

број: 122/2 година: 2025/26.

Тангента

ЧАСОПИС ЗА МАТЕМАТИКУ И РАЧУНАРСТВО ДРУШТВА МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Београд, 2026.

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ
„ТАНГЕНТА”- часопис за математику и рачунарство
за ученике средњих школа.

Излази у четири броја током школске године.
Адреса: „Тангента”, Друштво математичара Србије,
Поштански фах 355, 11000 Београд
Телефон: (011)3036-818

Уплате на жиро рачун:
Друштво математичара Србије – број 340-13536-62.
На уплатници као сврху уплате назначити „За Тангенту”.

Главни и одговорни уредник: Војислав Петровић, Нови Сад
e-mail: vojpet@gmail.com

Технички уредник: Ненад Вуловић, Крагујевац
e-mail: vlennad@gmail.com

Чланови редакције:

Александар Миленковић, Крагујевац	Ненад Стојановић, Крагујевац
Миодраг Живковић, Београд	Мирјана Катић, Београд

Сва права умножавања, прештампавања и превођења задржава Друштво математичара Србије

Штампа: **Донат Граф** д.о.о, Београд

На основу члана 23. став 2, тачка 9. Закона о порезу на додатну вредност („Регистар прописа”, број 11 – новембар 2004.) часопис се сматра серијском публикацијом од посебног интереса за науку и опорезије се по стопи од 8%. Корице freepik.

CIP – Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

51

ТАНГЕНТА : часопис за математику и рачунарство за ученике средњих школа : часопис за математику и рачунарство Друштва математичара Србије / главни и одговорни уредник Војислав Петровић. - 1995/1996, бр. 1- . - Београд : Друштво математичара Србије, 1995- (Београд : Донат граф). - 24 cm

Тромесечно.
ISSN 0354-656X = Тангента
COBISS.SR-ID 103642375

КАКО СУ НАСТАЛЕ ДЕТЕРМИНАНТЕ

Ђорђе Дујишија, Београд

Увод

За системе линеарних једначина са истим бројем једначина и непознатих који имају јединствено решење постоје формуле којима се решење изражава као функција коефицијената који се у систему појављују. Те формуле називају се *Крамерова ђравила* (по швајцарском математичару Крамеру¹) мада су биле познате педесетак година раније лужичком Србину Лајбницу² (1646-1716), једном од утемељивача савремене математике. У формулама се појављују функције које су касније назване детерминанте.

Крамерове формуле имају велики теоријски значај али су са рачунарске тачке гледишта ефикасне само за системе за малим бројем непознатих.

Линеарни системи са две једначине и две непознате

Решимо систем линеарних једначина са две једначине и две непознате

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2.$$

Овде су познати коефицијенти $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$, а непознате су x и y .

Ако стране прве једначине помножимо са b_2 , а друге са $-b_1$, добићемо једначине са супротним коефицијентима уз неознату y :

$$a_1b_2x + b_1b_2y = c_1b_2$$

$$-a_2b_1x - b_2b_1y = -c_2b_1.$$

Сабирањем по странама, из ових једначина добијамо једначину која не садржи y :

$$(a_1b_2 - a_2b_1)x = c_1b_2 - c_2b_1.$$

На сличан начин, множећи стране једначина система редом са a_2 ,

НАГРАДНИ ЗАДАЦИ

Александар Миленковић, Ненад Стојановић

У рубрици „Наградни задаци” у сваком броју дајемо 20 задатака који су подељени у две групе. Задаци из прве групе су подељени по разредима и намењени су пре свега ученицима који се такмиче у Б категорији, док су задаци из друге групе намењени ученицима А категорије и нису подељени по разредима.

Позивамо све читаоце да шаљу предлоге задатака које сматрају посебно интересантним, као и сугестије које ће нам помоћи при састављању рубрике. Такође, позивамо све ученике да на адресу редакције шаљу откуцана или читко исписана решења постављених задатака; сваки задатак на засебном листу. Исто важи и за предлоге задатака. У наредним бројевима часописа публикују се комплетна решења раније постављених задатака, а на крају циклуса најуспешнији решавачи се награђују.

Предлоге и решења задатака слати на адресу:

**„Тангента” – за рубрику „Наградни задаци”
Природно-математички факултет
Радоја Домановића 12
34000 Крагујевац**

или **електронском поштом** (искључиво **pdf** формат) на адресу

tg_nagradnizadaci@yahoo.com

најкасније до 10.01.2026.

