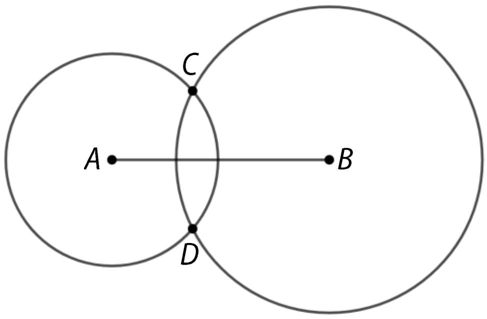
МАТЕМАТИЧКИ ЛИСТ 2025/26. бр. LIX-2

РЕЗУЛТАТИ, УПУТСТВА ИЛИ РЕШЕЊА ЗАДАТАКА ИЗ РУБРИКЕ ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

III разред

1. а) 1000; б) 606; в) 350; г) 888; д) 3; ђ) 40; е) 200; ж) 243.

2.



3. а) 600; б) 580; в) 560; г) 396; д) 300; ђ) 78; е) 50; ж) 324.

4.

+	357	209	98
223	580	432	**321**
576	933	**785**	**674**
619	**976**	**828**	**717**

5. а) 249 + **751** = 1000; б) 758 + **174** = 932; в) 937 – **437** = 500; г) 921 – **635** = 286.

6.

·	5	8	7
120	**600**	960	**840**
89	**445**	**712**	623
122	**610**	**976**	**854**

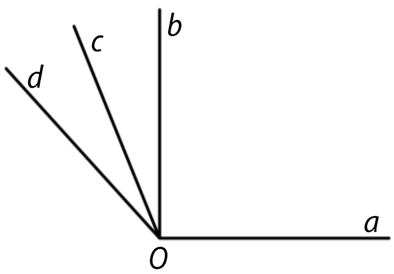
7. а) 5 оштрих и 4 тупа угла; б) Један прав и 2 оштра угла; в) 2 права, 1 оштар и 1 туп угао; г) 7 оштрих, 4 тупа и 2 права угла; д) Један прав, 2 оштра и 2 тупа угла.

8. а) 245; б) 667; в) 467; г) 42.

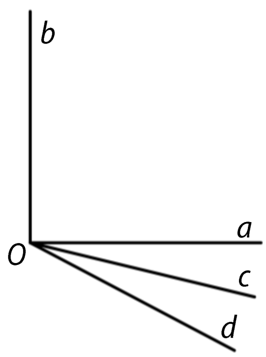
9. Најмањи број десете стотине је 901, а највећи непаран број шесте стотине је 599. Тражени број је 901 – 599 = 302.

10. Трећој стотини припадају на пример 240 = 720 : 3 и 300 = 900 : 3, а четвртој стотини припадају на пример 310 = 930 : 3 и 320 = 960 : 3.

11. а)



б)



12. Парови међусобно паралелних правих су *AE* || *GF*, *AE* || *DC*, *DC* || *GF*, *AD* || *BC*, *AD* || *EF* и *BC* || *EF*. Парови међусобно нормалних правих су $AE \perp AD$, $AE \perp BC$, $AE \perp EF$, $AD \perp GF$, $BC \perp GF$, $GF \perp EF$, $DC \perp AD$, $DC \perp BC$ и $DC \perp EF$.

Контролна вежба – 15 минута

Сабирање и одузимање до 1000

1. а) 395; б) 834; в) 789; г) 810; д) 378; ђ) 354.

