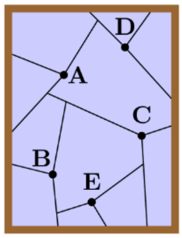
Matematičko natjecanje „Klokan bez granica“ 2025.
11. – 12. razred

Zadaci koji vrijede 3 boda

1. Za 2025. godinu kažemo da je potpun kvadrat jer je $2025 = 45^2$. Koliko će godina proći do naredne godine koja je također potpun kvadrat?

A) 25 **B)** 91 **C)** 121 **D)** 500 **E)** 2025

2. Nestašni je dječak, jedan za drugim, bacio pet kamenčića na prozor i pogodio ga u točkama A, B, C, D i E kao na slici. Na mjestima gdje je kamen pogodio staklo, nastale su linijske pukotine koje se zaustavljaju na prethodnoj pukotini ili na okviru prozora. Kojim je redosljedom dječak bacao kamenčiće?



A) $DACBE$ **B)** $ABCDE$ **C)** $BDACE$ **D)** $BCDAE$ **E)** $DCABE$

3. Za koliko prirodnih brojeva n je vrijednost izraza $\frac{2025}{n}$ prirodan broj?

A) 3 **B)** 5 **C)** 9 **D)** 12 **E)** 15

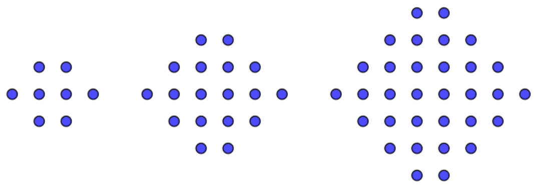
4. Vrijednost umnoška $88 \cdot 888$ je broj

A) između 8 i 88 **B)** između 88 i 888 **C)** između 888 i 8888
D) između 8888 i 88888 **E)** između 88888 i 888888

5. Kvadratni korjen broja 16^{16} jednak je

A) 4^4 **B)** 4^8 **C)** 4^{16} **D)** 8^8 **E)** 16^4

6. Na slici ispod prikazana su prva tri elementa niza koji se formira dodavanjem točkica. Koliko točkica ima peti element niza?



A) 72 **B)** 74 **C)** 76 **D)** 78 **E)** 80

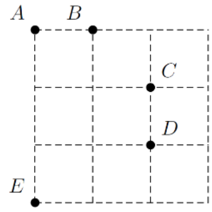
7. Količnik brojeva $\sqrt{11}$ i 3 je broj koji se na brojevnom pravcu nalazi između brojeva

A) 0 i 1 **B)** 1 i 2 **C)** 2 i 3
D) 3 i 4 **E)** 4 i 5

8. U svakom pakiranju čokoladica nalazi se pet čokoladica. Kada je broj čokoladica u pakovanju smanjen za jednu, proizvođač je odlučio da cijena pakiranja ostane nepromjenjena. Za koliko je posto time poskupjela jedna čokoladica?

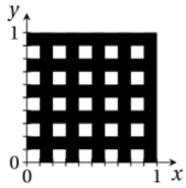
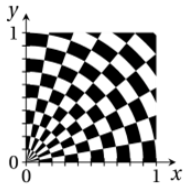
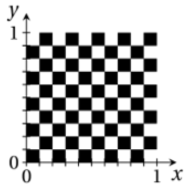
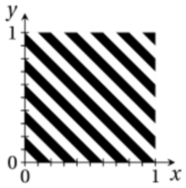
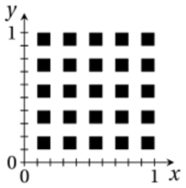
A) za 10 % **B)** за 20 % **C)** за 25 % **D)** za 30 % **E)** za 50 %

9. Koju od točaka A, B, C, D ili E na slici desno treba obrisati tako da udaljenost između svake dvije od preostalih četiriju točaka bude različito?



