димензија КАКО зато представља мост између математичких знања и њихове примене. Она одређује на који начин ученик користи оно што зна и како развија способност да своја знања примењује у новим и непознатим ситуацијама.

4.3. Димензија ЗАШТО – сврха и примена математике

Математичка писменост добија свој пуни смисао тек када ученик разуме због чега учи математику и на који начин математичка знања и вештине доприносе квалитету његовог живота. Димензија ЗАШТО усмерена је на сврху учења математике, њену примену током школовања и у различитим областима живота, као и на разумевање њеног значаја за појединца и друштво.

Савремени живот подразумева свакодневно доношење одлука које укључују процену количина, тумачење података, разумевање ризика и вероватноће, планирање ресурса, управљање финансијама и критичко вредновање информација. Математичка писменост омогућава појединцу да у таквим ситуацијама поступа промишљено и одговорно, ослањајући се на чињенице, аргументе и логичко закључивање.

Примена математике превазилази свакодневне ситуације. Математички концепти, као и математичко мишљење који се развијају кроз наставу математике, представљају основу развоја природних, техничких, медицинских, економских и друштвених наука. Они омогућавају разумевање појава у природи, развој нових технологија, анализу друштвених процеса и доношење одлука од значаја за одрживи развој заједнице. Због тога математичка писменост доприноси не само његовом напретку током образовања и личном развоју, већ и његовом активном и одговорном учешћу у друштву, а тиме значајно утиче и на напредак друштва уопште.

Димензија ЗАШТО обухвата и развој свести о значају математике за даље образовање, професионални развој и целоживотно учење. Ученици треба да препознају да математичка знања и начини мишљења имају вредност која превазилази школску учioniцу и да представљају важан ресурс за сналажење у свету који се убрзано мења.

Разумевање сврхе и примене математике доприноси и развоју мотивације за учење. Када ученици препознају везу између математичких садржаја, других наставних предмета и проблема из стварног живота, већа је вероватноћа да ће развити позитиван однос према математици и спремност да уложи већи труд у учење, што им омогућава да стечена знања примењују у новим ситуацијама. Истовремено, дубље и трајније разумевање математике развија се кроз систематично учење, промишљено увежбавање и постепено овладавање математичким појмовима, поступцима и начинима математичког мишљења. На тај начин димензија ЗАШТО повезује математичко образовање са потребама појединца, заједнице и савременог друштва.

5. Развој математичке писмености током школовања

Развој математичке писмености представља континуиран процес који се одвија током целокупног основног и средњег образовања. Он подразумева постепено усвајање, разумевање и коришћење основних математичких појмова, уз напредовање ка све сложенијем резонувању, аргументовању, моделовању и самосталној примени математике у различитим контекстима.

Математичка писменост не развија се кроз појединачне наставне теме нити кроз издвојене активности. Она се постепено изграђује кроз повезивање математичких знања и концепата (ШТА), математичког мишљења, начина рада и учења (КАКО) и разумевања сврхе и примене математике (ЗАШТО). Због тога је важно да се развој математичке писмености посматра као јединствен процес који обухвата све нивое образовања, све области математике и њихово повезивање са другим областима знања и различитим животним контекстима.

5.1. Развој математичке писмености у млађим разредима основне школе

У млађим разредима основне школе развој математичке писмености заснива се пре свега на непосредном искуству ученика, конкретним ситуацијама и постепеном формирању основних математичких појмова. Ученици уче да препознају количине, односе, облике и правилности, користе математички језик за описивање ситуација и повезују математичке садржаје са искуствима из свакодневног живота.

У овом периоду посебно је важно усвајање и разумевање основних математичких појмова и односа међу њима, јер они представљају основу за надоградњу знања, развој математичких концепата и постепено формирање математичког мишљења у наредним разредима. Ученици постепено прелазе од конкретних модела и визуелних приказа ка симболичком запису, образлажу своје поступке, упоређују различита решења и развијају поверење у сопствене способности за учење математике.

Развој математичке писмености у овој фази поставља темеље за касније разумевање сложенијих математичких концепата и развој математичког мишљења.

5.2. Развој математичке писмености у старијим разредима основне школе

У старијим разредима основне школе ученици проширују и повезују математичка знања из различитих области. Поред усвајања нових појмова и процедура, све већи значај добијају анализирање проблема, избор стратегија решавања, аргументовање поступака и критичко преиспитивање добијених резултата.

Ученици постепено развијају способност да повезују математичке појмове и концепте, уочавају односе између различитих области математике, користе различите репрезентације, тумаче податке и препознају примену математике у различитим контекстима. Посебан значај добијају активности које подстичу истраживање, сарадњу, математичку комуникацију и самостално доношење закључака.

У овој фази математичка писменост све више подразумева разумевање и повезивање математичких појмова, као и способност примене математичких знања у новим и мање познатим ситуацијама. Истовремено се развија критички однос према коришћењу и тумачењу података, информацијама и аргументима.

5.3. Развој математичке писмености у средњој школи

У средњој школи математичка писменост развија се кроз продубљивање математичких знања, развој апстрактног мишљења и све самосталнију примену математике у различитим областима живота, образовања и будућег професионалног деловања.

Ученици користе математичке моделе за анализу појава и процеса, процењују оправданост различитих решења, критички тумаче податке и доносе закључке засноване на доказима. Посебан значај имају статистичко закључивање, разумевање вероватноће и неизвесности, анализа података и процена поузданости информација.

