

Математичко такмичење „Кенгур без граница“ 2025.

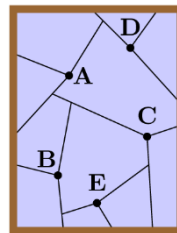
11-12. разред

Задаци који вреде 3 поена

1. За 2025. годину кажемо да је потпун квадрат јер је $2025 = 45^2$. Колико ће година проћи до наредне године која је такође потпун квадрат?

- А) 25 Б) 91 В) 121 Г) 500 Д) 2025

2. Несташни дечак је, један за другим, бацио пет каменчића на прозор и погодио га у тачкама A, B, C, D и E , као на слици. На местима где је камен погодио стакло, настале су линијске пукотине које се заустављају на претходној пукотини или на оквиру прозора. Којим редоследом је дечак бацао каменчиће?



- А) $DACBE$ Б) $ABCDE$ В) $BDACE$ Г) $BCDAE$ Д) $DCABE$

3. За колико природних бројева n је вредност израза $\frac{2025}{n}$ природан број?

- А) 3 Б) 5 В) 9 Г) 12 Д) 15

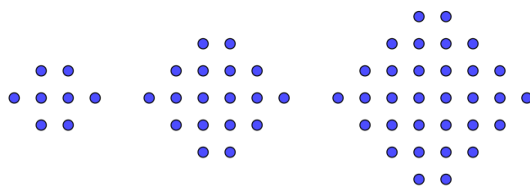
4. Вредност производа $88 \cdot 888$ је број

- А) између 8 и 88 Б) између 88 и 888 В) између 888 и 8888
Г) између 8888 и 88888 Д) између 88888 и 888888

5. Квадратни корен броја 16^{16} једнак је

- А) 4^4 Б) 4^8 В) 4^{16} Г) 8^8 Д) 16^4

6. На слици испод приказана су прва три елемента низа који се формира додавањем тачкица. Колико тачкица има пети елемент низа?



- А) 72 Б) 74 В) 76 Г) 78 Д) 80

7. Количник бројева $\sqrt{11}$ и 3 је број који се на бројевној правој налази између бројева

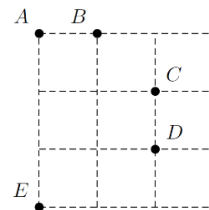
- А) 0 и 1 Б) 1 и 2 В) 2 и 3
Г) 3 и 4 Д) 4 и 5

8. У сваком паковању чоколадица налази се пет чоколадица. Када је број чоколадица у паковању смањен за једну, произвођач је одлучио да цена паковања остане непромењена. За колико процената је тиме поскупела једна чоколадица?

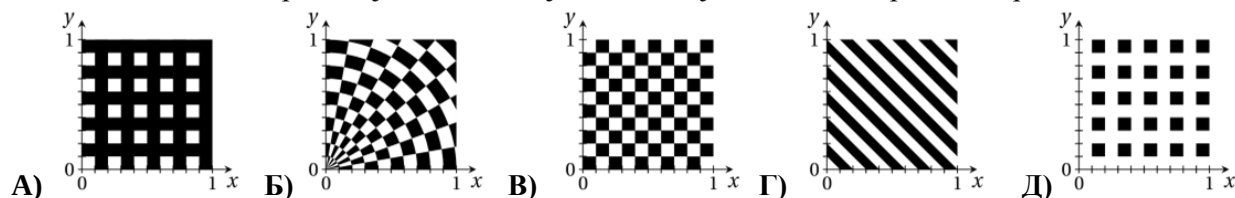
- А) за 10% Б) за 20% В) за 25% Г) за 30% Д) за 50%

9. Коју од тачака A, B, C, D или E на слици десно треба обрисати тако да растојање између сваке две од преостале четири тачке буде различито?

- А) A Б) B В) C Г) D Д) E

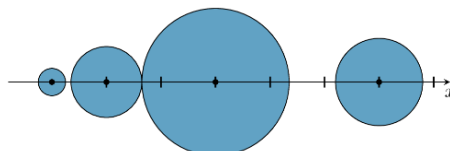


10. У Декартовом координатном систему, за $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ неке тачке су обојене у црно. Тачка са координатама (x, y) је обојена у црно ако је за обе координате x и y прва цифра иза децималне запете непарна. Која слика настаје таквим бојењем дела координатне равни?



Задаци који вреде 4 поена

11. Четири круга позитивних полупречника r_1, r_2, r_3 и r_4 са центрима у $(0,0), (1,0), (3,0)$ и $(6,0)$ се могу додиривати, али не и преклапати (као на слици). Највећа могућа вредност збира $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$ је



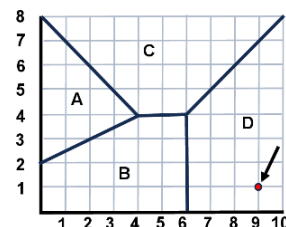
- А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 6 Д) не постоји највећа вредност збира

12. Дато је 10 различитих природних бројева од којих су тачно 5 дељива са 5 и тачно 7 дељива са 7. Ако је N највећи међу тим бројевима, која је најмања могућа вредност броја N ?