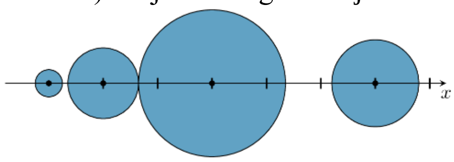
A) A **B)** B **C)** C **D)** D **E)** E

10. U Kartezijevu koordinatnom sustavu za $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ neke točke obojene su u crno. Točka s koordinatama (x, y) obojena je u crno ako je za obje koordinate x i y prva znamenka iza decimalnog zareza neparna. Koja slika nastaje takvim bojenjem dijela koordinatne ravnine?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

Zadaci koji vrijede 4 boda

11. Četiri kruga pozitivnih polumjera r_1, r_2, r_3 i r_4 sa središtima u $(0,0), (1,0), (3,0)$ i $(6,0)$ mogu se dodirivati, ali ne i preklapati (kao na slici). Najveća moguća vrijednost zbroja $r_1 + r_2 + r_3 + r_4$ je

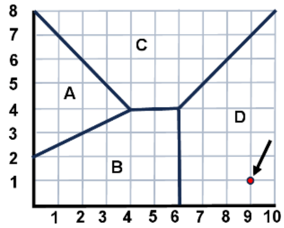


A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6 **E)** ne postoji najveća vrijednost zbroja.

12. Zadano je 10 različitih prirodnih brojeva od kojih je točno 5 djeljivih s 5 i točno 7 djeljivih sa 7. Ako je N najveći među tim brojevima, koja je najmanja moguća vrijednost broja N?

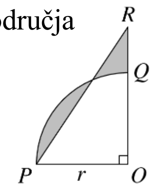
A) 105 **B)** 77 **C)** 75 **D)** 63 **E)** ništa od navedenog

13. U jednom gradu nalaze se 4 škole. Svaki učenik pohađa školu koja je najbliža njegovoj kući. Mapa prikazuje područja A, B, C i D u gradu, formirana na osnovu toga koju školu učenici pohađaju. Škola u području D ima koordinate $(9, 1)$. Koje su koordinate škole u području A?



A) $(0, 4)$ **B)** $(1, 4)$ **C)** $(1, 5)$ **D)** $(1, 6)$ **E)** $(2, 4)$

14. Na slici su prikazani četvrtina kruga OPQ polumjera r i trokut OPR. Dva osjenčana područja imaju jednaku površinu. Duljina stranice OR trokuta OPR jednaka je

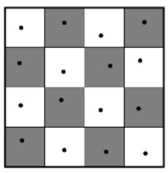


A) $\frac{r\pi}{2}$ **B)** $\frac{r}{2}$ **C)** $r\pi$ **D)** $\frac{2}{\pi}$ **E)** $\frac{\pi}{2r}$

15. Jovan je krenuo na odmor. Trebalo mu je 8 sati da prijeđe 630 km do kampa. Prvom polovinom tog puta kretao se u prosjeku $20\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sporije nego drugom polovinom puta. Kolika je bila njegova prosječna brzina, u kilometrima na sat, tijekom druge polovice puta?

A) 80 **B)** 84 **C)** 90 **D)** 96 **E)** 100

16. Na velikoj 4×4 šahovskoj ploči stoji 16 klokana, po jedan na svakom polju kao na slici desno. U svakom potezu svaki klokan skače na jedno susjedno polje – gore, dolje, lijevo ili desno, ne i dijagonalno, ne izlazeći s ploče. Na jednom polju može se naći više klokana. Koji je najveći mogući broj praznih polja nakon 100 poteza?