Развој математичке писмености у овој фази треба да омогући ученицима да стечена математичка знања и начине математичког мишљења користе за решавање сложенијих проблема, критичко вредновање информација, доношење аргументованих одлука и успешно настављање образовања и професионалног развоја.

5.4. Континуитет развоја математичке писмености

Иако се математичка писменост испољава на различите начине у различитим узрастима, њен развој има јединствен правац. Ученици постепено прелазе од разумевања појединачних математичких појмова ка њиховом повезивању, од примене познатих поступака ка самосталном решавању проблема и од непосредног искуства ка апстрактном и критичком размишљању.

На свим нивоима образовања математичка писменост подразумева истовремени развој математичких знања и концепата (ШТА), математичког мишљења, начина рада и учења (КАКО) и разумевања сврхе и примене математике (ЗАШТО). Управо њихово повезано деловање омогућава ученицима да математику користе као средство за разумевање света, решавање проблема и доношење одговорних одлука.

6. Смернице за наставу усмерену ка развоју математичке писмености

Развој математичке писмености захтева наставу која ученицима омогућава да стичу, разумеју и повезују математичка знања и да их примењују у различитим контекстима. Таква настава не одбацује значај усвајања математичких појмова, процедура и техника, већ их посматра као основу за развој математичког мишљења, решавање проблема, аргументовање и сврсисходну примену математике.

Настава усмерена ка развоју математичке писмености заснива се на следећим принципима.

6.1. Развијање концептуалног разумевања

Математичка писменост заснива се на разумевању математичких појмова и њихових међусобних веза. Због тога је важно да ученици не усвајају само појмове, процедуре и алгоритме, већ да разумеју њихово значење, услове примене и повезаност са другим математичким идејама.

Настава треба да подстиче ученике да објашњавају математичке појмове сопственим речима, користе различите репрезентације, повезују нова знања са претходно усвојеним садржајима и уочавају односе између различитих области математике.

Пример¹

Приликом увођења појма реалног броја наставник не полази од формалне дефиниције, већ подстиче ученике да повежу претходно стечена знања о природним, целим, рационалним и ирационалним бројевима, као и одговарајућа знања из геометрије и непрекидност бројне осе. Ученици анализирају које бројеве већ познају, уочавају њихове међусобне односе и постепено долазе до разумевања да скуп реалних бројева обухвата све ове бројеве као јединствену целину. На тај начин нови појам не представља изоловану дефиницију, већ се гради као део повезаног система математичких појмова.

6.2. Развијање математичког мишљења

Поред математичких знања, наставом је потребно систематски развијати математичко мишљење, а посебно математичко резонување, аргументовање, моделирање, математичку комуникацију и критичко преиспитивање резултата.

¹Напомена: Примери наведени у делу 6 су искључиво као илустрација могућих наставних приступа. Њихова сврха није да прописују начин реализације наставе, већ да покажу како се наведени принципи могу применити у различитим математичким областима и на различитим узрастима.

Ученицима треба омогућити да постављају питања, истражују различите приступе решавању проблема, образлажу своје идеје, упоређују различите поступке и процењују исправност, оправданост и релевантност добијених решења.

Пример 1.

Након часа на коме су ученици упознали различите стратегије решавања неке класе проблема, наставник задаје домаћи задатак у коме је могуће и потребно решити један проблем на најмање два различита начина и образложити зашто су изабрани поступци исправни. Поједина ученичка решења могу бити предмет заједничке анализе на наредном часу, током које ученици упоређују различите приступе, дискутују о њиховим предностима и ограничењима. На тај начин домаћи задатак може постати наставак процеса учења, а не само провера усвојеног знања.

Пример 2.

Ученици добијају задатак који се може решити на више начина (нпр. геометријски, алгебарски или коришћењем табеле). Након самосталног рада, представљају своја решења, образлажу избор поступка и упоређују различите стратегије. У дискусији процењују исправност, ефикасност и применљивост сваког приступа, чиме развијају математичко резоновање, аргументовање и математичку комуникацију.

6.3. Повезивање математике са контекстом

Развој математичке писмености подразумева препознавање улоге математике у различитим областима живота и рада. Настава треба да омогући ученицима да математичке појмове и поступке повезују са ситуацијама из природних и друштвених наука, технологије, уметности, финансија, здравља, свакодневног живота и других области.

Употреба смислених контекста не представља циљ сама по себи, већ средство за дубље разумевање математичких идеја и развијање способности њихове примене у различитим ситуацијама. Такви контексти могу проистацати из свакодневног живота, али и из других наставних предмета и различитих области науке, чиме се подстиче повезивање знања и целовитије разумевање појава. При избору смислених контекста важно је водити рачуна да они буду примерени узрасту ученика и наставним циљевима, као и да доприносе разумевању математичких идеја, а не да непотребно усложњавају или поједностављују математичке садржаје.

Пример 1

Приликом изучавања линеарне функције ученици могу анализирати зависност пређеног пута од времена код равномерног кретања. Повезивањем математике и физике уочавају значење нагиба праве, тумаче график, повезују алгебарски запис са реалном ситуацијом и дискутују о ограничењима модела.

Пример 2

Приликом обраде Питагорине теореме наставник може кратко представити њен историјски развој и указати на примену геометријских идеја у различитим цивилизацијама. Повезивањем математике и историје ученици стичу потпунију слику о развоју математичких идеја и њиховом значају у развоју науке и културе.