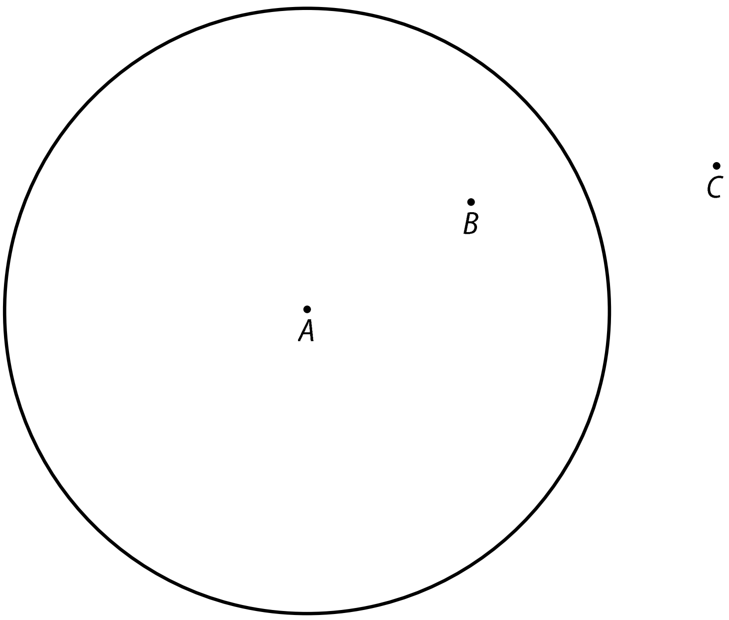
2. а) 555 + 278 = 833; б) 777 – 579 = 198.

3. Они заједно имају 648 + (648 – 339) = 648 + 309 = 957 динара.

Контролна вежба – 15 минута

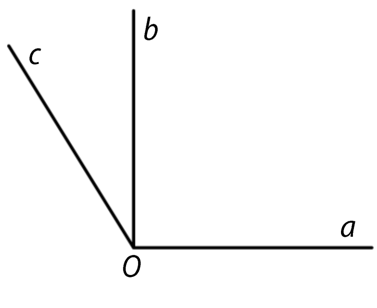
Круг, угао, паралелне и нормалне праве

1.



2. а) Међусобно нормалне су праве *c* и *d*.
б) Међусобно паралелне су праве *a* и *b*.

3.



Контролна вежба – 15 минута

Множење и дељење двоцифреног и троцифреног броја

1. а) 350; б) 800; в) 370; г) 682; д) 200; ђ) 70; е) 30; ж) 221.

2. а) 932; б) 81; в) 936.

3. (746 + 139) : (234 – 229) = 885 : 5 = 177.

Задаци за додатни рад

1. Радован је замислио број $100 \cdot 8 - 276 = 800 - 276 = 524$.

2. *Први начин*. Како је $ВВ \cdot В$ троцифрен број то је $В > 3$, па се множењем долази да је једно решење $55 \cdot 5 = 275$ то јест да је $А = 2$, $Б = 7$ и $В = 5$ и друго решење $66 \cdot 6 = 396$ то јест да је $А = 3$, $Б = 9$ и $В = 6$.

Други начин. Цифра јединица производа $В \cdot В$ мора да буде $В$. Тај услов задовољавају једино бројеви 1 ($1 \cdot 1 = 1$), 5 ($5 \cdot 5 = 25$) и 6 ($6 \cdot 6 = 36$). Очигледно $В = 1$ није решење, па је једно решење $55 \cdot 5 = 275$ то јест да је $А = 2$, $Б = 7$ и $В = 5$ и друго решење $66 \cdot 6 = 396$ то јест да је $А = 3$, $Б = 9$ и $В = 6$.

3. Најмањи могући број деце у породици Поповић је пет, то јест у тој породици су најмање 3 ћерке и најмање 2 сина.

IV разред

1. а) 43048; б) 12432; в) 115; г) 32483.

2. $O = 852$ cm.

3. $P = 13973$ cm^2.

4. $2002 \cdot 9 + 2025 : 15 = 18018 + 135 = 18153$.

5.

318	:	**3**	=	**106**
·		·		·
18	:	3	=	6
=		=		=
5724	:	9	=	636

6. $P = 2788$ cm^2.

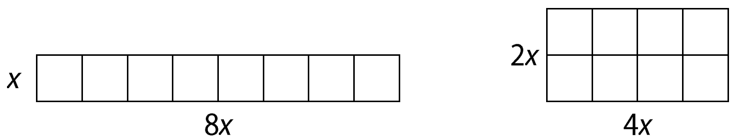
7. $P = 7776$ cm^2.

8. За сат времена се источи $15 \cdot 270 = 4050$ литара воде. За 3 дана се источи $72 \cdot 4050 = 291600$ литара воде.

