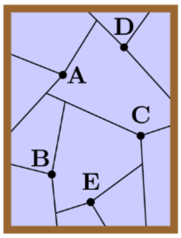
Matematičko takmičenje „Kengur bez granica“ 2025.
11-12. razred

Zadaci koji vrede 3 poena

1. Za $2025.$ godinu kažemo da je potpun kvadrat jer je $2025 = 45^2$. Koliko će godina proći do naredne godine koja je takođe potpun kvadrat?

A) 25 **B)** 91 **V)** 121 **G)** 500 **D)** 2025

2. Nestašni dečak je, jedan za drugim, bacio pet kamenčića na prozor i pogodio ga u tačkama A, B, C, D i E, kao na slici. Na mestima gde je kamen pogodio staklo, nastale su linijske pukotine koje se zaustavljaju na prethodnoj pukotini ili na okviru prozora. Kojim redosledom je dečak bacao kamenčiće?



A) $DACBE$ **B)** $ABCDE$ **V)** $BDACE$ **G)** $BCDAE$ **D)** $DCABE$

3. Za koliko prirodnih brojeva n je vrednost izraza $\frac{2025}{n}$ prirodan broj?

A) 3 **B)** 5 **V)** 9 **G)** 12 **D)** 15

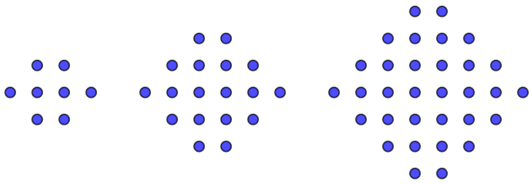
4. Vrednost proizvoda $88 \cdot 888$ je broj

A) između 8 i 88 **B)** između 88 i 888 **V)** između 888 i 8888
G) između 8888 i 88888 **D)** između 88888 i 888888

5. Kvadratni koren broja 16^{16} jednak je

A) 4^4 **B)** 4^8 **V)** 4^{16} **G)** 8^8 **D)** 16^4

6. Na slici ispod prikazana su prva tri elementa niza koji se formira dodavanjem tačkica. Koliko tačkica ima peti element niza?



A) 72 **B)** 74 **V)** 76 **G)** 78 **D)** 80

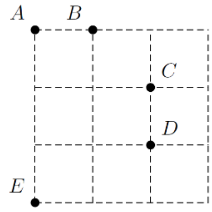
7. Količnik brojeva $\sqrt{11}$ i 3 je broj koji se na brojevnoj pravoj nalazi između brojeva

A) 0 i 1 **B)** 1 i 2 **V)** 2 i 3
G) 3 i 4 **D)** 4 i 5

8. U svakom pakovanju čokoladica nalazi se pet čokoladica. Kada je broj čokoladica u pakovanju smanjen za jednu, proizvođač je odlučio da cena pakovanja ostane nepromenjena. Za koliko procenata je time poskupela jedna čokoladica?

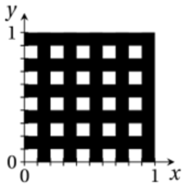
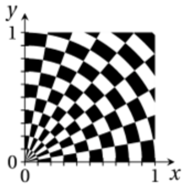
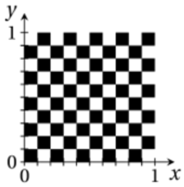
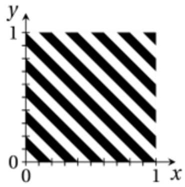
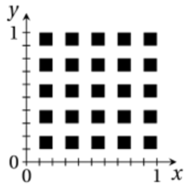
A) za 10% **B)** za 20% **V)** za 25% **G)** za 30% **D)** za 50%

9. Koju od tačaka A, B, C, D ili E na slici desno treba obrisati tako da rastojanje između svake dve od preostale četiri tačke bude različito?



