Министарство просвете Републике Србије
Друштво математичара Србије

19. СРПСКА МАТЕМАТИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

7. и 8. април 2026. године

- ОДГОВОРИ НА ПРИГОВОРЕ -

ЗАДАТАК 1:

Шифра B044: Жалба се одбија. Пише да, пошто је $a_1, 2a_2, \ldots, 2026a_{2026}$ потпун систем остатака $\pmod{2026}$ онда је $a_1 + ... + 2026a_{2026}$ паран број. Међутим 1013 нема "парњака", а сви остали остаци могу се поделити у парове са сумом 2026, па је збир непаран

Шифра B073: Жалба се усваја. 7 поена.

Шифра B009: Жалба се делимично усваја, додаје се 1 поен. Не можемо прегледати прецртане радове.

Шифра B002: Жалба се делимично усваја, додаје се 1 поен на доказ да не може 2026 (дали доказ да је $\pi(1013) = 1013$) и два поена на скоро пермутацију (укупно 3 поена)

Шифра B035: Жалба се делимично усваја, додаје се 1 поен.

Шифра B059: Жалба се усваја. Додат је један поен.

Шифра B036: Жалба се одбија . Доказ за 2026 носи 2 поена, а наведени покушај за 2025 вреди 1 поен.

Шифра B041: Жалба се одбија, Чињеница да се парни сликају у парне а непарни у непране не вреди поене.

Шифра B039: Жалба се одбија. Поен је одузет за ставку 2) јер те пермутације нису експлицитно конструисане

Шифра B058: Жалба се делимично усваја, додају се 2 поена. Конструисана је "скоро пермутација" за 1013. Доказ да не може 2026 није прихватљив, аргумент са Вилсоновом теоремом није комплетан јер фали да се непарни сликају у непарне. Тачка 3) из маркинг шеме се не може бодовати из онога што је написано јер уопште није написана у покушају конструкције за 2025.

Шифра B044: Жалба одбија. Чињеница да парни иду у парне и непарни у непарне не носи поене.

Шифра B037: Жалба се делимично усваја, додаје се 1 поен за ставку 3) из маркинг шеме, остатак доказа није коректан.

Шифра B055: Жалба се делимично усваја, шифтовање ради за +506 али није написано експлицитно те није за максималан број поена..

ЗАДАТАК 2:

Шифра B058: Жалба се усваја. Додаје се један поен.

ЗАДАТАК 3:

Шифра B059: Жалба се усваја. Додаје се један поен.

Шифра B046: Жалба се делимично усваја. Додаје се један поен. Доказ за постојање путева је некомплетан. Доказ доње границе није исправан, с обзиром на то да је могуће да ни са једне стране посматраног пута није $(2n-2)$-тоугао.

Шифра B008: Жалба се делимично усваја. Додаје се један поен. Појам ,,раскрштања" није објашњен и није доказано да се конфигурације где се свака два пута секу тачно једном имају исти број тачака.

Шифра B018: Жалба се делимично усваја. Додају се два поена.

Шифра B040: Жалба се одбија. Индуктивни корак није адекватно објашњен.

ЗАДАТАК 4:

Шифра B041: Жалба се одбија. Ниједна од наведених констатација не води ка доказу да је граф који омогућава Маји да испуни циљ "изоморфан" са оним из решења (видети Маркинг шему). Описана стратегија би водила ка конструкцији графа, али недостаје опис тога како треба повезати $A_2 - A_3$ и A_1 са остатком графа. Најлакши начин да се то комплетира користи регуларност, што није доказано у раду. Нисмо пронашли где је "ротирање" поменуто, али то би водило ка пребројавању одговарајућих графова, што не доноси додатне поене.

Шифра B042: Жалба се одбија. Констатовано је да постоји једнак број улазних и излазних грана, али није доказано.

Шифра B009: Жалба се одбија. Регуларност је доказана, и за то су дати поени, али то је само потребан, а не и довољан услов за тражени граф.

Шифра B036: Жалба се одбија. Граф који се индуктивно конструише није регуларан, што је неопходно за валидну конструкцију (видети решење).

Шифра B058: Жалба се делимично усваја. Додаје се 1 поен, и то за чињеницу да уколико је чвор B валидан Мајин одговор на Костин потез бирања чвора A, тада за сваки чвор $C \neq A, B$ важи да чвор C побеђује тачно један од чворова A и B. Што се тиче индуктивног решења које користи додавање по два чвора, како би даљи поени били додељени, било је неопходно прецизно навести тврђење индукције, или доказати неке од осталих релевантних ставки из Маркинг шеме за постојеће решење.