Прва група

Први разред

M2154. Неда је написала следећа четири тврђења од којих је свако или тачно или нетачно. За та тврђења важи следеће:

Hello, World!

Разлагање у суму египатских разломака

Владимир Јанковић, Миодраг Живковић
Математички факултет, Београд

1. Увод

Египатски разломак је разломак коме је именилац природан број, а бројилац јединица. Стари египћани су их представљали писањем хијероглифа  изнад броја који представља бројилац, нпр. $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{10}$. За представљање разломака $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$ користили су специјалне симболе  и . Остатак после одузимања једног од ова три специјална разломка од датог разломка представљали у облику суме египатских разломака са различитим именицима.

У савременој математици је познат велики број чињеница о разлагању у збир египатских разломака. Њихов преглед се може пронаћи на страници

https://en.wikipedia.org/wiki/Egyptian_fraction.

Наводимо неке од њих:

- У својој књизи *Liber Abaci* (1202) Леонардо од Пизе, данас познат као Фибоначи (Fibonacci), разматрао је између осталих похлепни (енг. Greedy) алгоритам за разлагање у збир египатских разломака.
- Ердеш и Штраус (Paul Erdős и Ernst G. Straus) су 1948. године формулисали хипотезу да се сваки разломак са бројоцем 4 може разложити у суму три египатска разломка, видети [1]. Данас је та хипотеза проверена за све имениоце мање од 10^{17} (видети [3]).

На 12. Летњој конференцији Међународног математичког Турнира

ПРЕДЛОЗИ ЗА ДРУГИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

Мирјана Катић

ГИМНАЗИЈЕ, СРЕДЊЕ ШКОЛЕ

I РАЗРЕД

Увод у геометрију; њодударности троуглова

1. Дат је паралелограм $ABCD$ и тачка M која припада дијагонали AC тако да је $AM : MC = 2023 : 1$. Изразити вектор $\overrightarrow{DM}$ као линеарну комбинацију вектора $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$.
2. Дат је квадрат $ABCD$. Нека је P тачка праве BD , иза темена D , таква да је $AP = BD$. Колика је мера угла APD ?
3. Један угао правоуглог троугла ABC износи 30° , а краћа катета је дужине 3 cm . Из средишта хипотенузе AB , тачке S , повучена је нормала на хипотенузу. Њен пресек са дужином катетом је тачка D . Одредити дужину дужи SD .
4. На страници BC троугла ABC уочена је тачка D , таква да је $AC = BD$ и $AD = DC$. Колика је мера угла ABC , ако је мера угла ACB једнака 20° ?
5. Ако су две равни нормалне на истој правој, оне су међусобно паралелне. Доказати.

II РАЗРЕД

Квадратна једначина; квадратна функција; квадратна неједначина

1. Одредити $m \in \mathbb{R}$ за које је квадрат разлике решења једначине $x^2 + 2mx + m = 1$ најмањи.
2. Ако су за $c \in \mathbb{R}$ решења једначине $x^2 + 2x + c = 0$ међусобно различити

НАШ ГОСТ

НАШ ДОАЈЕН

Познато је да се будући математичари понајвише проналазе међу успешним такмичарима средњошколацима. А кад они прерасту свој узраст и окончају студије, многи се „пребаце на другу страну“ и постану део тима који открива и води нове младе таленте.

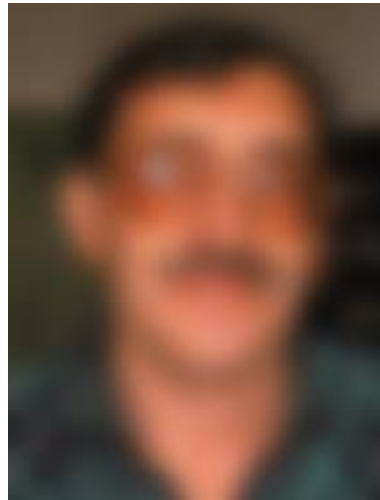
Све то, и не само то, прошао је наш актуелни саговорник. Кад се помену математичка такмичења, рад са талентованим ученицима, вођење наше екипе на различита међународна такмичења, публицистички рад и још много шта, немогуће је заобићи Ђорђа Дугошију, редовног професора Математичког факултета у Београду у пензији.