Пример 3

Ученици анализирају податке о расту биљака или броју јединки у популацији, представљају их табеларно и графички, уочавају трендове и дискутују о могућим факторима који утичу на добијене резултате. На тај начин повезују математичке поступке са биологијом и развијају способност тумачења података.

6.4. Активно учешће ученика у процесу учења

Математичка писменост развија се кроз активну улогу ученика у процесу учења. Настава треба да омогући ученицима да постављају претпоставке, испитују њихову тачност, анализирају резултате, доносе закључке и постепено преузимају одговорност за сопствено учење. Таква одговорност не настаје сама од себе, већ се развија кроз јасно постављене захтеве, редовно праћење рада ученика, повратне информације и подршку наставника.

У том циљу могу се користити различити облици рада, као што су истраживачки задаци, проблемске ситуације, математичке дискусије, самостални и домаћи задаци, пројекти, сарадничко учење и математичке игре, у складу са узрастом ученика и образовним циљевима. Важно је да ове активности буду осмишљене тако да имају јасну сврху, очекиване исходе и јасно дефинисан начин праћења ученичког рада.

Избор и обим ових активности треба прилагодити наставним циљевима, узрасту ученика, расположивом времену и организацији наставе, тако да доприносе квалитету учења и развоју математичке писмености.

Пример 1

Пре формалног увођења појма апсолутне вредности, наставник поставља проблем у коме ученици одређују колико су различита места удаљена од нулте тачке на бројевној правој. Ученици најпре самостално износе претпоставке, затим их проверавају на примерима, дискутују о различитим одговорима и заједно формулишу својства апсолутне вредности. На крају часа ученици процењују у којој мери су њихове почетне претпоставке биле тачне и шта су ново научили.

Пример 2

Ученици добијају табелу вредности две променљиве и задатак да утврде да ли између њих постоји функционална зависност. Ако сматрају да постоји, треба да образложе зашто, предложе могуће правило повезивања и провере да ли оно важи за све дате податке. Током дискусије упоређују различита објашњења и заједнички процењују њихову оправданост.

6.5. Коришћење дигиталних технологија

Савремене дигиталне технологије, укључујући алате засноване на вештачкој интелигенцији, пружају нове могућности за развој математичке писмености. Оне могу подржати визуелизацију математичких појмова, истраживање математичких односа, анализу података, моделирање, проверу решења и индивидуализацију учења. Ефикасно коришћење дигиталних алата, посебно оних заснованих на вештачкој интелигенцији, захтева од ученика да јасно и прецизно формулишу математичка питања и проблеме, користе одговарајућу математичку терминологију и критички тумаче добијене одговоре.

Употреба вештачке интелигенције захтева развој критичког односа према добијеним одговорима, као и разумевање правила одговорне и сврсисходне употребе алата заснованих на вештачкој интелигенцији у процесу учења. Ученици треба да развијају способност да проверавају тачност добијених решења, процењују оправданост предложених поступака, критички вреднују информације које добијају од дигиталних алата и одговорно користе њихове препоруке.

Пример 1

Приликом изучавања својстава троуглова ученици користе GeoGebra да померају темена троугла и истражују да ли се уочена својства мењају. На основу запажања формулишу претпоставке, а затим их доказују или образлажу користећи геометријска знања.

Пример 2

Приликом изучавања особина квадратне функције ученици у програму GeoGebra мењају вредности коефицијената a , b и c и посматрају како се мења график функције. На основу уочених промена формулишу претпоставке о утицају сваког коефицијента, а затим их проверавају аналитички.

Пример 3

Након што самостално реше задатак, ученици користе Photomath како би упоредили свој поступак са поступком који нуди апликација. Анализирају разлике, процењују исправност оба решења и дискутују о томе да ли је предложени поступак најједноставнији и најпогоднији за дати проблем.

Пример 4

Ученици постављају систему заснованом на вештачкој интелигенцији питање да објасни поступак решавања математичког задатка. Њихов задатак није да прихвате добијени одговор, већ да провере исправност образложења, уоче евентуалне непрецизности и предложе исправке. На тај начин развијају критички однос према информацијама које добијају од дигиталних алата.

6.6. Развијање позитивног односа према математици

Развој математичке писмености повезан је са развојем позитивних ставова према математици и учењу уопште. Настава треба да подстиче радозналост, истрајност, самопоуздање и спремност ученика да се суоче са изазовним проблемима.

Важно је да ученици грешке доживљавају као природан део процеса учења и прилику за напредовање. Анализа сопствених и туђих грешака, уз подршку наставника, може бити значајан подстицај за развој математичког мишљења и трајније разумевање математичких појмова.

Пример

Наставник приказује два различита решења истог задатка, од којих једно садржи типичну ученичку грешку. Кроз кратку вођену дискусију ученици уочавају место настанка грешке, образлажу због чега је до ње дошло и предлажу исправан начин размишљања. На тај начин грешка постаје повод за учење и продубљивање разумевања, а не само показатељ нетачног одговора.

6.7. Уважавање различитости ученика

Ученици се разликују по предзнању, претходним искуствима, интересовањима, стилевима учења и темпу напредовања. Прилагођавање наставе не подразумева снижавање очекивања у погледу остваривања основних исхода учења, већ пружање одговарајуће подршке како би сваки ученик имао прилику да их достигне. Настава усмерена ка развоју математичке писмености треба да омогући различите путеве учења и могућности за напредовање свих ученика, уз уважавање њихових индивидуалних карактеристика и образовних потреба. Развој математичке писмености важан је за сваког појединца и представља предуслов за успешно учешће у савременом друштву.