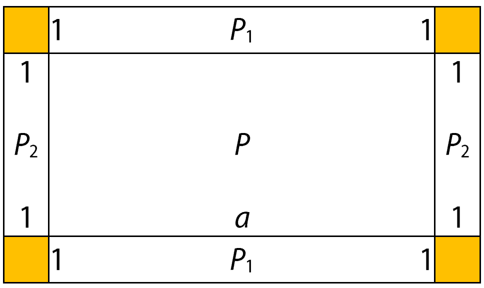
9. $(740 - 57) \cdot 82 = 56006$.

10. $P = 28$ m^2.

11. Задатак има два решења. Види слику! У првом случају страница једног квадрата је 6 cm, па је $P = 288$ cm^2, а у другом случају, страница квадрата је 9 cm, па је $P = 648$ cm^2.



12. Када се свака страница правоугаоника увећа за 2, добија се правоугаоник као на слици. Површина новог правоугаоника је за 54 cm^2 већа од површине првобитног правоугаоника. Са слике видимо да је разлика површина заправо једнака збиру две P_1, две P_2 и четири површине квадрата странице 1 cm. P_1 је површина правоугаоника чије су странице a и 1, P_2 је површина правоугаоника чије су странице b и 1, а површина једног квадрата је 1. Тако се добија да је $2a + 2b + 4 = 54$, тј. $2a + 2b = 50$, а како је $O = 2a + 2b$, то је $O = 50$ cm.



Контролна вежба

1. а) 169926; б) 456.

2. а) 2907; б) 66193.

3. 123072 : 32 = 3846.

4. Петар је добио количник 153.

5. Мобилни телефон кошта 66843 динара.

Други писмени задатак

1. 9113.

2. 389922.

3. $P = 324\ \mathrm{cm}^2$.

4. $O = 124\ \mathrm{cm}$.

5. Површина стазе је $37500\ \mathrm{dm}^2$, а површина једне бетонске плоче је $25\ \mathrm{dm}^2$. Потребно је 37500 : 25 = 1500 бетонских плоча како би се поплочала стаза.

Задаци за додатни рад

1. 276 : 4 = 69. Марко ће добити 69 кликера, а Андрија 207.

2. (2132 – 100) : 4 = 508. Три друга ће добити по 508 динара, а четврти друг ће добити 608 динара.

3. $P = 10400\ \mathrm{m}^2 = 104\ a$.

V разред

1. {126, 135, 144, 153, 162, 171}.

2. а) $\frac{1}{2}=0{,}5$; $\frac{3}{2}=1{,}5$; $\frac{1}{25}=0{,}04$; $\frac{3}{4}=0{,}75$; $\frac{7}{5}=1{,}4$;

б) $0{,}2=\frac{1}{5}$; $3{,}7=3\frac{7}{10}$; $0{,}25=\frac{1}{4}$; $1{,}35=1\frac{7}{20}$; $0{,}01=\frac{1}{100}$.

3. а) $\frac{7}{8}<1$; б) $2<\frac{15}{4}$; в) $0{,}3>0{,}199$; г) $\frac{1}{2}>0{,}2$.

4. НЗД (36, 90, 126)=18.
$36:18=2$, $90:18=5$, $126:18=7$.

5. $14=11+3$, $18=13+5$, $22=19+3$, $28=23+5$.

6. Мини је остало 200 динара.

7. $1071:17=63$, $1701:63=27$, $a=27$.

8. Најмањи непаран четвороцифрени број је 1001, а највећи је 9999. Како је $1001=7\cdot 11\cdot 13$, а $9999=3\cdot 3\cdot 11\cdot 101$, то је НЗД(1001, 9999) = 11.

9. Уочимо да је $2520=2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 3\cdot 5\cdot 7$ и да су сви прости чиниоци једноцифрени, па тражени број постоји. Највећи број ће имати максималан број цифара и то у опадајућем редоследу 7533222.

