Matematičko takmičenje „Kengur bez granica“ 2026.

11-12. razred

Zadaci koji vrede 3 poena

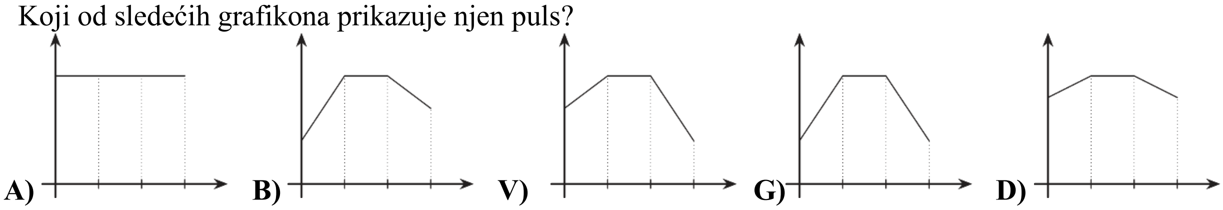
1. Trougao ima stranice celobrojnih dužina. Jedna stranica je dužine 9, a druga dužine 1. Kolika je dužina treće stranice trougla?

A) 5 **B)** 7 **V)** 9 **G)** 11 **D)** 13

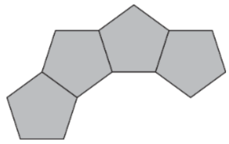
2. Tokom tridesetominutnog trčanja, Majin pametni sat beleži sledeći izveštaj.

- U prvih deset minuta, njen puls je rastao za 4 otkucaja u minuti, svakog minuta.
- U sledećih deset minuta, njen puls je bio konstantan.
- U poslednjih deset minuta, njen puls je opadao za 2 otkucaja u minuti, svakog minuta.

Koji od sledećih grafikona prikazuje njen puls?

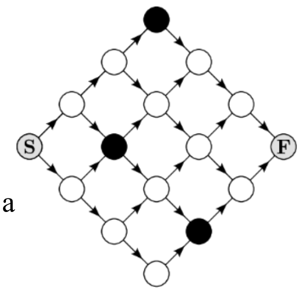


3. Pločice u obliku pravilnog petougla su raspoređene jedna pored druge, tako da dva susedna petougla imaju po jednu zajedničku stranicu. Na taj način pločice formiraju prsten. Na slici desno prikazane su četiri takve pločice. Koliko je pločica u čitavom prstenu?



A) 10 **B)** 11 **V)** 12 **G)** 14 **D)** 15

4. Milica želi da prošeta od polja S do polja F. Ona može da hoda samo duž označenih staza i samo u smerovima koje pokazuju strelice. Takođe, mora da izbegava crno kamenje. Na koliko različitih načina Milica može da dođe iz polja S do polja F?



A) 5 **B)** 6 **V)** 7 **G)** 8 **D)** 9

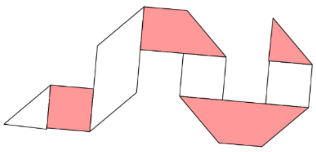
5. Koji je najveći mogući stepen koji se može dobiti postavljanjem cifara 2, 0, 2 i 6 u četiri prazna polja u izrazu $(\square+\square)^{(\square-\square)}$?

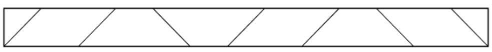
A) 2^4 **B)** 2^6 **V)** 2^8 **G)** 2^{10} **D)** 2^{12}

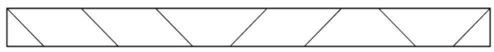
6. Prodavnica ima sledeću akciju: ako kupite tri artikla, dobićete najjeftiniji artikal besplatno. Cene čarapa su 2,90; 3,10; 3,50; 4,30; 4,60 i 4,90 evra. Julija je kupila svaki od šest pari čarapa po različitoj ceni i za svaka dva plaćena para dobila je po jedan par čarapa besplatno. Kolika je maksimalna ukupna vrednost dva para čarapa koje Julija može da dobije besplatno?

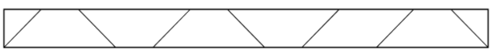
A) 6,60 evra **B)** 7,20 evra **V)** 7,40 evra **G)** 7,70 evra **D)** 8, 10 evra

7. Aca je napravio sedam prevoja na traci papira koja ima belu i obojenu stranu, kao što je prikazano na slici. Zatim je razvio papir. Kako izgleda bela strana papira nakon razvijanja?