То подразумева пажљив избор задатака, различите нивое подршке и примерене изазове који свим ученицима омогућавају да овладају основним математичким знањима и вештинама, а потом, у складу са својим могућностима, даље развијају математичко мишљење и способности решавања проблема.

Пример

Приликом обраде једначина сви ученици решавају основни скуп задатака којим се проверава разумевање кључних појмова и поступака. У складу са постигнућима ученика, наставник може користити или понудити задатке различите сложености: ученицима којима је потребна подршка задатке са постепеним навођењем, а ученицима који брже напредују сложеније проблеме који захтевају повезивање више математичких идеја. На тај начин сви ученици раде на остваривању истих основних исхода, али уз различите нивое подршке и изазова.

7. Смернице за вредновање математичке писмености

Вредновање има важну улогу у развоју математичке писмености јер ученицима и наставницима пружа информације о томе у којој мери су ученици усвојили математичка знања, развили математичко резоновање и оспособили се да их примењују у различитим ситуацијама. Вредновање истовремено треба да омогући проверу у којој мери су ученици достигли планиране исходе учења, али и да пружи информације о њиховом даљем развоју математичког мишљења, решавања проблема и примене математике у различитим контекстима. Начин вредновања у великој мери утиче на то шта ученици сматрају важним за учење математике. Због тога вредновање математичке писмености не треба да буде усмерено искључиво на тачност резултата и примену процедура, већ и на разумевање математичких појмова, начине размишљања, аргументовање, примену математике у различитим контекстима и способност ученика да критички процењују сопствено разумевање и напредовање.

7.1. Формативно и сумативно вредновање

Развој математичке писмености захтева уравнотежену примену формативног и сумативног вредновања.

Формативно вредновање усмерено је на подршку учењу и напредовању ученика. Оно се остварује кроз континуирано праћење рада ученика, разговор, повратне информације, анализу ученичких решења и друге активности које наставнику омогућавају да прати развој разумевања, уочава тешкоће и прилагођава наставне активности потребама ученика. Истовремено, ученицима пружа повратне информације које им помажу да разумеју сопствено напредовање и планирају наредне кораке у учењу.

Сумативно вредновање има за циљ процену остварености исхода учења, односно степена усвојености математичких знања, развијености вештина и компетенција након одређеног периода учења, и представља основу за доношење оцено у складу са важећим прописима. Да би сумативно вредновање било у функцији развоја математичке писмености, важно је да исходи учења, задаци и критеријуми вредновања буду међусобно усклађени и ученицима унапред јасни. Задаци не треба да буду усмерени искључиво на репродукцију поступака и добијање тачног резултата, већ и на разумевање појмова, математичко резоновање, примену математике, аргументовање и доношење закључака.

Формативно и сумативно вредновање не треба посматрати као одвојене процесе. Информације добијене формативним вредновањем могу помоћи у планирању сумативног вредновања, док резултати сумативног вредновања могу указати на потребу за додатном подршком и даљим развојем ученика.

Пример

Формативно вредновање: Наставник током часа анализира ученичка образложења, поставља додатна питања и на основу уочених тешкоћа прилагођава наредне активности, пружајући ученицима повратне информације које их усмеравају ка успешнијем учењу.

Сумативно вредновање: На крају наставне теме ученици решавају писмену или контролну вежбу чији су задаци усклађени са планираним исходима учења и критеријумима вредновања, тако да обухватају не само примену поступака, већ и разумевање појмова, аргумендовање и решавање проблема.

7.2. Вредновање различитих аспеката математичке писмености

Вредновање математичке писмености треба да обухвати све три специфичне предметне компетенције дефинисане стандардима образовних постигнућа.

Вредновањем је потребно обухватити:

- знање, разумевање и повезивање математичких појмова, односа и концепата;
- примену математичких процедура и техника;
- математичко резоновање и аргумендовање;
- решавање проблема и моделирање;
- комуникацију математичких идеја;
- тумачење података и информација;
- примену математике у различитим контекстима;
- разумевање сврхе и значаја математике.

Различити аспекти математичке писмености не могу се у потпуности проценити једним типом задатака или једним обликом вредновања. Због тога је важно да вредновање буде разноврсно и да омогући ученицима да покажу различите облике знања, разумевања и примене математике.

7.3. Планирање вредновања у складу са циљевима учења

Вредновање математичке писмености захтева пажљиво планирање и јасно повезивање задатака са циљевима учења и компетенцијама које се развијају. Сваки задатак који се користи у настави, било у оквиру формативног или сумативног вредновања, треба да има јасно дефинисану сврху и да пружа информације о одређеном аспект ученичког постигнућа.

Наставници имају значајну професионалну одговорност у избору, креирању и прилагођавању задатака за вредновање. Због тога је важно да приликом планирања вредновања јасно одреде шта желе да провере: разумевање појмова, овладавање процедурама, способност аргумендовања, решавање проблема, примену математике у контексту или неки други аспект математичке писмености.

Квалитетно вредновање подразумева да су задаци, критеријуми бодовања и начин оцењивања усклађени са циљевима наставе и очекиваним исходима учења. Посебно је

важно да ученицима буду јасни критеријуми успеха и очекивања која се односе на квалитет решења, образложење поступка и начин представљања резултата.