10. Добијени низ је 2357111317192329 и он садржи 16 цифара, тако да након брисања 9 цифара остаје седмоцифрени број. Како је цифра 9 на петом месту гледано са десне стране, она не може бити прва цифра траженог броја, већ испред ње треба узети две цифре. Тражени број ће бити највећи ако за те две цифре узмемо седмице. Дакле, брисањем цифара 2, 3, 5, 1, 1, 1, 3, 1, 1 остаје број 7792329 који је највећи могућ.

11. 17, 321; 17, 322; 17, 323; 17, 324; 17, 325; 17, 315; 17, 316; 17, 317; 17, 318; 17, 319.

12.

$$\frac{1}{4}<\frac{x}{506}<\frac{1}{2},$$
$$\frac{253}{1012}<\frac{2x}{1012}<\frac{506}{1012},$$
$$253<2x<506,$$
$$126{,}5<x<253,$$
$$x\in\{127,128,...,251,252\}.$$

Разломака који задовољавају услов задатка има 126.

Контролна вежба – 20 минута
Дељивост (други део)

1. Тачна тврђења су: а), г), д).

2. $210=2\cdot 3\cdot 5\cdot 7$. Тражени бројеви су 5, 6 и 7.

3. НЗД(24, 36) = 6. Запремина суда помоћу кога се најбрже може измерити 24 и 36 литара воде је 6 литара.

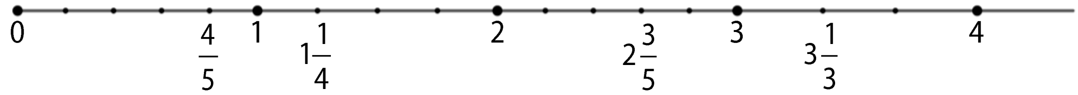
4. $41 + 43 + 47 = 131$,
$131 = 11 \cdot 11 + 10$.
Остатак при дељењу 131 са 11 је 10.

5. НЗД(420, 588) = 84.

Други писмени задатак

1. Тачно решење в) $\frac{4}{7}$.

2. $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$; $\frac{16}{4} = 4$; $1{,}25 = 1\frac{1}{4}$; $\frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$; $0{,}8 = \frac{4}{5}$.



3. Трећина ученика на писменом је добила петицу. То је било две петице више него на контролном, где их је било 5. Значи на писменом је било 7 петица. Ако је 7 трећина свих ученика, онда је укупно 21 ученик.

4. НЗС(15, 20, 12) = 60.

5. НЗС(10, 18, 9) = 90; $\frac{7}{10} = \frac{63}{90}$; $\frac{5}{18} = \frac{25}{90}$; $\frac{1}{9} = \frac{10}{90}$.

Задаци за додатни рад

1. Највећа могућа вредност разломка $\frac{3*5*}{36}$ је $\frac{3959}{36} = 109\frac{35}{36}$.

Најмања могућа вредност разломка $\frac{5*3*}{45}$ је $\frac{5030}{45} = 111\frac{35}{45}$.

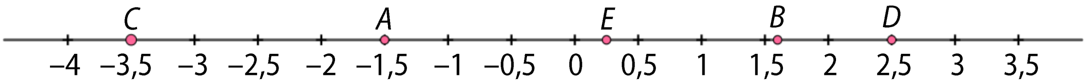
Према томе је $\frac{3*5*}{36} < \frac{5*3*}{45}$.

2. Највећи двоцифрени прост број облика $2n + 1$, при чему је и n прост број, јесте 83 (јер је $2 \cdot 41 + 1 = 83$). Значи, бројеви n могу бити: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41. Бројеви који се завршавају са 7 не испуњавају услов да је и $2n + 1$ прост. Провером закључујемо да услове задатка испуњава 7 парова: 2 и 5, 3 и 7, 5 и 11, 11 и 23, 23 и 47, 29 и 59, 41 и 83.

3. $\frac{25}{26} = 0{,}9\underbrace{615384}\underbrace{615384}\ldots$ После цифре 9 понавља се низ цифара 615384, па је потребно одредити која цифра се налази на $2025 - 1 = 2024$ месту низа у коме се понавља ових шест цифара. Како је $2024 = 337 \cdot 6 + 2$, то се на 2025. месту у децималном запису раломка $\frac{25}{26}$ налази цифра 1.