Шифра B018: Жалба се одбија. Доказано је у раду да граф мора бити регуларан и показан је један пример графа који омогућава Маји да испуни свој циљ. Ово по Маркинг шеми вреди 3 поена. Нажалост, постоје регуларни графови другачији од оног описаног у раду. Један пример таквог графа за $n = 7$ дат је са: чворови: a, b, c, V, A, B, C, гране: $a, b, c \to V \to A, B, C$; $A \to B \to C \to A$; $a \to b \to c \to a$; $A \to b, c$; $B \to a, c$; $C \to a, b$; $a \to A$; $b \to B$; $c \to C$.

Шифра B044: Жалба се одбија. У раду је наведена исправна конструкција, али није формално доказано да она заиста и ради. У покушају индукције није разматрано где у мањем графу се додају нове тачке, па ово свакако није велики напредак ка исправном доказу (да би се очувао описани облик конструкције, нове тачке се морају додати на тачно одређеним местима). Стога, урађено по Маркинг шеми вреди 1 поен.

Шифра B004: Жалба се одбија. У решењу, пре свега, недостају докази следеће три ствари: (1) Није доказано да две различите тачке не могу имати исту специјалну. Стога, не занмо да граф $X \leftarrow Spec(X)$ унија циклуса. (2) Када бисмо знали да је граф из претходне реченице унија циклуса, онда бисмо знали да постоји непаран циклус, те би аргумент из решења показао да је тај циклус цео граф (3) Коначно, чак и када бисмо имали да је граф $X \leftarrow Spec(X)$ један циклус, почетни турнир није још увек одређен аргументима из решења. Треба још приметити да тај циклус форсира усмерања свих стрелица у почетном турниру из једне тачке. На крају, није доказано да пример испуњава услове задатка.

Шифра B**046:** Жалба се одбија, превише тврђења није доказано нити оправдано да би се повећао број поена.

<u>ЗАДАТАК 5:</u>

Шифра B**044:** Приговор се одбија. И скреч је био прегледан, нема значајних закључака.

Шифра B**037:** Приговор се одбија. Наведени закључци нису исправно доказани или нису корисни.

Шифра B**002:** Приговор се одбија. У раду није посматран случај инјективности нити посебно случај када f није инјективна. Оно што је у задатку урађено, по маркинг шеми, вреди 0 поена.

Шифра B**057:** Приговор се одбија. Случај када је f ињективна функција није разматран. Оно што је у задатку урађено, по маркинг шеми, вреди 0 поена.

Шифра B**004:** Приговор се одбија. У првом случају (када f није инјективна) крајњи закључак је да, када важи $f(a) = f(b)$, онда важи $f(ka) = f(kb)$ **или** $f(ka) = f(kb) = f(a^2)$, али случај $f(ka) = f(kb) = f(a^2)$ нигде није искључен. У случају када је f инјективна постоје два пропуста; недостаје доказ да су сви $g(x)$ баш c, а не $1/c$ (рећи да нешто "јасно" важи није исто као и то доказати), и након што се пронађе облик који f мора да има ($f(x) = \frac{x^n}{2^{n-1}}$), у доказу да је $n = 1$ се користи да је н природан, иако је n реалан број.

Шифра B**036:** Приговор се делимично усваја. Додаје се 1 поен. Када су две апсолутне вредности једнаке, не морају увек вредности да буду исте или увек да буду супротне. За случај када јесу увек исте, наведена функција $g(x)$ може да води ка решењу (иако би касније требало да се користи $g(x) - g(0)$, а не $g(x) + g(0)$), али недостају аргументи за Кошијеву (као што би, на пример, била ограниченост). У провери тог случаја такође има грешака.

Шифра B**058:** Приговор се одбија. У неинјективном случају јесте доказано да је $f(x) \geq 2$, али, осим тога, ништа. У инјективном случају нису доказани ни мултипликативност ни адитивност.

Шифра B**002:** Приговор се одбија. Закључак наведен у жалби није доказан, оно што је показано по маркинг шеми вреди 0.

Шифра B**042:** Приговор се одбија. Мултипликативност је изведена из претпоставке да f није константна, а не да је инјективна. У доказивању релације за збир одабран је један случај, док је други искључен без аргумената.

Шифра B**041:** Приговор се одбија. Наведени помаци не вреде поене. Случајеви када је f инјекција и када није нису разматрани.

Шифра B**056:** Приговор се одбија. Наведени помаци не вреде поене.

Шифра B**018:** Приговор се одбија. Разматран је случај када је f константна (тј. када је $f(\frac{y^2}{x_2}) = f(x_2)$ за све $y, x_2 \in \mathbb{R}^+$) и закључено је да је једини преостали случај када је $f(\frac{y^2}{x_2})f(x_2) = f(y)^2$ за све $y, x_2 \in \mathbb{R}^+$, што није тачно. По маркинг шеми, то не носи поене.

Шифра B055: Приговор се одбија. Један поен и јесте додељен за мултипликативност у инјективном случају. Доказ са бесконачним низом бројева који се сликају у 2 није тачан.

<u>ЗАДАТАК 6:</u>

Шифра B058: Жалба се усваја. Додаје се 1 поен.