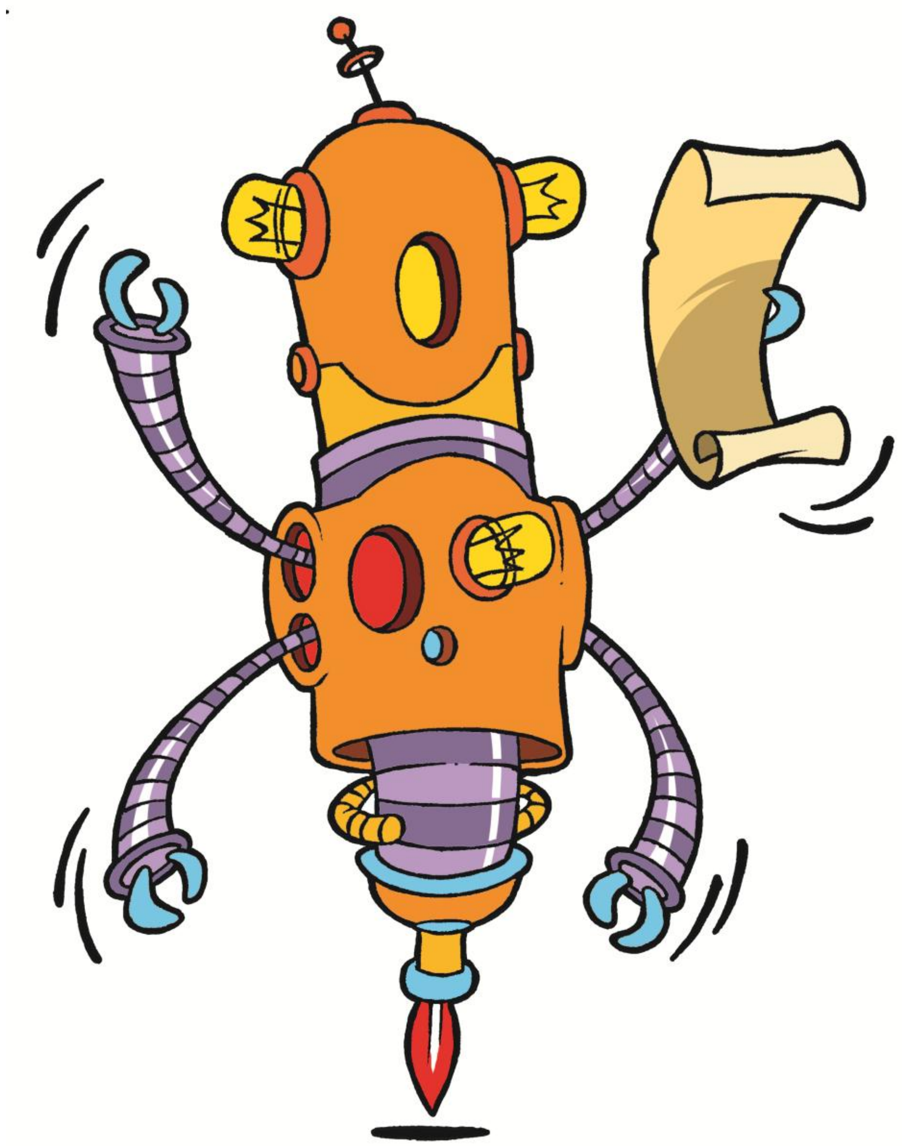
МАТЕМАТИЧКИ ЛИСТ 2024/25. бр. LIX-3



РЕЗУЛТАТИ, УПУТСТВА ИЛИ РЕШЕЊА ЗАДАТАКА ИЗ РУБРИКЕ ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

1. а) Дециметар (dm), центиметар (cm) и милиметар (mm).
б) Килограм (kg) и тона (t).
в) Хектолитар (hℓ) и милилитар (mℓ).
г) Минут (min) и секунда (s), односно дан и година.

2.

$$\begin{array}{r}306\\+\,482\\\hline 788\end{array}\qquad\begin{array}{r}567\\+\,432\\\hline 999\end{array}\qquad\begin{array}{r}863\\-\,623\\\hline 240\end{array}\qquad\begin{array}{r}858\\-\,357\\\hline 501\end{array}$$

3. а) $x = 779 - 460$, $x = 319$; б) $x = 666 - 364$, $x = 302$;
в) $x = 622 + 173$, $x = 795$; г) $x = 683 - 352$, $x = 331$.

4. а) $\frac{1}{5}$ dm = 2 cm; $\frac{1}{4}$ kg = 250 g; $\frac{1}{2}$ dm = 50 mm; $\frac{1}{5}$ ℓ = 200 mℓ; $\frac{1}{10}$ h = 6 min.
б) 500 kg = $\frac{1}{2}$ t; $\frac{1}{5}$ km = 200 m; $\frac{1}{10}$ ℓ = 1 dℓ; $\frac{1}{6}$ min = 10 s; $\frac{1}{3}$ дана = 8 h.
в) 8 hℓ = 800 ℓ; 2 дана = 48 h; $\frac{1}{5}$ ℓ = 200 mℓ; $\frac{1}{3}$ min = 20 s.