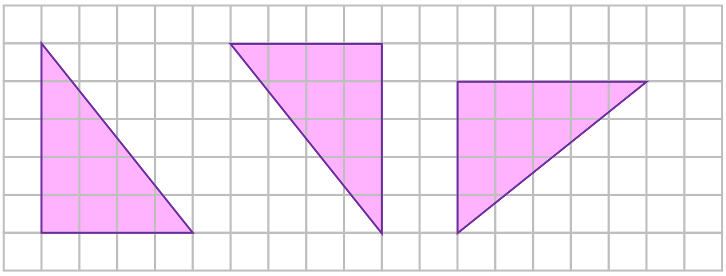
VI разред

1. $-3{,}5 < -1\frac{1}{2} < 0{,}25 < 1\frac{3}{5} < 2{,}5.$



2. Како је $\frac{1}{4} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{12}$, то је $\frac{1}{4} - \frac{1}{3}$ веће од $-\frac{5}{12}$.

3.



4. а) -6; б) $\frac{19}{20}$.

5. Јелена је петнаестодневну карту за градски превоз платила 1820 динара. Поред тога, платила је још три појединачне вожње по 120 динара, што је укупно 360 динара. Укупно је потрошила 2180 динара. Пошто је након плаћања банковном картицом, стање на њеном рачуну било −220 динара, то значи да је пре куповине на рачуну имала 1960 динара.

6. $-\frac{5}{12}, \ -\frac{1}{3}, \ -\frac{1}{4}, \ -\frac{1}{6}, \ -\frac{1}{12}, \ 0, \ \frac{1}{12}, \ \frac{1}{6}, \ \frac{1}{4}.$

7. Пошто је тачка M средиште дужи BC, важи да је $BM = MC$. Страница AM је заједничка троугловима ABM и ACM и важи да је $\measuredangle AMB = \measuredangle AMC = 90°$. Према ставу СУС важи да је $\triangle ABM \cong \triangle ACM$ и да је $AB = AC$.

8. $A = -2{,}2$ и $B = -1{,}75$.
$5A - B = 5 \cdot (-2{,}2) - (-1{,}75) = -11 + 1{,}75 = -9{,}25.$

9. Нека је $A = -\frac{2025}{2026}$ и $B = -\frac{4051}{4053}$. Посматрајмо њихове позитивне парове:

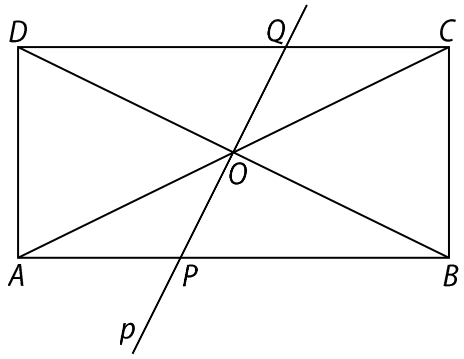
$$\frac{2025}{2026} = 1 - \frac{1}{2026}, \quad \frac{4051}{4053} = 1 - \frac{2}{4053}.$$

Упоредимо величине делова који се одузимају: $\frac{2}{4053}$ и $\frac{1}{2026}$. Проширивањем другог разломка са 2 имамо да је $\frac{1}{2026} = \frac{2}{4052}$, па је $\frac{2}{4053} < \frac{1}{2026}$. Сада имамо да је $1 - \frac{2}{4053} > 1 - \frac{1}{2026}$, односно $\frac{4051}{4053} > \frac{2025}{2026}$. Пошто су A и B негативни бројеви, неједнакост се мења па је $-\frac{2025}{2026} > -\frac{4051}{4053}$, тј. $A > B$.

10. $U + 0{,}6 - T + 0{,}9 + K - 1{,}2 = (U - T + K) + (0{,}6 + 0{,}9 - 1{,}2) = -1{,}8 + 0{,}3 = -1{,}5$.