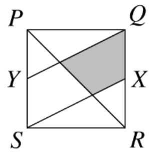


A) 
B) 

V) 
G) 

D) 

8. Na slici desno dat je kvadrat $PQRS$. Tačke X i Y predstavljaju središta stranica QR i PS, redom. Koji deo kvadrata je osenčen?



A) $\frac{1}{8}$ **B)** $\frac{1}{6}$ **V)** $\frac{1}{5}$ **G)** $\frac{1}{4}$ **D)** $\frac{1}{3}$

9. Hotel ima devet praznih soba. Sve sobe su trokrevetne ili četvorokrevetne. Grupa od 30 ljudi će odsesti u hotelu i popuniti sve kapacitete hotela. Koliko je četvorokrevetnih soba u hotelu?

A) 1 **B)** 2 **V)** 3 **G)** 4 **D)** 5

10. Koliko ima trocifrenih brojeva, $\overline{abc}$, takvih da je $a = \left(\frac{b}{c}\right)^2$, pri čemu cifre a, b i c ne moraju biti različite?

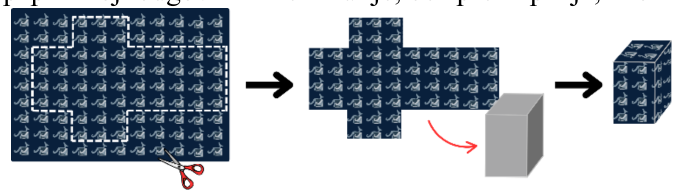
A) 4 **B)** 8 **V)** 9 **G)** 10 **D)** 16

Zadaci koji vrede 4 poena

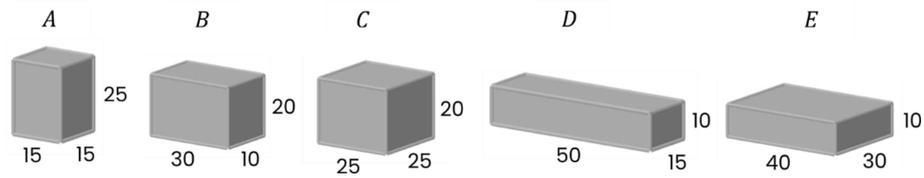
11. Broj $\underbrace{333\ldots3}_{2026}$ je podeljen brojem 33. Koji je zbir cifara dobijenog količnika?

A) 1111 **B)** 2025 **V)** 2026 **G)**3039 **D)** ništa od navedenog

12. Luka pakuje prijateljima poklone koristeći ukrasni papir dimenzija 80 cm × 60 cm. Da bi upakovao poklon odseca onaj deo papira koji odgovara mreži kutije, bez preklapanja, kao na slici.



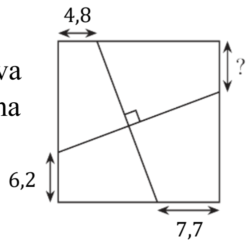
Dimenzije kutija poklona za prijatelje A, B, C, D E, u centimetrima, date su na slici ispod.



Poklon za kog prijatelja Luka ne može da upakuje na ovaj način?

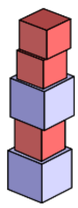
A) A **B)** B **V)** C **G)** D **D)** E

13. Na slici desno prikazan je kvadrat, dve međusobno normalne duži i dužine delova tri stranice kvadrata. Kolika je dužina dela četvrte stranice kvadrata označena upitnikom?



A) 5,6 **B)** 5,9 **V)** 6,1 **G)** 6,3 **D)** 6,6

14. Želimo da napravimo kulu od dve vrste kockastih blokova. Jedna vrsta blokova visoka je 5 cm, a druga 4 cm. Imamo neograničeno blokova svake vrste na raspolaganju. Koja dužina predstavlja najveći ceo broj centimetara koji ne može biti visina te kule?