Приликом планирања вредновања потребно је обезбедити одговарајућу заступљеност различитих аспеката математичке писмености. Уколико се вредновање усмери искључиво на репродукцију процедура и добијање тачног резултата, важни елементи математичке писмености, као што су резоновање, моделирање, комуникација и примена математике, могу остати недовољно заступљени.

7.4. Разноврсни облици вредновања

Развој математичке писмености захтева примену различитих облика вредновања. Поред писаних провера знања, могу се користити усмено испитивање, истраживачки задаци, пројекти, презентације, анализе података, математичке дискусије, портфолија и други облици рада који омогућавају ученицима да покажу разумевање, начин размишљања и способност примене математике.

Избор начина вредновања треба да буде усклађен са циљевима наставе, узрастом ученика и компетенцијама које се вреднују. Различити облици вредновања омогућавају наставнику да добије потпунију слику о развоју математичке писмености ученика него што је то могуће само на основу резултата писаних провера знања.

7.5. Самовредновање и рефлексija ученика

Важан део развоја математичке писмености представља способност ученика да процењују сопствено разумевање, напредовање и степен сигурности у своје одговоре и поступке. Због тога је важно да се ученицима, у складу са њиховим узрастом и развојним могућностима, постепено пружају прилике да размишљају о сопственом процесу учења, анализирају своје грешке, образлажу избор стратегија и процењују степен сигурности у своје одговоре и поступке.

Развијање способности самовредновања представља дугорочан процес који се постепено изграђује током школовања, кроз систематичну подршку наставника и активности примерене узрасту ученика. Оно подстиче развој метакогнитивних способности и доприноси формирању одговорног и самосталног ученика. Самовредновање не обухвата само процену тачности решења, већ и разумевање разлога који су довели до успеха или грешке, као и препознавање потребе за додатном провером и преиспитивањем сопствених резултата.

Поред самовредновања, уз одговарајуће вођење наставника, значајну улогу може имати и вршњачко вредновање, које ученицима омогућава да анализирају различите приступе решавању проблема, упоређују аргументе, дају и прихватају образложене повратне информације и развијају критички однос према математичким идејама и решењима.

7.6. Коришћење резултата вредновања

Резултати вредновања треба да буду основа за планирање даљег учења и наставе. Анализа ученичких постигнућа може помоћи наставницима да препознају области које захтевају додатну подршку или додатне изазове, да прилагоде наставне активности,

планирају допунску и додатну наставу када је то потребно и предузму друге мере за унапређивање учења.

Истовремено, резултати вредновања треба да помогну ученицима да развијају реалну слику о сопственим постигнућима, преузимају већу одговорност за учење и постепено развијају самосталност у решавању математичких проблема.

Вредновање математичке писмености треба посматрати као саставни део процеса учења и наставе. Његова основна сврха није само процена постигнућа ученика, већ и подршка њиховом даљем развоју као математички писмених, самосталних и одговорних појединаца.

8. Улога наставника у развоју математичке писмености

Наставник има кључну улогу у развоју математичке писмености ученика. Иако стандарди образовних постигнућа дефинишу очекиване исходе учења, а наставни програми одређују садржаје који се изучавају, управо наставник кроз организацију наставе, избор задатака, начин комуникације и вредновање ученичког рада ствара услове у којима се математичка писменост развија.

Развој математичке писмености не зависи само од тога шта се учи, већ и од начина на који наставник организује и подржава процес учења, а ученици истражују, постављају питања, образлажу своје идеје и користе математику у различитим ситуацијама. Због тога улога наставника превазилази преношење математичких знања и обухвата подршку ученицима у развоју математичког мишљења, самосталности, критичког односа према информацијама и позитивног односа према математици.

8.1 Наставник као организатор наставе и учења

Наставник обликује окружење у коме ученици развијају математичка знања, вештине и ставове. Подстицајно окружење карактеришу отвореност за различите идеје, уважавање различитих приступа решавању проблема, подршка истраживању и спремност да се грешке посматрају као део процеса учења.

У таквом окружењу ученици имају прилику да постављају питања, образлажу своје поступке, дискутују о различитим решењима и постепено преузимају већу одговорност за сопствено учење.

8.2 Наставник као посредник између математике и ученика

Један од важних задатака наставника јесте да ученицима помогне да изграде смислено разумевање математичких појмова и њихових међусобних веза. То подразумева пажљив избор примера, задатака и активности које омогућавају постепено развијање математичких идеја и њихово повезивање са претходним знањима и искуствима ученика.

Наставник помаже ученицима да уоче значење математичких појмова, разумеју различите репрезентације и препознају улогу математике у тумачењу појава и решавању

проблема. Истовремено, наставник подстиче ученике да самостално траже информације из различитих извора, процењују њихову поузданост и релевантност, критички их анализирају и користе као основу за решавање проблема и доношење аргументованих одлука.

8.3 Наставник као водич у развоју математичког мишљења

Развој математичке писмености захтева наставу која подстиче ученике да размишљају, образлажу, аргументују и преиспитују сопствене закључке. Због тога је важно да наставник поставља питања која подстичу анализу, поређење, генерализацију и доношење закључака, а не само репродукцију поступака.

Посебно је важно охрабривати ученике да објашњавају своје идеје, процењују исправност решења и разматрају различите начине приступа проблему.