- А) 105 Б) 77 В) 75 Г) 63 Д) ништа од наведеног

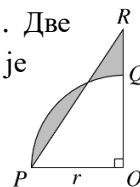
13. У једном граду налазе се 4 школе. Сваки ученик похађа школу која је најближа његовој кући. Мапа приказује области A, B, C и D у граду, формиране на основу тога коју школу ученици похађају. Школа у области D има координате $(9,1)$. Које су координате школе у области A ?

- А) $(0,4)$ Б) $(1,4)$ В) $(1,5)$ Г) $(1,6)$ Д) $(2,4)$



14. На слици су приказани четвртина круга OPQ полупречника r и троугао OPR . Две ошчене области имају једнаку површину. Дужина странице OR троугла OPR једнака је

- А) $\frac{r\pi}{2}$ Б) $\frac{r}{2}$ В) $r\pi$ Г) $\frac{2}{\pi}$ Д) $\frac{\pi}{2r}$

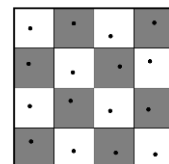


15. Јован је кренуо на одмор. Њему је било потребно 8 сати да пређе 630 km до кампа. Првом половином тог пута кретао се у просеку $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ спорије него што се кретао другом половином пута. Која је била његова просечна брзина, у километрима на сат, током друге половине пута?

- А) 80 Б) 84 В) 90 Г) 96 Д) 100

16. На циновској 4×4 шаховској табли стоји 16 кенгура, по један на сваком пољу, као на слици десно. У сваком потезу сваки кенгур скаче на једно суседно поље - горе, доле, лево или десно, не и дијагонално, не излазећи са табле. На једном пољу може се наћи више кенгура. Који је највећи могући број празних поља након 100 потеза?

- А) 15 Б) 14 В) 12 Г) 10 Д) 8

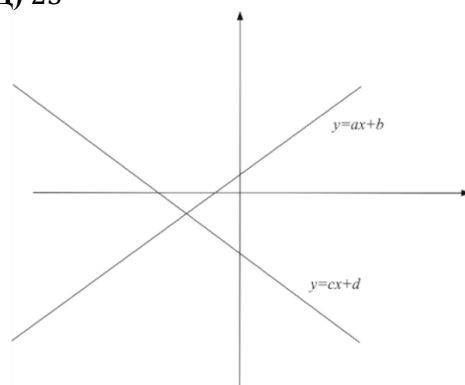


17. Ако се три цела броја сабирају у паровима, зборови су 5, 16 и 27. Највећи од та три броја је

- А) 15 Б) 17 В) 19 Г) 21 Д) 23

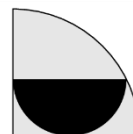
18. Ученик је нацртао графике две линеарне функције у координатном систему, као на слици десно. Вредност израза $ab + cd - (ac + bd)$ је увек

- А) негативна
Б) мања од нуле или једнака нули
В) позитивна
Г) једнака нули
Д) ништа од наведеног



19. Марко је исекао четвртину сивог круга и половину црног круга и поставио их као на слици десно. Површина црног полукруга је 12 cm^2 . Колика је површина четвртине сивог круга?

- А) 42 cm^2 Б) 36 cm^2 В) 32 cm^2 Г) 30 cm^2 Д) 25 cm^2



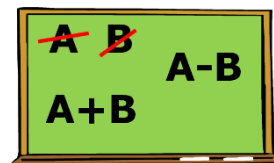
20. Бака плете вунене чарапе. Има клупко вуне пречника 30 cm. Након исплетених 70 чарапа, остало јој је клупко пречника 15 cm. Колико још чарапа бака може да исплете од преосталог дела вуне?

- А) 70 Б) 50 В) 30 Г) 20 Д) 10



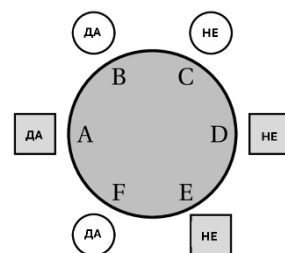
Задаци који вреде 5 поена

21. Ученик је написао два броја на табли. Затим их је обрисао и написао њихов збир и њихову позитивну разлику. Исти поступак је наставио да понавља. Ако је на почетку написао бројеве 3 и 5 и поновио описани поступак тачно 50 пута, која два броја су остала на табли на крају?