A) 7 cm **B)** 11 cm **V)** 17 cm **G)** 37 cm **D)** 101 cm

15. Koji je zbir cifara broja dobijenog množenjem brojeva 2026 i $\underbrace{999\ldots9}_{2026}$?

A) 18342 **B)** 18423 **V)** 18432 **G)** 18234 **D)** 18243

16. Pet figura se nalazi između dve paralelne prave kao na slici.

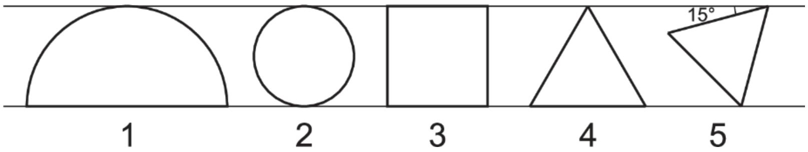
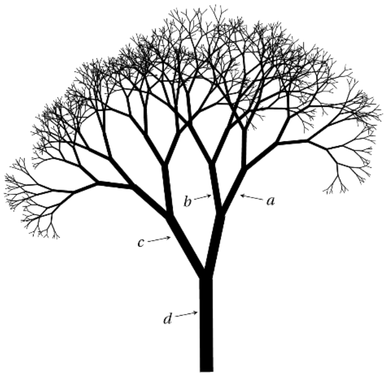


Figura 1 je polukrug; 2 je krug; 3 je kvadrat; 4 i 5 su jednakostranični trouglovi. Površine figura su označene sa S_1, S_2, S_3, S_4 i S_5, redom. Koja je od sledećih nejednakosti tačna?

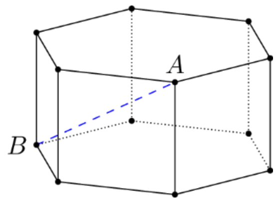
A) $S_1 > S_2 > S_3 > S_4 > S_5$ **B)** $S_1 > S_4 > S_3 > S_2 > S_5$ **V)** $S_1 > S_3 > S_2 > S_4 > S_5$
G) $S_1 > S_3 > S_4 > S_2 > S_5$ **D)** $S_1 > S_3 > S_2 > S_5 > S_4$

17. Gde god se drvo grana na dve grane, ukupna površina poprečnih preseka dve nove grane jednaka je površini poprečnog preseka stare grane. Poprečni preseci grana a, b, c i d su krugovi prečnika 1 cm, 4 cm, 8 cm i x cm, redom. Koliko iznosi x?



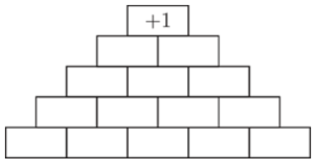
A) 9 **B)** 10 **V)** 11
G) 12 **D)** 13

18. Na slici je data jednakoivična šestostrana prizma čije su sve ivice jedinične dužine. Kolika je dužina duži AB?



A) $\sqrt{2}$ **B)** $\sqrt{3}$ **V)** $\sqrt{4}$ **G)** $\sqrt{5}$ **D)** $\sqrt{6}$

19. Ana želi da popuni prikazanu piramidu odozdo na gore brojevima -1 i $+1$ tako da svaki broj, osim onih u donjem redu, bude jednak proizvodu dva broja koji se nalaze direktno ispod njega. Na kraju, broj na vrhu piramide mora biti $+1$. Na koliko načina Ana to može da uradi?



A) 8 **B)** 16 **V)** 18 **G)** 20 **D)** 32

20. Šest prijatelja večera u restoranu za okruglim stolom. Jedan od njih je predložio da dođu drugog dana i sednu za isti sto, ali tako da on sedne na isto mesto kao prvog dana, a da prijatelji koji su prvog dana sedeli jedno pored drugog, drugog dana ne sede, računajući i prijatelje koji su sedeli pored njega prvog dana. Na koliko načina oni mogu da sednu za sto drugog dana?

A) 1 **B)** 2 **V)** 3 **G)** 6 **D)** 12

Zadaci koji vrede 5 poena

21. Prirodni brojevi $1, 2, \dots, 40$ su napisani na tabli. David izvodi 39 operacija nad ovim brojevima. Za k-tu operaciju važi:

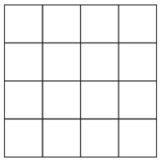
- ako k nije umnožak broja 7, on briše bilo koja dva broja a, b i zapisuje broj $a + b - 1$;
- ako je k umnožak broja 7, on briše bilo koja dva broja a, b i zapisuje broj $a + b + 5$.

Koji broj će ostati na kraju napisan na tabli?