8.4 Наставник као професионалац који се развија

Развој математичке писмености ученика повезан је и са професионалним развојем наставника. Савремени изазови образовања, развој технологије и промене у друштву захтевају континуирано унапређивање наставне праксе, критичко преиспитивање сопственог рада, размену искустава са другим наставницима и праћење нових сазнања из области математике, методике наставе математике и образовних наука. Наставник који континуирано учи и развија своје професионалне компетенције ствара услове за успешнији развој математичке писмености ученика.

Професионално усавршавање наставника доприноси развоју наставе усмерене ка разумевању, математичком мишљењу, примени математике и развоју математичке писмености ученика. Савремени професионални развој наставника подразумева и развијање компетенција за педагошки оправдано и критичко коришћење наставних средстава, дигиталних технологија и алата заснованих на вештачкој интелигенцији.

Квалитетно планирање наставе подразумева и промишљен избор и коришћење уџбеника, збирки задатака, дигиталних образовних ресурса и других наставних материјала који подржавају развој математичке писмености ученика.

8.5 Наставник као узор у односу према математици

Однос који наставник показује према математици, учењу и решавању проблема има значајан утицај на ученике. Наставник својим поступцима показује да математика није само скуп правила и процедура, већ начин размишљања који помаже у разумевању света и доношењу одлука.

Када наставник показује радозналост, истрајност, доследност, спремност на преиспитивање и уважавање различитих приступа и идеја, он истовремено подстиче развој ових особина код ученика и доприноси формирању позитивног односа према математици и учењу.

9. Улога школе и заједнице у развоју математичке писмености

Развој математичке писмености представља заједничку одговорност ученика, породице, школе, наставника и шире друштвене заједнице. Иако настава математике има централну улогу у овом процесу, математичка писменост се развија и кроз искуства која ученици стичу у другим наставним предметима, ваннаставним активностима и свакодневном животу.

Развој математичке писмености подржан је када ученици препознају да се математика користи за разумевање и решавање проблема у различитим областима живота, рада и друштва. Због тога је важно да школа ствара услове за повезивање математике са садржајима других школских предмета, другим областима знања и реалним ситуацијама које су ученицима блиске и смислене.

9.1 Улога школе

Школа има важну улогу у стварању окружења које подржава развој математичке писмености. То подразумева неговање културе учења у којој се подстичу разумевање, истраживање, сарадња, критичко мишљење и одговорно доношење одлука.

Развој математичке писмености може бити подржан кроз сарадњу наставника различитих предмета, реализацију међупредметних активности, пројеката и истраживачких задатака који омогућавају ученицима да математику користе у различитим контекстима.

Школа такође има важну улогу у обезбеђивању услова за коришћење класичних и савремених наставних средстава, дигиталних технологија и различитих извора података који могу допринети развоју математичке писмености.

9.2 Улога породице

Породица има значајан утицај на формирање ставова ученика према математици и учењу. Позитиван однос према образовању, подстицање радозналости, разговор о проблемима и заједничко доношење одлука заснованих на подацима и аргументима могу допринети развоју математичке писмености.

Важно је да ученици имају прилику да уоче примену математике у свакодневним активностима као што су планирање времена, управљање новцем, праћење трошкова, тумачење информација из медија или доношење различитих животних одлука.

9.3 Улога локалне и шире заједнице

Развој математичке писмености може бити подржан и кроз сарадњу школе са локалном заједницом, привредом, културним и научним институцијама, универзитетима и другим организацијама.

Подаци и проблеми из локалног окружења могу представљати значајан ресурс за учење математике и развој математичке писмености. Анализа саобраћаја, временских прилика, потрошње енергије, заштите животне средине, демографских кретања или

других тема од значаја за заједницу може ученицима помоћи да препознају улогу математике у разумевању света који их окружује.

9.4 Заједничка одговорност за развој математичке писмености

Развој математичке писмености није задатак који припада искључиво настави математике. Он подразумева заједничко деловање школе, породице и шире друштвене заједнице у стварању окружења у коме ученици имају прилику да развијају математичка знања, критичко мишљење, одговоран однос према подацима и способност доношења аргументованих одлука.

Такво окружење доприноси не само успешнијем учењу математике већ и припреми ученика за активно, одговорно и компетентно учешће у савременом друштву.

10. Препоруке за имплементацију и даљи развој математичке писмености

Развој математичке писмености представља дугорочан процес који захтева континуирано унапређивање наставне праксе, вредновања, наставних материјала и професионалне подршке наставницима. Стандарди образовних постигнућа и оквир математичке писмености представљени у овом документу пружају основу за планирање и реализацију наставе усмерене ка развоју математичке писмености, али њихова пуна вредност зависи од начина на који ће бити примењени и даље развијани у пракси.

У циљу подршке развоју математичке писмености препоручују се следеће активности.

10.1 Развој наставних и дидактичких материјала

Пожељно је континуирано развијати и унапређивати наставне материјале који подржавају развој математичке писмености. Такви материјали могу обухватити примере добре наставне праксе, збирке задатака, истраживачке активности, примере вредновања, дигиталне ресурсе и друге материјале који наставницима могу послужити као подршка у планирању наставе.

Посебну вредност могу имати материјали који показују континуирани развој кључних математичких идеја током школовања и повезују математичка знања, процесе и примене кроз различите узрасте и образовне нивое.

