Министарство просвете Републике Србије
Друштво математичара Србије

ИЗБОРНО ТАКМИЧЕЊЕ ЗА ИМО - 2026

21. мај 2026. године

Други дан

4. Дат је чертвороугао $ABCD$, који је уписан у кружницу Ω. Тачка E је на кружници Ω, тако да је $AE = AD$. Пресек правих BE и CD је тачка F. Права AF сече кружницу Ω, још једном, у тачки G, а права паралелна са правом DE и која садржи тачку F сече праву BC у тачки H. Доказати да права GH тангира кружницу Ω.

5. Маја и Коста играју следећу игру. Испред њих се налази $2n$ рупа у реду, нумерисаних бројевима од 1 до $2n$, редом слева удесно. На почетку се у свакој рупи која је обележена непарним бројем налази лешник, док су све остале рупе празне. У једном потезу, играч помера лешник из неке рупе са бројем x у неку празну рупу са бројем y такву да је $y > x$. Играчи играју наизменично, а губитник је онај који не може да одигра потез. Ако Маја игра прва, у зависности од броја n одредити ко има победничку стратегију.

6. За цео број x дефинишемо $rad(x)$ као производ свих различитих простих делилаца броја x, при чему је $rad(0) = 0$ и $rad(1) = rad(-1) = 1$. Претпоставимо да за неконстантан моничан полином P, са целобројним коефицијентима, важи $rad(P(n)) \mid P(n^n)$, за сваки природан број n. Одредити све вредности које број $P(0)$ може достићи.

Предвиђено време за израду задатака је 270 минута.
Сваки задатак вреди 7 бодова.
Решења задатака детаљно образложити.