A) 781 **B)** 801 **V)** 811 **G)** 819 **D)** 821

22. Realni brojevi a i b su takvi da je $9^a = 11^b = 9801$. Kolika je vrednost zbira $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$?

A) $\frac{1}{2}$ **B)** $\frac{3}{4}$ **V)** 1 **G)** 2 **D)** 3



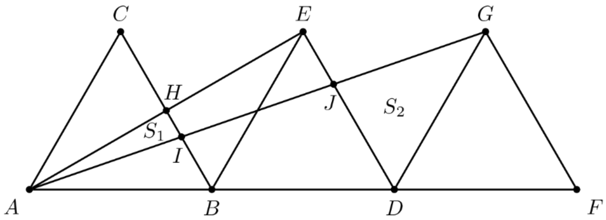
23. Aca ima kartonsku mrežu 4×4 sastavljenu od 16 kvadrata. On želi da makazama preseče mrežu nekoliko puta tako da preseče svaki kvadrat. Koji je najmanji broj rezova koji mora da napravi?

A) 2 **B)** 3 **V)** 4 **G)** 5 **D)** 6

24. Zbir 15 uzastopnih prirodnih brojeva jednak je zbiru sledećih 9 prirodnih brojeva. Najmanji od ova 24 broja je broj

A) 10 **B)** 11 **V)** 12 **G)** 13 **D)** 14

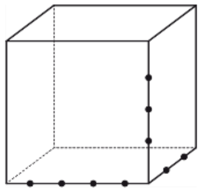
25. Na slici su prikazana tri podudarna jednakostranična trougla ABC, BDE i DFG. Označimo površinu $\triangle\, AHI$ sa S_1, a površinu $\triangle\, DGJ$ sa S_2. Koliki je odnos površina S_1 i S_2?



A) $1:3$ **B)** $1:4$ **V)** $1:5$ **G)** $2:3$ **D)** $3:5$

26. Realna funkcija f ima sledeća svojstva. Za svaki realan broj x važi: $f(x+10) = f(x)$; $f(6-x) = -f(x)$; $f(27) = 9$. Kolika je vrednost zbira $f(9) + f(13)$?

A) -27 **B)** -9 **V)** -3 **G)** 3 **D)** 9

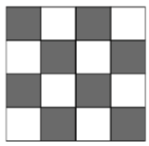


27. Na susednim ivicama kocke odabrano je 9 tačaka, kao na slici desno. Koliko trostranih piramida ima sva temena u nekima od ovih 9 tačaka?

A) 24 **B)** 36 **V)** 48 **G)** 60 **D)** 72

28. Neka je za prirodan broj n sa a_n označen najveći ceo broj manji ili jednak od $\sqrt{n}$. Vrednost izraza $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \cdots + a_{2025} - a_{2026}$ je

A) 0 **B)** 2026 **V)** -2026 **G)** 22 **D)** -22



29. Na tabli 4×4, obojenoj kao što je prikazano, želimo da sve kvadrate učinimo belim tako što ćemo više puta izvoditi sledeću operaciju: izabraćemo bilo koja 4 kvadrata koja čine kvadrat 2×2 i promeniti boju svakog kvadrata. Koliki je minimalan broj izvršavanja ove operacije nakon čega će svi kvadrati biti bele boje

A) 4 **B)** 6 **V)** 8 **G)** 16 **D)** Ovo nije moguće uraditi.

30. Za broj $x > 0$ definisan je $\sqrt[\triangle]{x}$ - trougaoni koren iz x sa $\sqrt[\triangle]{x} = s > 0$, pri čemu je $\frac{s(s+1)}{2} = x$. Tada je $\sqrt[\triangle]{4x - \sqrt[\triangle]{x}}$ jednako

A) $2\sqrt[\triangle]{x}$ **B)** $4\sqrt[\triangle]{x} - 1$ **V)** $3\sqrt[\triangle]{x}$ **G)** $\sqrt[\triangle]{x^2 + x}$ **D)** $\sqrt[\triangle]{x^2}$

Zadaci: „Kangaroo Meeting 2025“, Istanbul, Turska
Organizator takmičenja: Društvo matematičara Srbije
Prevod: Nemanja Vučićević, Jelena Stevanić, Teodora Ljujić, doc. dr Aleksandar Milenković
Recenzent: prof. dr Zoran Kadelburg