10.2 Професионална подршка наставницима

Развој математичке писмености захтева континуиран професионални развој наставника. Посебну пажњу потребно је посветити професионалној подршци учитељима, јер они постављају темеље математичке писмености и формирају прве ставове ученика према математици. Пожељно је подржавати различите облике стручног усавршавања који се односе на савремене приступе настави математике, вредновању ученичких постигнућа, развоју математичког мишљења, коришћењу дигиталних технологија и примени математике у различитим контекстима.

Посебан значај имају активности које омогућавају размену искустава, сарадњу наставника и заједничко разматрање наставне праксе.

10.3 Развој професионалне заједнице наставника математике

Даљи развој математичке писмености може бити подржан кроз јачање професионалне заједнице наставника математике, укључујући активности Друштва математичара Србије и других стручних организација, као и стварање могућности за континуирану сарадњу, размену искустава и заједничко решавање професионалних изазова.

Посебно је важно обезбедити просторе за стручну комуникацију и дискусију о наставним приступима, задацима, вредновању и примерима добре праксе. Савремене дигиталне платформе могу представљати значајан ресурс за повезивање наставника, дељење материјала и подршку професионалном учењу.

10.4 Подршка истраживањима математичког образовања

Унапређивање математичке писмености треба да буде праћено систематским истраживањима која омогућавају праћење развоја ученичких постигнућа, анализу наставне праксе и процену ефеката различитих образовних решења. Треба радити на већој видљивости и препознатљивости значаја стручне литературе, стручних и научних часописа, који се баве питањима наставне праксе.

Пожељно је јачати сарадњу између школа, високошколских и научноистраживачких институција, стручних друштава и других релевантних актера у циљу прикупљања и размене знања која могу допринети унапређивању математичког образовања.

10.5 Праћење развоја дигиталних технологија и вештачке интелигенције

Развој вештачке интелигенције доноси нове могућности и изазове за наставу математике. Пожељно је подстицати развој наставних материјала, примера добре праксе и истраживања која се односе на испитивање ефеката коришћења система заснованих на вештачкој интелигенцији у учењу, настави и вредновању математике уз критичко сагледавање њихових могућности и ограничења и поштовање оквира одговорне и педагошки оправдане употребе вештачке интелигенције.

10.6 Развијање културе математичке писмености

Развој математичке писмености не зависи искључиво од наставе математике, већ и од ширег друштвеног окружења у коме ученици одрастају и уче. Због тога је важно подржавати активности које доприносе разумевању улоге математике у савременом друштву, критичком коришћењу података и информација, одговорном доношењу одлука и препознавању значаја математичког мишљења и његовом коришћењу у различитим областима живота и рада.

Развој математичке писмености треба посматрати као континуиран процес који се гради на базичним математичким знањима и прилагођава променама у образовању, науци, технологији и друштву. Због тога овај документ не представља завршен оквир, већ основу за даље стручно разматрање, унапређивање наставне праксе и заједнички рад на развоју математичког образовања.

Унапређивање математичке писмености није искључиво одговорност наставника и школа. Значајну улогу имају и државне институције, стручна друштва, високошколске установе и сви који учествују у креирању и спровођењу образовне политике. Обезбеђивање адекватних услова за учење, подршка професионалном развоју наставника, развој наставних материјала и континуирано праћење квалитета образовања представљају важне предуслове за унапређивање математичке писмености. Истраживања указују на постојање повезаности између улагања у образовање и образовних постигнућа ученика, посебно у образовним системима чија су улагања испод просека развијених земаља. Због тога развој математичке писмености треба посматрати као један од стратешких приоритета образовне политике и дугорочног развоја образовања.

10.7 Даља разрада и примена Оквир

Овај документ поставља заједничка полазишта за развој математичке писмености у Републици Србији. Његова даља разрада и подршка примени у наставној пракси оствариваће се кроз едицију *Библиотека за наставу математике*, која ће обухватити стручно рецензиране тематске свеске посвећене појединим математичким идејама, концептима и аспектима математичке писмености. Свеске ће садржати примере наставних активности, методичка решења, задатке, моделе вредновања, примере добре наставне праксе, препоруке за коришћење дигиталних технологија и друге материјале намењене наставницима математике и учитељима.

Тематске свеске биће непосредно повезане са Оквиром, стандардима образовних постигнућа, наставним програмима и специфичним предметним компетенцијама. Њихов циљ је да наставницима пружи конкретну подршку у планирању, реализацији и вредновању наставе усмерене ка развоју математичке писмености, уз истовремено повезивање научних сазнања, методичких приступа и наставне праксе.

На тај начин Оквир за развој и вредновање математичке писмености и едиција *Библиотека за наставу математике* чине јединствен систем подршке развоју математичке писмености, повезујући стандарде образовних постигнућа, наставну праксу, професионални развој наставника и истраживања у области математичког образовања.

Литература

Национални прописи и стратешки документи

1. Закон о основама система образовања и васпитања. *Службени гласник Републике Србије* бр. 88/2017, 27/2018 – др. закон, 10/2019, 6/2020, 129/2021, 92/2023 и 19/2025
2. Министарство просвете Републике Србије. (2024). Правилник о стандардима образовних постигнућа за крај првог циклуса основног образовања и васпитања и за крај основног образовања. *Службени гласник Републике Србије*, бр. 104/2024.
3. Министарство просвете Републике Србије. (2024). Правилник о стандардима образовних постигнућа за крај средњег образовања и васпитања. *Службени гласник Републике Србије*, бр. 103/2024.
4. Министарство просвете Републике Србије. (2024). Правилник о оцењивању ученика у основном образовању и васпитању. *Службени гласник Републике Србије*, бр. 10/2024.
5. Министарство просвете Републике Србије. (2024). Правилник о оцењивању ученика у средњем образовању и васпитању. *Службени гласник Републике Србије*, бр. 10/2024.
6. Министарство просвете Републике Србије. Планови и програми наставе и учења за основно и средње образовање.

