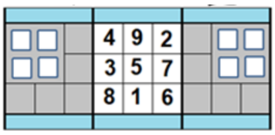
Matematičko takmičenje „Kengur bez granica“ 2025.
9 - 10. razred

Zadaci koji vrede 3 poena

1. Listić prikazan na slici desno sastoji se iz tri dela. Kada se levi ili desni deo listića preklope preko središnjeg dela, određeni brojevi se i dalje mogu videti kroz šupljine. Koliki je zbir brojeva koji se vide kroz šupljine kada se i levi i desni deo listića preklope preko središnjeg dela?



A) 7 **B)** 9 **V)** 12 **G)** 14 **D)** 15

2. Stranica trougla je uvećana za 50%, dok je njena visina smanjena za jednu trećinu. U kom su odnosu površina novodobijenog trougla i površina početnog trougla?

A) 2 **B)** 1 **V)** $\frac{1}{2}$ **G)** $\frac{1}{3}$ **D)** $\frac{1}{4}$

3. Koji šestougao ima tačno jednu trećinu svoje površine obojenu u crno i tačno polovinu obojenu u belo?

A)  **B)**  **V)**  **G)**  **D)** 

4. Takmičenje Kengur bez granica, tradicionalno se održava svakog trećeg četvrtka u martu. Koji je najraniji datum kada takmičenje Kengur bez granica može biti održano?

A) 14.3. **B)** 15.3. **V)** 20.3. **G)** 21.3. **D)** 22.3.

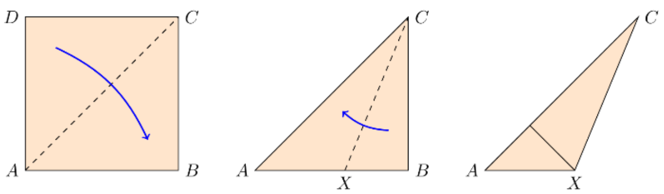
5. Pretpostavimo da imamo n disjunktnih skupova, takvih da svaki skup sadrži po 99 različitih prostih brojeva. Za koliko najviše skupova važi da je zbir elemenata tog skupa paran?

A) 0 **B)** 1 **V)** 2 **G)** $n-2$ **D)** $n-1$

6. Lana ima četiri cifre od drveta i pomoću njih može da napiše broj 2025. Koliko brojeva većih od 2025 Lana može napisati koristeći ove četiri cifre?

A) 3 **B)** 6 **V)** 8 **G)** 9 **D)** 11

7. Uroš savija karton u obliku kvadrata duž dijagonale tako da dobije trougao. Nakon toga, ponovo savija karton tako da se ivica kartona koja određuje katetu trougla poklopi sa ivicom kartona koja određuje hipotenuzu, čime dobija trougao AXC (slika desno). Kolika je mera ugla AXC?



A) 108° **B)** 112° 30′ **V)** 120° **G)** 145° **D)** 157° 30′

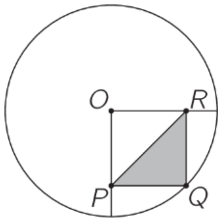
8. Luka ima za ljubimce pse, mačke i zečeve. Osam njegovih ljubimaca nisu psi, pet nisu zečevi i sedam ljubimaca nisu mačke. Koliko ukupno ljubimaca ima Luka?

A) 10 **B)** 11 **V)** 15 **G)** 16 **D)** 20

9. Četvorocifreni broj oblika $\overline{80ab}$ deljiv je brojevima 8 i 9. Tada je $a \cdot b$ jednako

A) 6 **B)** 16 **V)** 20 **G)** 24 **D)** 48

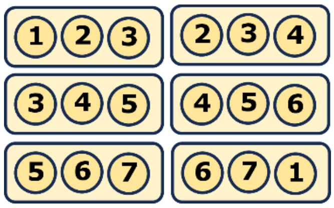
10. Data je kružnica sa centrom u tački O, poluprečnika dužine 10 cm. U unutrašnjosti kružnice nacrtan je kvadrat $OPQR$, pri čemu teme kvadrata Q pripada kružnici. Kolika je površina osenčenog trougla PQR?



A) 12,5 cm^2 **B)** 25 cm^2 **V)** 50 cm^2 **G)** 75 cm^2 **D)** 100 cm^2

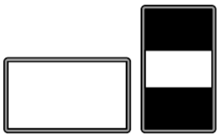
Zadaci koji vrede 4 poena

11. Atletičar je tokom svoje karijere osvojio 2 zlatne i 5 srebrnih medalja. One su numerisane brojevima od 1 do 7, na proizvoljan način. Na slici desno je prikazano šest fotografija medalja, pri čemu se na svakoj fotografiji nalazi po jedna zlatna i dve srebrne medalje. Koliki je zbir brojeva kojima su numerisane zlatne medalje?