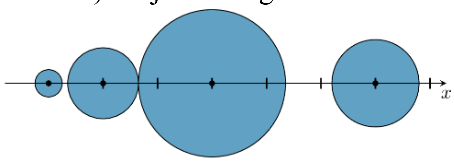
A) A **B)** B **V)** C **G)** D **D)** E

10. U Dekartovom koordinatnom sistemu, za $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ neke tačke su obojene u crno. Tačka sa koordinatama (x, y) je obojena u crno ako je za obe koordinate x i y prva cifra iza decimalne zapete neparna. Koja slika nastaje takvim bojenjem dela koordinatne ravni?

A) 
B) 
V) 
G) 
D) 

Zadaci koji vrede 4 poena

11. Četiri kruga pozitivnih poluprečnika r_1, r_2, r_3 i r_4 sa centrima u $(0,0), (1,0), (3,0)$ i $(6,0)$ se mogu dodirivati, ali ne i preklapati (kao na slici). Najveća moguća vrednost zbira $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$ je

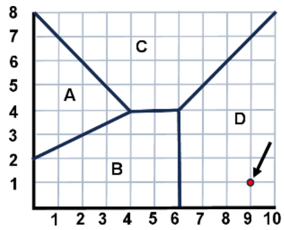


A) 3 **B)** 4 **V)** 5 **G)** 6 **D)** ne postoji najveća vrednost zbira

12. Dato je 10 različitih prirodnih brojeva od kojih su tačno 5 deljiva sa 5 i tačno 7 deljiva sa 7. Ako je N najveći među tim brojevima, koja je najmanja moguća vrednost broja N?

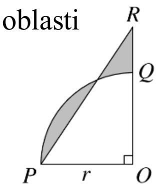
A) 105 **B)** 77 **V)** 75 **G)** 63 **D)** ništa od navedenog

13. U jednom gradu nalaze se 4 škole. Svaki učenik pohađa školu koja je najbliža njegovoj kući. Mapa prikazuje oblasti A, B, C i D u gradu, formirane na osnovu toga koju školu učenici pohađaju. Škola u oblasti D ima koordinate $(9,1)$. Koje su koordinate škole u oblasti A?



A) $(0,4)$ **B)** $(1,4)$ **V)** $(1,5)$ **G)** $(1,6)$ **D)** $(2,4)$

14. Na slici su prikazani četvrtina kruga OPQ poluprečnika r i trougao OPR. Dve osenčene oblasti imaju jednaku površinu. Dužina stranice OR trougla OPR jednaka je

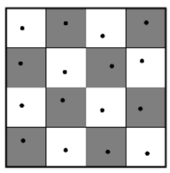


A) $\frac{r\pi}{2}$ **B)** $\frac{r}{2}$ **V)** $r\pi$ **G)** $\frac{2}{\pi}$ **D)** $\frac{\pi}{2r}$

15. Jovan je krenuo na odmor. Njemu je bilo potrebno 8 sati da pređe 630 km do kampa. Prvom polovinom tog puta kretao se u proseku $20\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sporije nego što se kretao drugom polovinom puta. Koja je bila njegova prosečna brzina, u kilometrima na sat, tokom druge polovine puta?

A) 80 **B)** 84 **V)** 90 **G)** 96 **D)** 100

16. Na džinovskoj 4×4 šahovskoj tabli stoji 16 kengura, po jedan na svakom polju, kao na slici desno. U svakom potezu svaki kengur skače na jedno susedno polje - gore, dole, levo ili desno, ne i dijagonalno, ne izlazeći sa table. Na jednom polju može se naći više kengura. Koji je najveći mogući broj praznih polja nakon 100 poteza?