- А) 3^{25} и 5^{25} Б) 3^{50} и 5^{50} В) $2 \cdot 3^{25}$ и $2 \cdot 5^{25}$ Г) $3 \cdot 2^{25}$ и $5 \cdot 2^{25}$ Д) ништа од наведеног

22. Три квадратна створења са Марса и три кружна створења са Јупитера седе за столом као што је приказано на слици десно. Једно од њих шесторо има кључ од летећег тањира. Сва створења са једне планете увек говоре истину, док сва створења са друге планете увек лажу. Сво шесторо су одговорили на питање да ли неко створење које седи поред њега има кључ, а одговори су приказани на слици. Које створење има кључ?



- А) А Б) В В) С Г) D Д) E

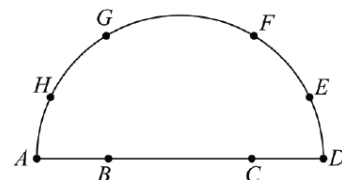
23. Табела 3×3 попуњава се са 9 најмањих различитих четвороцифрених природних бројева тако да збир било која два (суседна) броја у пољима која имају заједничку страницу буде дељив са 2025. Који је највећи број у табели?

- А) 8100 Б) 9000 В) 9100 Г) 9125 Д) 9900

24. Лена прави низ ненегативних целих бројева тако да је $a_1 = 0$, а важи $a_{x+y} = a_x + a_y + xy$. Тада је a_{2025} једнако

- А) 2025 Б) $1012 \cdot 2024$ В) $1012 \cdot 2025$ Г) $1013 \cdot 2025$ Д) $2024 \cdot 2025$

25. На полукругу пречника AD , тачке B и C се налазе на пречнику, а тачке E, F, G и H се налазе на кружном луку као на слици десно. Укупан број троуглова који за темена имају три од ових осам тачака је

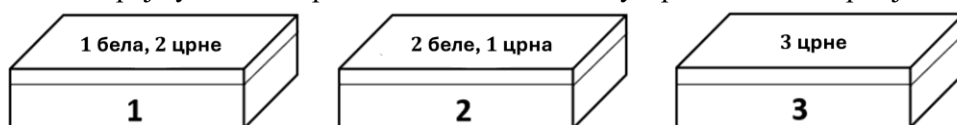


- А) 15 Б) 50 В) 51 Г) 52 Д) 54

26. Дат је троугао ABC . Тачка M је средиште странице AC , а мере углова $\angle ABM$ и $\angle MBC$ су у односу 5:2. Ако је $BM = 1$, а $BC = 2$, површина троугла ABC једнака је

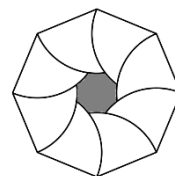
- А) 1 Б) $\frac{1}{2}$ В) $\frac{4}{3}$ Г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Д) $\sqrt{2}$

27. У три кутије смештене су по три куглице. Натписи на кутијама би требало да показују њихов садржај. Натписи су промењени тако да ниједан од њих не открива прави садржај кутија. Можемо одабрати кутију, извадити произвољну куглицу из ње и забележити њену боју без враћања куглице. Који је минималан број куглица потребно извадити да би се утврдио тачан садржај сваке кутије?



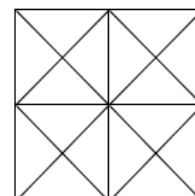
- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3 Д) 4

28. На слици десно приказан је правилан осмоугао стране дужине 1 cm. Нацртано је осам кружних лукова полупречника 1 cm, са центром у сваком темену осмоугла, као на слици десно. Обим осенченог дела фигуре је



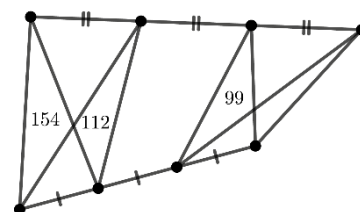
- А) π cm Б) $\frac{2\pi}{3}$ cm В) $\frac{8\pi}{9}$ cm Г) $\frac{4\pi}{5}$ cm Д) $\frac{3\pi}{4}$ cm

29. На слици десно приказана је фигура која се састоји од 16 троуглића. Потребно је обојити половину броја троуглића тако да ниједан пар обојених троуглића нема заједничку страну. Колико троуглова тако обојене фигуре садржи најмање два обојена троуглића?



- А) 8 Б) 10 В) 12 Г) 14 Д) 16

30. Странице AB и CD конвексног четвороугла $ABCD$ су подељене на три једнака дела, $AE = EF = FB$, $DP = PQ = QC$. Дијагонале четвороуглова $AEPD$ и $FBCQ$ се секу у тачкама M и N , редом. Површине троуглова AMD , EMP и FNQ су 154, 112 и 99, редом. Која је површина троугла BCN ?



- А) 57 Б) 70 В) 72 Г) 86 Д) 141

Задаци: „Kangaroo Meeting 2024“, Сантос, Бразил
Организатор такмичења: Друштво математичара Србије
Превод: Немања Вучићевић, Јелена Стеванић,
доц. др Александар Миленковић
Рецензент: проф. др Зоран Каделбург