A) 7 **B)** 8 **V)** 9 **G)** 10 **D)** 11

12. Jelena posmatra sliku na svom telefonu. Format slike je 16: 9 i ona je prikazana preko celog ekrana telefona. Kada Jelena okrene telefon, veličina slike na telefonu se smanjuje (slika desno). Koliki je odnos površine slike i površine ekrana, kada je telefon okrenut kao na drugoj slici desno?

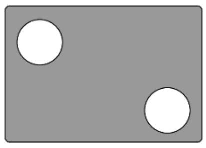


A) $\frac{3}{4}$ **B)** $\frac{9}{16}$ **V)** $\frac{27}{64}$ **G)** $\frac{32}{81}$ **D)** $\frac{81}{256}$

13. Kata i Toma danas slave svoje rođendane. Jedna devetnaestina broja Katinih godina jednaka je jednoj sedamnaestini broja Tominih godina. Zbir njihovih godina je veći od 40, ali manji od 100. Koliko godina ima Kata?

A) 19 **B)** 34 **V)** 38 **G)** 57 **D)** 76

14. Pavle je pucao 27 puta u dve mete. Bio je uspešan u 50% slučajeva kada je gađao metu u gornjem levom uglu i u 80% slučajeva kada je gađao metu u donjem desnom uglu. Ukupno je ostvario 9 promašaja. Koliko puta je pogodio metu u gornjem levom uglu?

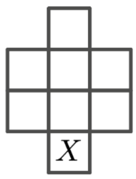


A) 4 **B)** 5 **V)** 6 **G)** 7 **D)** 8

15. Nina je odlučila da se posle takmičenja iz matematike počasti sladoledom. Mogla je da kupi jednu, dve ili tri kugle sladoleda. Pritom, mogla je da uzme sladoled od vanile, čokolade ili jagode. Ukoliko bi uzela više kugli, nije imala ograničenja u smislu izbora vrste (ukusa) sladoleda. Koliko različitih izbora je Nina imala prilikom kupovine sladoleda?

A) 9 **B)** 12 **V)** 15 **G)** 19 **D)** 27

16. U prazna polja u tabeli desno treba upisati brojeve od 1 do 8, bez ponavljanja tako da polja u kojima su upisani susedni brojevi nemaju zajedničku stranicu, niti zajedničko teme. Koje brojeve možemo upisati u polje označeno slovom X?

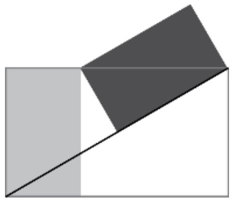


A) 1 ili 8 **B)** 2 ili 7 **V)** 3 ili 6 **G)** 4 ili 5 **D)** 7 ili 8

17. Koliko prirodnih brojeva ima osobinu da cifre datog broja sleva na desno obrazuju neopadajući niz i da je i zbir i proizvod cifara datog prirodnog broja jednak 2025?

A) 0 **B)** 1 **V)** 2 **G)** 3 **D)** beskonačno mnogo

18. Na slici desno prikazana su dva podudarna pravougaonika, jedan obojen svetlo sivo, drugi tamno sivo, oba površine 4. Kolika je površina velikog pravougaonika?

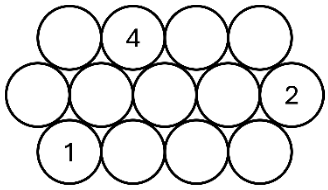


A) 10 **B)** $8\sqrt{3}$ **V)** 8 **G)** 12 **D)** $4\sqrt{3}$

19. Proizvod tri prosta broja je jedanaest puta veći od zbira S tih brojeva. Kolika je najveća moguća vrednost zbira S?

A) 14 **B)** 17 **V)** 21 **G)** 25 **D)** 26

20. Dva kruga na slici desno su susedna ukoliko se dodiruju. Jovana treba da upiše brojeve u krugove tako da za bilo koja tri kruga, među kojima su svaka dva susedna, važi da je zbir brojeva upisanih u ta tri kruga uvek isti. Dva broja su već upisana. Koliki je zbir brojeva koji su upisani u krugove u srednjem redu?



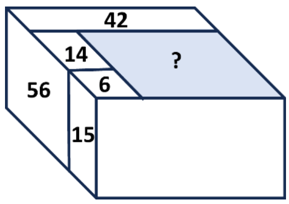
A) 3 **B)** 8 **V)** 13 **G)** 18 **D)** 23

Zadaci koji vrede 5 poena

21. Neka je $x^3 = 333^3 + 444^3 + 555^3$. Broj x jednak je

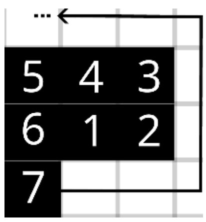
A) 654 **B)** 666 **V)** 695 **G)** 720 **D)** 888

22. Dve susedne strane kvadra podeljene su na nekoliko pravougaonika kao što je prikazano na slici desno. Za određene pravougaonike su upisani merni brojevi površina tih pravougaonika. Kolika je površina (osenčenog) pravougaonika označenog znakom pitanja?