11. Упутство: На страници $AB = 6$ cm конструишемо $\measuredangle A = 90°$ (полуправу Ap). Теме C троугла ABC налази се у пресеку полуправе Ap и кружнице $k(B, 9\text{ cm})$.

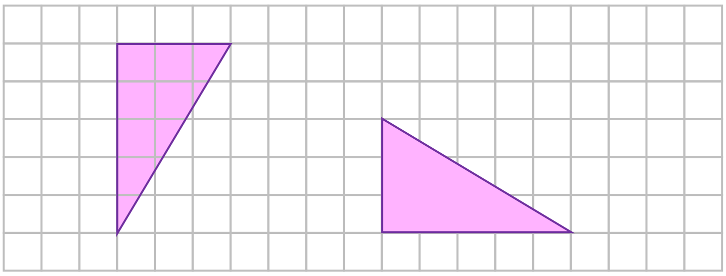
12. НАПОМЕНА. *У формулацији задатка је омашком изостављено да права p садржи пресек дијагонала O. Извињавамо се читаоцима због тога.*



Како је тачка O пресек дијагонала правоугаоника, имамо да је $BO = DO$. Даље је $\measuredangle PBO = \measuredangle ODQ$ (углови са паралелним крацима) и $\measuredangle POB = \measuredangle DOQ$ (као унакрсни углови), па на основу става УСУ важи $\triangle PBO \cong \triangle DOQ$.

Контролна вежба

1.



2. Нека се дијагонале AC и BD секу у тачки O. На цртежу се уочавају следећи парови подударних троуглова: $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (по ССС: $AB = CD$, $BC = AD$, AC заједничка страница), $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ (по ССС: $AB = CD$, $AD = BC$, BD заједничка страница), $\triangle AOB \cong \triangle COD$ и $\triangle BOC \cong \triangle DOA$ (у правоугаонику се дијагонале полове, па је $AO = CO$, $BO = DO$, а $\measuredangle AOB = \measuredangle COD$ и $\measuredangle BOC = \measuredangle DOA$ као унакрсни углови).

3. $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $\measuredangle ABC = \measuredangle A_1B_1C_1$ па су троуглови подударни према ставу СУС.

4. Упутство: Конструишемо страницу $AB = 4{,}5$ cm и код темена B угао од 60° (полуправа Bp). Теме C налази се у пресеку полуправе Bp и кружнице са центром у B полупречника 6,5 cm.

Други писмени задатак

1. а) $-\dfrac{3}{4} \approx -1$; б) $0{,}123 \approx 0$; в) $-\dfrac{7}{3} \approx -2$; г) $-\dfrac{25}{26} \approx -1$.

2. а) $-1{,}8$; б) $-0{,}4$.

3. Из једначине $\dfrac{1{,}4A + 1900}{2} - 400 = -1165$ добијамо да је $A = -2450$.

4. Пошто је троугао ABC једнакокраки, важи да је $\measuredangle ABC = \measuredangle BAC$, тј. $\measuredangle QBN = \measuredangle PAM$. Како су PM и QN нормале на AB, то је $\measuredangle APM = \measuredangle BQN = 90°$. Из задатка имамо да је $AP = QB$, па према ставу УСУ важи $\triangle APM \cong \triangle QBN$ и $PM = QN$.

5. Упутство: Конструисати дуж $AB = 10$ cm. Из тачке A помоћу шестара описати лук полупречника 13 cm. Из тачке B описати други лук истог полупречника 13 cm, који сече први у тачки C. Центар уписане кружнице налази се у пресеку симетрала углова тог троугла.

Задаци за додатни рад

1. Потребно је да је $\frac{41}{42}+\frac{1}{n}$ природан број, тј. $\frac{41}{42}+\frac{1}{n}=k$, $k\in N$. Одавде је $\frac{1}{n}=k-\frac{41}{42}$, тј. $n=\frac{42}{42k-41}$. За $k \geq 2$ имамо да је $42k - 41 \geq 43$, па n није цео број. Остаје само могућност за $k = 1$, па је $n = 42$.

