

Министарство просвете Републике Србије
Друштво математичара Србије

ИЗБОРНО ТАКМИЧЕЊЕ ЗА ИМО - 2026

20. мај 2026. године

Први дан

1. Низ $\{a_{i,j}\}_{i,j \in \mathbb{N}}$ дефинисан је условима $a_{1,1} = 1$ и

$$a_{n,m} = \sum_{\substack{k|n, l|m \\ (k,l) \neq (n,m)}} a_{k,l}.$$

Доказати да за свака два природна броја m и n постоји природан број t такав да је $a_{n,m} = a_{1,t}$.

2. Наћи све ограничене низове $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ природних бројева такве да за све $m, n \in \mathbb{N}$ постоји јединствен цео број i , $0 \leq i \leq n-1$, такав да $n \mid a_m + \dots + a_{m+i}$.

3. Дат је оштроугли троугао ABC са висинама AD , BE и CF , као и са ортоцентром H . Кружница конструисана над дужи AC као над пречником сече висину BE , у спољашњости троугла ABC , у тачки K . Слично, кружница конструисана над дужи AB као над пречником сече висину CF , у спољашњости троугла ABC , у тачки L . Кружница описана око троугла DKL сече праву BC , још једном, у тачки G . Показати да је права BC тангента на описану кружницу троугла GEF .

Предвиђено време за израду задатака је 270 минута.

Сваки задатак вреди 7 бодова.

Решења задатака детаљно образложити.