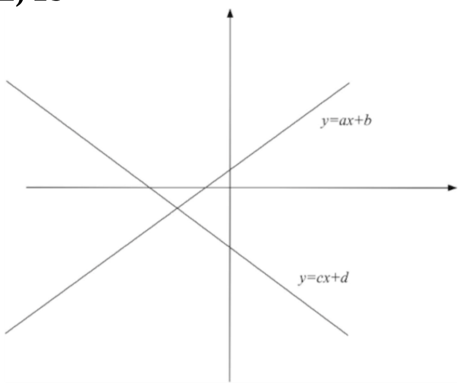


A) 15 **B)** 14 **C)** 12 **D)** 10 **E)** 8

17. Ako se tri cijela broja zbrajaju u parovima, zbrojevi su $5, 16$ i 27. Najveći od ta tri broja je

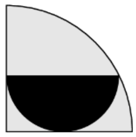
A) 15 **B)** 17 **C)** 19 **D)** 21 **E)** 23

18. Učenik je nacrtao grafove dviju linearnih funkcija u koordinatnom sustavu kao na slici desno. Vrijednost izraza $ab + cd - (ac + bd)$ uvijek je



A) negativna
B) manja od nule ili jednaka nuli
C) pozitivna
D) jednaka nuli
E) ništa od navedenog

19. Marko je isjekao četvrtinu sivog kruga i polovinu crnog kruga i postavio ih kao na slici desno. Površina crnog polukruga je $12\ \mathrm{cm}^2$. Kolika je površina četvrtine sivog kruga?



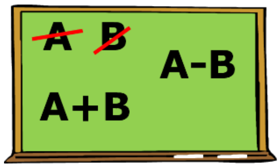
A) $42\ \mathrm{cm}^2$ **B)** $36\ \mathrm{cm}^2$ **C)** $32\ \mathrm{cm}^2$ **D)** $30\ \mathrm{cm}^2$ **E)** $25\ \mathrm{cm}^2$

20. Baka plete vunene čarape. Ima klupko vune promjera 30 cm. Nakon ispletenih 70 čarapa, ostalo joj je klupko promjera 15 cm. Koliko još čarapa baka može isplesti od preostalog dijela vune?

A) 70 **B)** 50 **C)** 30 **D)** 20 **E)** 10

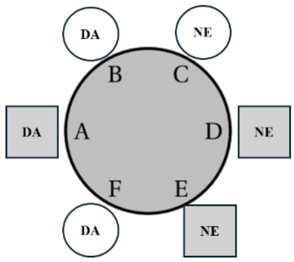
Zadaci koji vrijede 5 bodova

21. Učenik je napisao dva broja na ploči. Zatim ih je obrisao i napisao njihov zbroj i njihovu pozitivnu razliku. Isti postupak nastavio je ponavljati. Ako je na početku napisao brojeve 3 i 5 i ponovio opisani postupak točno 50 puta, koja su dva broja ostala na ploči na kraju?



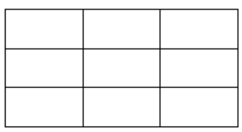
A) 3^{25} i 5^{25} **B)** 3^{50} i 5^{50} **C)** $2 \cdot 3^{25}$ i $2 \cdot 5^{25}$ **D)** $3 \cdot 2^{25}$ i $5 \cdot 2^{25}$ **E)** ništa od navedenog

22. Tri kvadratna stvorenja s Marsa i tri kružna stvorenja s Jupitera sjede za stolom kao što je prikazano na slici desno. Jedno od njih šestero ima ključ od letećeg tanjura. Sva stvorenja s jednog planeta uvijek govore istinu, dok sva stvorenja s drugog planete uvijek lažu. Svih šestero su odgovorili na pitanje ima li neko stvorenje koje sjedi pored njega ključ, a odgovori su prikazani na slici. Koje stvorenje ima ključ?



A) A **B)** B **C)** C **D)** D **E)** E

23. Tablica 3×3 popunjava se sa 9 najmanjih različitih četveroznamenkastih prirodnih brojeva tako da zbroj bilo koja dva (susjedna) broja u poljima koja imaju zajedničku stranicu bude djeljiv sa 2025. Koji je najveći broj u tablici?