2. Упутство: Троуглови ABQ и BCP су подударни ($AB = BP$, $BQ = BC$, $\measuredangle ABQ = \measuredangle PBC = \measuredangle ABC + 60°$), па је $AQ = CP$. На сличан начин, из подударности троуглова ACQ и BCR следи да је $AQ = BR$.

3. Упутство: На краку дужине 6 cm, конструишемо углове од 52° 30′ и 75°.

VII разред

1. а) x^{17}; б) y^{14}; в) x^{48}.

2. $3x^2 + 6x - 3$.

3. 10.

4. a^{10}.

5. $P = -5x^3 + 4x^2 - 9x + 7$.

6. $O = 24$ cm.

7. $O = 16$.

8. $x = 22$.

9. Дате бројеве можемо записати на следећи начин: $333^{444} = (3 \cdot 111)^{444}$ и $444^{333} = (4 \cdot 111)^{333}$. Приметимо да је $111^{444} > 111^{333}$. Остаје да упоредимо 3^{444} и 4^{333}.
$$3^{444} = (3^4)^{111} = 81^{111}, \text{ а } 4^{333} = (4^3)^{111} = 64^{111}, \text{ па је } 3^{444} > 4^{333}.$$
Следи да је $333^{444} > 444^{333}$.

10. $-2x^5 - 3x^3 - 9x^2 + 6x - 5$.

11. $P = 18\sqrt{2}$ cm^2.

12. $P = 36\sqrt{3}$ cm^2.

Контролна вежба

1. -630.

2. а) $2^{150} < 3^{100}$; б) $5^{20} < 3^{30}$.

3. x^{23}.

4. Површина ромба је за 49 cm^2 мања од површине квадрата.

5. $O = 44$ cm.

Други писмени задатак

1. a^{10}.

2. $4x^2 - 8x - 6$.

3. $8x^2 + 5x + 9$.

4. Троугао јесте једнакокраки јер су странице AC и BC једнаке дужине.

5. $P = 48\sqrt{3}$ cm^2.

Задаци за додатни рад

1. $n = 8$.

2. $O = 60$ cm (Закључити да је паралелограм $PQRS$ заправо правоугаоник и да су његове странице једнаке половинама дијагонала као средње линије троглова ABC и BCD).

3. $O = 100$ cm.

VIII разред

1. Решење прве једначине је $x = 2$, а друге $x = -2$. Нису еквивалентне.

2. а) 3); б) 1); в) 2).

3. $V = 225\ \mathrm{cm}^3$.

4. а) $x = 6$ или $x = -7$; б) $x = 6$.

5. $x \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$.

6. Књига има 70 страница.

7. $P = (18\sqrt{3} + 216)\ \mathrm{cm}^2 = 18(\sqrt{3} + 12)\ \mathrm{cm}^2$.

8. $m = -3$.

9. Раздаљина између градова је 270 km.

10. Збир свих целобројних решења је 2.

11. $P = 98\ \mathrm{cm}^2$, $V = 60\ \mathrm{cm}^3$.

12. $P = 144\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$, $V = 288\ \mathrm{cm}^3$.

Контролна вежба

1. а) $x = 4$ или $x = -5$; б) $x = 3$.

2. $x \in \left[2\frac{1}{4}, \infty\right)$.

3. $x \in \left(1\frac{2}{3}, 2\right)$.

4. То су бројеви 15, 17 и 19.

Други писмени задатак

1. а) $x = 5$; б) $x = \frac{1}{3}$.

2. $x \in (-4, \infty)$.

3. $P = 1008\ \mathrm{cm}^2$, $V = 2160\ \mathrm{cm}^3$.

4. $P = 1800\ \mathrm{cm}^2$, $V = 3600\ \mathrm{cm}^3$.

5. $P = (300\sqrt{3} + 1200)\ \mathrm{cm}^2 = 300 \cdot (\sqrt{3} + 4)\ \mathrm{cm}^2$.

Задаци за додатни рад

1. $x = -1$.

2. $m \in \left[1\frac{1}{2},\ 4\right)$.

3. $P = (8\sqrt{3} + 144)\ \mathrm{cm}^2 = 8 \cdot (\sqrt{3} + 18)\ \mathrm{cm}^2$, $V = 48\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^3$.