Ђорђе, вероватно си још од малих ногу приметио да је математика „добра ствар“ и да ти баш „лежи“.

То сам приметио тек при крају основне школе, јер нисам из математичке породице. Отац ми је био агроном, мајка биолог. Био сам одличан ђак из свих предмета.

У основној школи сам мислио да ћу бити пилот као моји ујаци, у гимназији да ћу бити лекар. Много сам волео романе и поезију. Читао сам књиге и за време оброка, што никако не треба чинити, јер су књиге храна за душу, а не за тело.

Математиком сам се одушевио тек на крају основне школе кад сам као награду за победу на математичком такмичењу добио књигу Ж. Костића „Између игре и

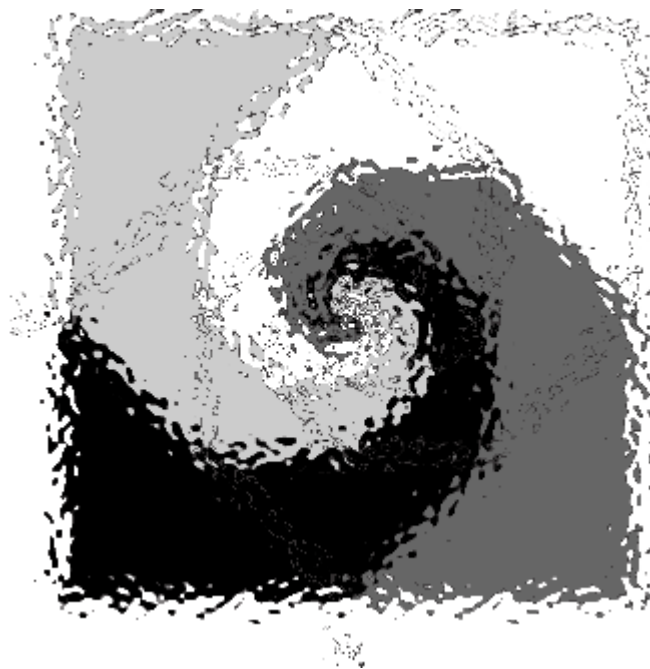


ДОКАЗ БЕЗ РЕЧИ

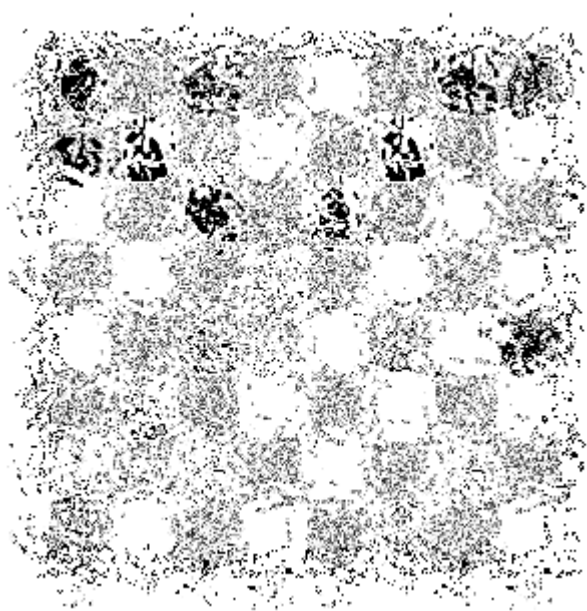
Ненад Стојановић

Доказ без речи, назив је за методу визуелног „доказивања“ математичких тврђења. Појавио се у прошлом веку и брзо стекао широку популарност. Представља спој уметности и математике. Бројне речи и ознаке замењује слика која својим садржајем све објашњава.