Међународни оквири и истраживања

7. OECD. (2023). *PISA 2022 Assessment and Analytical Framework*. Paris: OECD Publishing.
8. OECD. (2023). *PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education*. Paris: OECD Publishing.
9. Mullis, I. V. S., Martin, M. O., von Davier, M., et al. (Eds.). (2023). *TIMSS 2023 Assessment Frameworks*. Boston College.
10. Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science*. Boston College.
11. OECD. (2019). *PISA 2021 Mathematics Framework* (објављен у оквиру припреме PISA 2022).
12. Национални центар за TIMSS. TIMSS 2023 – Национални извештај за Републику Србију.
13. Национални PISA тим. PISA 2022 – Национални извештај за Републику Србију.
14. Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања. Извештаји о завршном испиту (последња доступна издања).

Математичка писменост и математичко образовање

15. Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.
16. Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. National Academy Press.
17. National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*.
18. Niss, M., & Højgaard, T. (Eds.). (2011). *Competencies and Mathematical Learning: Ideas and Inspiration for the Development of Mathematics Teaching and Learning in Denmark*. Roskilde: IMFUFA, Roskilde University.
19. Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical Competencies Revisited. *Mathematical competencies revisited. Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9–28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>
20. Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically. У: D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*.

21. Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20–26.

Вредновање и професионални развој наставника

23. Black, P., & Wiliam, D. (1998). Assessment and classroom learning. *Assessment in Education*, 5(1), 7–74.
24. Hattie, J. (2009). *Visible Learning*. Routledge.
25. Wiliam, D. (2011). *Embedded Formative Assessment*. Solution Tree Press.

Дигиталне технологије

26. UNESCO. (2023). *Guidance for Generative AI in Education and Research*.

Корисни ресурси за наставнике математике

Следећи ресурси могу послужити наставницима као подршка у планирању наставе, вредновању, професионалном усавршавању и развоју математичке писмености ученика.

Националне институције

Министарство просвете Републике Србије

Званични прописи, наставни програми, правилници и стратешка документа из области образовања.

Завод за унапређивање образовања и васпитања (ЗУОВ)

Наставни програми, каталози стручног усавршавања, примери добре наставне праксе и друга стручна подршка наставницима.

Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања (ЗВКОВ)

Стандарди образовних постигнућа, Национална и међународна истраживања (TIMSS, PISA), извештаји о завршном испиту, примери задатака и анализа постигнућа ученика.

Друштво математичара Србије

Друштво математичара Србије

Стручно друштво које окупља наставнике, истраживаче и математичаре. Организује државне семинаре, конференције, летње школе, такмичења, издаје стручне публикације и активно подржава професионални развој наставника.

Математички лист

Часопис намењен ученицима основне школе који садржи занимљиве текстове, задатке различитих нивоа, конкурсне задатке, материјале за наставнике и архиву претходних бројева.

Тангента

Популарно-стручни часопис који доноси занимљиве математичке теме, историјске приказе, задатке и прилоге намењене наставницима и ученицима.

Настава математике

Стручни часопис Друштва математичара Србије намењен наставницима и истраживачима, који објављује радове из методике наставе математике, примере добре праксе и резултате истраживања.

Финансијска писменост

Бесплатни дигитални материјали за наставнике и ученике који повезују математичке садржаје са свакодневним финансијским ситуацијама (камата, инфлација, курсеви, буџетирање, проценти и др.).

Међународни ресурси

OECD – PISA

Оквири вредновања, извештаји, примери задатака и аналитички материјали који се односе на математичку писменост.

[TIMSS & PIRLS International Study Center](#)

Оквири TIMSS истраживања, међународни извештаји, ослобођени задаци и пратећи наставни материјали.

[UNESCO – Education and Artificial Intelligence](#)

Смернице за одговорну и педагошки оправдану употребу вештачке интелигенције у образовању.

Дигитални алати за наставу математике

[GeoGebra](#)

Бесплатан софтвер за динамичку геометрију, алгебру, анализу, статистику и визуелизацију математичких појмова.

[Wolfram Alpha](#)

Алат за симболичка израчунавања, проверу решења и истраживање математичких проблема.

[Desmos](#)

Графички калкулатор и дигиталне активности за наставу функција, графика и моделирања.

[PhET Interactive Simulations](#)

Бесплатне интерактивне симулације за математику, физику и друге природне науке.

Алати засновани на вештачкој интелигенцији

[ChatGPT](#)

Може послужити као подршка у припреми наставе, креирању задатака, објашњењу математичких појмова и анализи ученичких решења. Потребно је критички процењивати добијене одговоре.

[Microsoft Copilot](#)

Подршка у претраживању информација, припреми наставних материјала и планирању наставе.

[Google Gemini](#)

Алат који може помоћи у припреми наставе и истраживању различитих приступа решавању математичких проблема, уз обавезну проверу тачности добијених резултата.