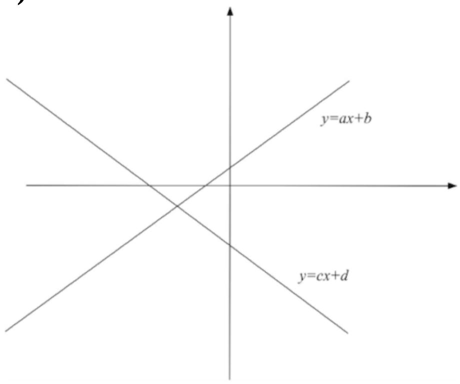


A) 15 **B)** 14 **V)** 12 **G)** 10 **D)** 8

17. Ako se tri cela broja sabiraju u parovima, zbirovi su 5, 16 i 27. Najveći od ta tri broja je

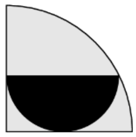
A) 15 **B)** 17 **V)** 19 **G)** 21 **D)** 23

18. Učenik je nacrtao grafike dve linearne funkcije u koordinatnom sistemu, kao na slici desno. Vrednost izraza $ab + cd - (ac + bd)$ je uvek



A) negativna
B) manja od nule ili jednaka nuli
V) pozitivna
G) jednaka nuli
D) ništa od navedenog

19. Marko je isekao četvrtinu sivog kruga i polovinu crnog kruga i postavio ih kao na slici desno. Površina crnog polukruga je 12 cm^2. Kolika je površina četvrtine sivog kruga?



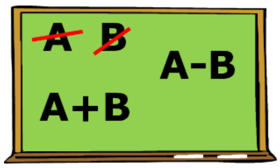
A) 42 cm^2 **B)** 36 cm^2 **V)** 32 cm^2 **G)** 30 cm^2 **D)** 25 cm^2

20. Baka plete vunene čarape. Ima klupko vune prečnika 30 cm. Nakon ispletenih 70 čarapa, ostalo joj je klupko prečnika 15 cm. Koliko još čarapa baka može da isplete od preostalog dela vune?

A) 70 **B)** 50 **V)** 30 **G)** 20 **D)** 10

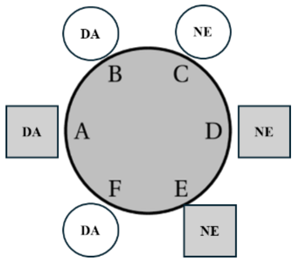
Zadaci koji vrede 5 poena

21. Učenik je napisao dva broja na tabli. Zatim ih je obrisao i napisao njihov zbir i njihovu pozitivnu razliku. Isti postupak je nastavio da ponavlja. Ako je na početku napisao brojeve 3 i 5 i ponovio opisani postupak tačno 50 puta, koja dva broja su ostala na tabli na kraju?



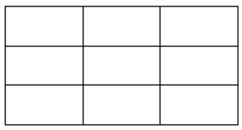
A) 3^{25} i 5^{25} **B)** 3^{50} i 5^{50} **V)** $2 \cdot 3^{25}$ i $2 \cdot 5^{25}$ **G)** $3 \cdot 2^{25}$ i $5 \cdot 2^{25}$ **D)** ništa od navedenog

22. Tri kvadratna stvorenja sa Marsa i tri kružna stvorenja sa Jupitera sede za stolom kao što je prikazano na slici desno. Jedno od njih šestoro ima ključ od letećeg tanjira. Sva stvorenja sa jedne planete uvek govore istinu, dok sva stvorenja sa druge planete uvek lažu. Svo šestoro su odgovorili na pitanje da li neko stvorenje koje sedi pored njega ima ključ, a odgovori su prikazani na slici. Koje stvorenje ima ključ?



A) A **B)** B **V)** C **G)** D **D)** E

23. Tabela 3 x 3 popunjava se sa 9 najmanjih različitih četvorocifrenih prirodnih brojeva tako da zbir bilo koja dva (susedna) broja u poljima koja imaju zajedničku stranicu bude deljiv sa 2025. Koji je najveći broj u tabeli?