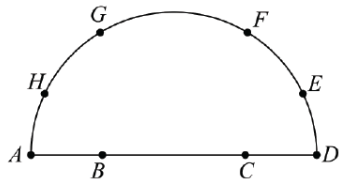


A) 8100 **B)** 9000 **C)** 9100 **D)** 9125 **E)** 9900

24. Lena pravi niz nenegativnih cijelih brojeva tako da je $a_1 = 0$, a vrijedi $a_{x+y} = a_x + a_y + xy$. Tada je a_{2025} jednako

A) 2025 **B)** $1012 \cdot 2024$ **C)** $1012 \cdot 2025$ **D)** $1013 \cdot 2025$ **E)** $2024 \cdot 2025$

25. Na polukrugu promjera AD točke B i C nalaze se na promjeru, a točke E, F, G i H nalaze se na kružnom luku kao na slici desno. Ukupan broj trokuta koji za vrhove imaju tri od ovih osam točaka je

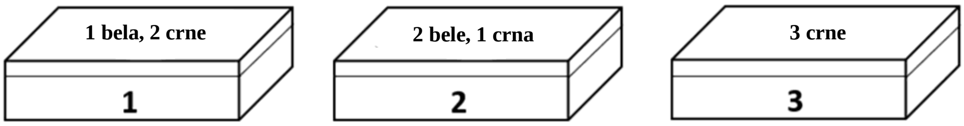


A) 15 **B)** 50 **C)** 51 **D)** 52 **E)** 54

26. Zadan je trokut ABC. Točka M je sredina stranice AC, a mjere kutova $\angle ABM$ i $\angle MBC$ su u omjeru $5:2$. Ako je $BM = 1$, a $BC = 2$, površina trokuta ABC jednaka je

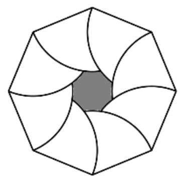
A) 1 **B)** $\frac{1}{2}$ **C)** $\frac{4}{3}$ **D)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **E)** $\sqrt{2}$

27. U trima kutijama smještene su po tri kuglice. Natpisi na kutijama trebali bi pokazivati njihov sadržaj. Natpisi su promjenjeni tako da nijedan od njih ne otkriva pravi sadržaj kutija. Možemo odabrati kutiju, izvaditi proizvoljnu kuglicu iz nje i zabilježiti njezinu boju bez vraćanja kuglice. Koji je minimalan broj kuglica potrebno izvaditi kako bi se utvrdio točan sadržaj svake kutije?



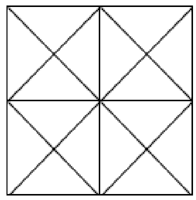
A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

28. Na slici desno prikazan je pravilan osmerokut stranice duljine 1 cm. Nacrtano je osam kružnih lukova polumjera 1 cm sa središtem u svakom vrhu osmerokuta kao na slici desno. Opseg osjenčanog dijela lika je



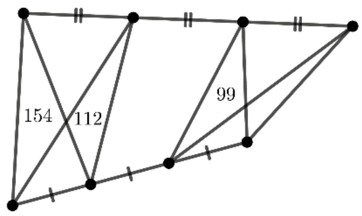
A) π cm **B)** $\frac{2\pi}{3}$ cm **C)** $\frac{8\pi}{9}$ cm **D)** $\frac{4\pi}{5}$ cm **E)** $\frac{3\pi}{4}$ cm

29. Na slici desno prikazana je figura sastavljena od 16 trokutića. Potrebno je obojiti polovicu trokutića tako da nijedan par obojenih trokutića nema zajedničku stranicu. Koliko trokutića u tako obojenoj figuri sadrži najmanje dva obojena trokutića?



A) 8 **B)** 10 **C)** 12 **D)** 14 **E)** 16

30. Stranice AB i CD konveksnog četverokuta $ABCD$ podijeljene su na tri jednaka dijela, $AE = EF = FB, DP = PQ = QC$. Dijagonale četverokuta $AEPD$ i $FBCQ$ redom se sijeku u točkama M i N. Površine trokuta AMD, EMP i FNQ redom su $154, 112$ i 99. Koja je površina trokuta BCN?



A) 57 **B)** 70 **C)** 72 **D)** 86 **E)** 141