Геометријски ред



НАГРАДНИ ШАХОВСКИ ЗАДАТАК
Тангента 121 - решење



Бели вуче и матира у 3 потеза

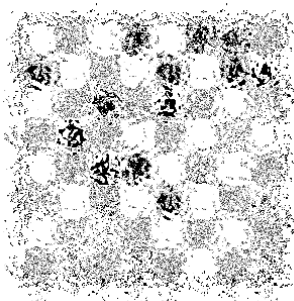
1. Sb6+! ab6 2. De6+! fe6 3. Le6 мат

ШАХОВСКА СТРАНА

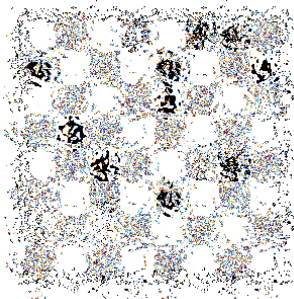
И ПОСЛЕ ТАЉА – ТАЉ

Појава Михаила Таља 50-тих година прошлог века, одјекнула као права бомба на шаховској сцени. Због невероватног нападачког стила, звали су га „гусар из Риге“. Противницима, чак и врхунским велемајсторима, сервирао је сложене позиције у којима они нису успевали да се снађу и, по правилу, бирали погрешне планове. А Таљ је у њима био као „риба у води“.

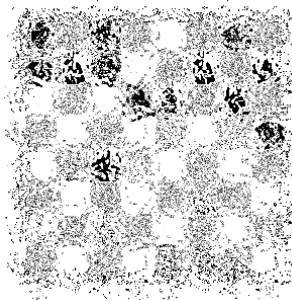
Овог шаховског генија било је јако тешко имитирати, те је стога имао мали број наследника. Један од њих свакако је руски велемајстор Александар Морозјевич. Из његовог богатог стваралаштва издвојили смо неколико упечатљивих остварења.



Велемајстор Бологан управо

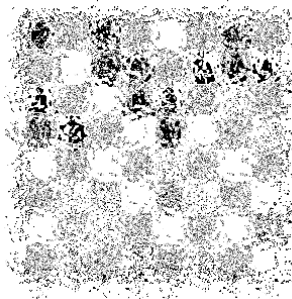


Кад је Морозјевич у „свом елементу“, противнику обично нема спаса. Ево шта је задесило Ананда (црни) будућег светског првака.

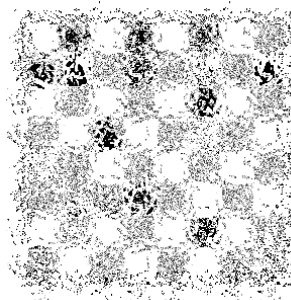


Након жртве два пешака, све беле фигуре су „узеле на нишан“ црног краља. Следи ватромет **1. Sg6! hg6 2. Lg6! fg6 3. Te6 Df7 4. Dd5 Sf5 5. Tf5!** и црни предаје јер неодбрањиво губи даму.

У партији из 2004, импресионира енергија којом Морозјевич (бели) води одлучујући напад.



Почетком 2000-тих холандски велемајстор Ван Вели био му је скоро „редовна муштерија“.

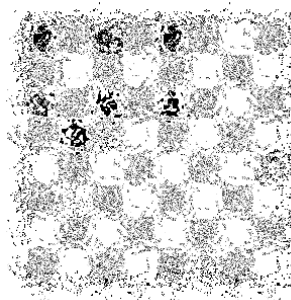


Позиција је са турнира у Вајкан Зеу 2001. Очигледно, претходио је изузетно оштар дуел. На потезу је бели. Иако је црни (Морозјевич) „краћи“ за фигуру, бели мора да тражи спас због неактивних топови и краља у катастрофалној позицији. Покушава са **1. De6..**

Међутим, **1. ... Tf5 2. h4 . На 2. Dd7 Td7** и због мата **Tg7**, пада ловац на **f7**. **2. ... Ld6 3. Tf1.** Као и малопре, не иде **3. Dd7.**

И онда завршни ударац **3. ... Tg8+! 4. Lg8 Dg7 мат.**

НАГРАДНИ ЗАДАТАК





- 
- 
- 
- 1 *Борђе Дуїошија, Како су настале детерминанте*
 - 13 *Александар Миленковић, Ненад Сїојановић, Наградни задаци*
 - 33 *Владимир Јанковић, Миодраї Живковић,*
Hello World! – Разлагање у суму египатских разломака
 - 44 *Мирјана Каїић, Предлози за други писмени задатак*
 - 51 *Војислав Пеїровић, Наш гост – Наш доајен*
 - 59 *Ненад Сїојановић, Доказ без речи*
 - 60 *Наградни шаховски задатак*
 - 61 *Војислав Пеїровић, Шаховска страна, И после Таља - Таљ*