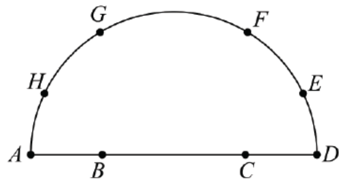


A) 8100 **B)** 9000 **V)** 9100 **G)** 9125 **D)** 9900

24. Lena pravi niz nenegativnih celih brojeva tako da je $a_1 = 0$, a važi $a_{x+y} = a_x + a_y + xy$. Tada je a_{2025} jednako

A) 2025 **B)** $1012 \cdot 2024$ **V)** $1012 \cdot 2025$ **G)** $1013 \cdot 2025$ **D)** $2024 \cdot 2025$

25. Na polukrugu prečnika AD, tačke B i C se nalaze na prečniku, a tačke E, F, G i H se nalaze na kružnom luku kao na slici desno. Ukupan broj trouglova koji za temena imaju tri od ovih osam tačaka je

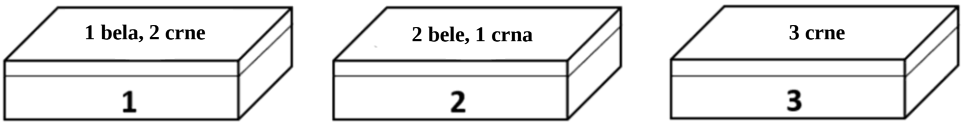


A) 15 **B)** 50 **V)** 51 **G)** 52 **D)** 54

26. Dat je trougao ABC. Tačka M je središte stranice AC, a mere uglova $\angle ABM$ i $\angle MBC$ su u odnosu $5:2$. Ako je $BM = 1$, a $BC = 2$, površina trougla ABC jednaka je

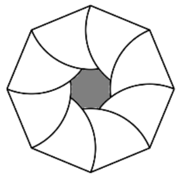
A) 1 **B)** $\frac{1}{2}$ **V)** $\frac{4}{3}$ **G)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **D)** $\sqrt{2}$

27. U tri kutije smeštene su po tri kuglice. Natpisi na kutijama bi trebalo da pokazuju njihov sadržaj. Natpisi su promenjeni tako da nijedan od njih ne otkriva pravi sadržaj kutija. Možemo odabrati kutiju, izvaditi proizvoljnu kuglicu iz nje i zabeležiti njenu boju bez vraćanja kuglice. Koji je minimalan broj kuglica potrebno izvaditi da bi se utvrdio tačan sadržaj svake kutije?



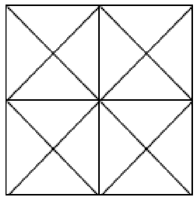
A) 0 **B)** 1 **V)** 2 **G)** 3 **D)** 4

28. Na slici desno prikazan je pravilan osmougao stranice dužine 1 cm. Nacrtano je osam kružnih lukova poluprečnika 1 cm, sa centrom u svakom temenu osmougla, kao na slici desno. Obim osenčenog dela figure je



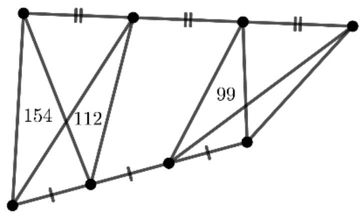
A) π cm **B)** $\frac{2\pi}{3}$ cm **V)** $\frac{8\pi}{9}$ cm **G)** $\frac{4\pi}{5}$ cm **D)** $\frac{3\pi}{4}$ cm

29. Na slici desno prikazana je figura koja se sastoji od 16 trouglića. Potrebno je obojiti polovinu broja trouglića tako da nijedan par obojenih trouglića nema zajedničku stranicu. Koliko trouglova tako obojene figure sadrži najmanje dva obojena trouglića?



A) 8 **B)** 10 **V)** 12 **G)** 14 **D)** 16

30. Stranice AB i CD konveksnog četvorougla $ABCD$ su podeljene na tri jednaka dela, $AE = EF = FB$, $DP = PQ = QC$. Dijagonale četvorougla $AEPD$ i $FBCQ$ se seku u tačkama M i N, redom. Površine trouglova AMD, EMP i FNQ su $154, 112$ i 99, redom. Koja je površina trougla BCN?



A) 57 **B)** 70 **V)** 72 **G)** 86 **D)** 141

Zadaci: „Kangaroo Meeting 2024“, Santos, Brazil
Organizator takmičenja: Društvo matematičara Srbije
Prevod: Nemanja Vučićević, Jelena Stevanić,
doc. dr Aleksandar Milenković
Recenzent: prof. dr Zoran Kadelburg