A) 72 **B)** 76 **V)** 80 **G)** 84 **D)** 92

23. Na papiru na kome je ucrtana kvadratna mreža, Danijel upisuje prirodne brojeve $1, 2, 3, \ldots$ u smeru suprotnom od smera kretanja kazaljke na satu, po pravilu koje se može uočiti sa slike desno. Svaki kvadrat ima stranicu dužine 0.5 cm. Danijel staje sa upisivanjem brojeva nakon što upiše broj 2025. Koliki je obim figure koju određuju kvadrati u koje su upisani prirodni brojevi od 1 do 2025?

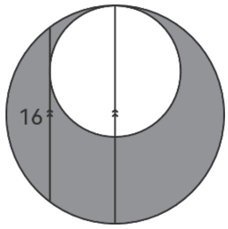


A) 25 cm **B)** 45 cm **V)** 80 cm **G)** 90 cm **D)** 180 cm

24. $\overline{ABCDEF}$ je šestocifren broj u čijem zapisu učestvuju cifre $1, 2, 3, 4, 5$ i 6, bez ponavljanja. Dvocifreni broj $\overline{AB}$ deljiv je brojem 2, trocifreni broj $\overline{ABC}$ deljiv je brojem 3, četvorocifreni broj $\overline{ABCD}$ deljiv je brojem 4, petocifreni broj $\overline{ABCDE}$ deljiv je brojem 5, dok je šestocifreni broj $\overline{ABCDEF}$ deljiv brojem 6. Cifra jedinica F datog broja $\overline{ABCDEF}$ je

A) 2 **B)** 4 **V)** 6 **G)** 2 ili 4 **D)** 4 ili 6

25. Na slici desno, prikazana su dva kruga koji se dodiruju iznutra. Duž dužine 16 je tetiva većeg kruga, paralelna nacrtanom prečniku velikog kruga i dodiruje manji krug. Kolika je površina osenčenog dela sa slike desno?



A) 36π **B)** 49π **V)** 64π
G) 81π **D)** nije moguće odrediti

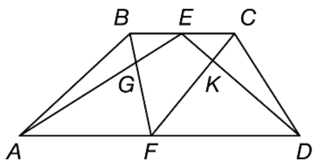
26. Dat je niz brojeva $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_{10}$ takav da je, počevši od trećeg člana, svaki član jednak aritmetičkoj sredini prethodnih članova niza. Tako je a_3 aritmetička sredina brojeva a_1 i a_2, a_4 je aritmetička sredina brojeva a_1, a_2 i a_3 i tako dalje. Ako je $a_1 = 8$ i $a_{10} = 26$, tada je član a_2 jednak

A) 28 **B)** 32 **V)** 38 **G)** 44 **D)** 50

27. Na dečijem rođendanu je dvanaestoro dece, od kojih su tri para blizanaca. Potrebno je podeliti šest jednakih plavih i šest jednakih crvenih rođendanskih kapa tako da svaki par blizanaca dobije kape iste boje. Na koliko različitih načina se ove kape mogu podeliti?

A) 72 **B)** 86 **V)** 92 **G)** 102 **D)** 132

28. Na slici desno prikazan je trapez $ABCD$. Tačka E pripada manjoj osnovici BC, a tačka F pripada većoj osnovici AD. Duži BF i AE seku se u tački G, a duži CF i ED seku se u tački K. Površina trougla ABG jednaka je $2\ \text{cm}^2$, a površina trougla CKD je $2{,}5\ \text{cm}^2$. Kolika je površina četvorougla $FKEG$?



A) $4\ \text{cm}^2$ **B)** $4{,}5\ \text{cm}^2$ **V)** $5\ \text{cm}^2$ **G)** $6{,}25\ \text{cm}^2$ **D)** $9\ \text{cm}^2$

29. Anastasija želi da popuni tabelu (slika desno) brojevima od 1 do 8, bez ponavljanja, tako da svaki broj bude veći od broja koji se nalazi sa njegove leve strane i veći od broja koji se nalazi direktno iznad njega. Na koliko različitih načina Anastasija može da popuni tabelu brojevima?

A) 6 **B)** 8 **V)** 10 **G)** 12 **D)** 14

30. Na turniru u badmintonu svaki takmičar igra dva puta protiv svakog od ostalih takmičara. Pobeda u svakom meču donosi 1 poen, a poraz 0 poena. Nijedna utakmica ne može da se završi nerešenim ishodom. Pobednik turnira ostvario je 13 poena, dok tačno dva igrača dele poslednje mesto na tabeli sa po 10 poena. Koliko je igrača učestvovalo na turniru?

A) 10 **B)** 11 **V)** 12 **G)** 13 **D)** više od 13

Zadaci: „Kangaroo Meeting 2024“, Santos, Brazil
Organizator takmičenja: Društvo matematičara Srbije
Prevod: doc. dr Aleksandar Milenković
Recenzent: prof. dr Zoran Kadelburg