5.

$$\begin{array}{r}539\\+\,267\\\hline 806\end{array}\qquad\begin{array}{r}769\\+\,231\\\hline 1000\end{array}\qquad\begin{array}{r}717\\-\,179\\\hline 538\end{array}\qquad\begin{array}{r}800\\-\,554\\\hline 246\end{array}$$

6. а) $537 + x = 1000 - 213$, $537 + x = 787$, $x = 787 - 537$, $x = 250$;
б) $x + 323 = 872 - 178$, $x + 323 = 694$, $x = 694 - 323$, $x = 371$;
в) $1000 - x = 639 + 261$, $1000 - x = 900$, $x = 1000 - 900$, $x = 100$.

7. а) $x \in \{0, 1, 2, 3, ..., 223, 224\}$;
б) $x \in \{761, 762, 763, ..., 999, 1000\}$;
в) $x \in \{0, 1, 2, 3, ..., 86, 87\}$.

8.

$$\begin{array}{r}269\\348\\+\,244\\\hline 861\end{array}\qquad\begin{array}{r}801\\-\,377\\\hline 424\end{array}$$

9.

$$\begin{array}{r}557\\+\,299\\\hline 856\end{array}\qquad\begin{array}{r}416\\98\\+\,397\\\hline 911\end{array}\qquad\begin{array}{r}467\\-\,178\\\hline 289\end{array}\qquad\begin{array}{r}803\\-\,235\\\hline 568\end{array}$$

10. Ако са x означиш масу сувозача Гаврила онда једначина гласи:
$$(860 + 72) + x = 1000,\quad 933 + x = 1000,\quad x = 1000 - 933,\quad x = 67.$$
Гаврилова маса је 67 kg.

11.

$x + 321 < 521$	$\{719, 720, 721, ..., 999, 1000\}$
$x - 320 > 398$	$\{442, 443, 444, ..., 841, 842\}$
$670 + x \geq 855$	$\{0, 1, 2, 3, ..., 198, 199\}$
$842 - x \leq 400$	$\{185, 186, 187, ..., 999, 1000\}$

12. Ако су и *C* и *D* ван дужи *AB*, онда је *CD* = (138 + 80 + 72) mm, то јест *CD* = 2 dm 9 cm. Ако је *C* између тачке *A* и *B* и *D* ван дужи *AB*, онда је *CD* = (138 – 80 + 72) mm, то јест *CD* = 1 dm 3 cm. Ако је *D* између тачке *A* и *B* и *C* ван дужи *AB*, онда је *CD* = (138 – 72 + 80) mm, то јест *CD* = 1 dm 4 cm 6 mm. Ако су и *C* и *D* између тачке *A* и *B*, онда је *CD* = (72 + 80 – 138) mm, то јест *CD* = 1 cm 4 mm.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА – 20 минута

Мерење и мере

1. а) 2 kg > 802 g; б) 1000 m = 1 km; в) 5 dℓ < 500 cℓ; г) 40 dℓ = 4 ℓ.

2. Милица је сипала у чаше укупно 3 · 2 dℓ = 6 dℓ сока. У боци је остало 2 ℓ – 6 dℓ = 1 ℓ 4 dℓ сока.

3. Од почетка до краја филма прошло је 1 h 28 min + 7 min =1 h 35 min.
Крај филма је био у 20 h 5 min.

4. Мерни број површине плаве фигуре је 6 · 4 = 24. Мерни број површине жуте фигуре је 8 · 4 – 4 = 28. Мерни број површине зелене фигуре је 6 · 4 – 3 · 2 = 18.

Контролна вежба – 15 минута

Сабирање и одузимање, писмени поступак

1.

$$\begin{array}{r} 347 \\ +\ 252 \\ \hline \mathbf{599} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 47 \\ 431 \\ +\ 220 \\ \hline \mathbf{698} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 675 \\ -\ 323 \\ \hline \mathbf{352} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 686 \\ -\ 626 \\ \hline \mathbf{60} \end{array}$$

2.

$$\begin{array}{r} 477 \\ +\ 338 \\ \hline \mathbf{815} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 447 \\ 67 \\ +\ 277 \\ \hline \mathbf{791} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 644 \\ -\ 376 \\ \hline \mathbf{268} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 800 \\ -\ 505 \\ \hline \mathbf{295} \end{array}$$

3.

$$\begin{array}{r} 246 \\ 359 \\ +\ 77 \\ \hline \mathbf{682} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 602 \\ -\ 446 \\ \hline \mathbf{156} \end{array}$$

Контролна вежба – 20 минута

Једначине и неједначине са сабирањем и одузимањем

1. а) $634 + x = 878$, $x = 878 - 634$, $x = 244$.
б) $x - 376 = 587$, $x = 587 + 376$, $x = 963$.

2. а) $x \in \{392, 393, 394, ..., 999, 1000\}$;
б) $x \in \{0, 1, 2, 3, ..., 649, 650\}$;

3. $1000-(555+x)=238$, $555+x=1000-238$, $555+x=762$, $x=762-555$, $x=207$.

Задаци за додатни рад

1. Ако дужину дужи AC означиш са x, онда је дужина дужи BC једнака $7 \cdot x$, а дужина дужи AB једнака $6 \cdot x$. Тако добијаш да је $6 \cdot x = 7$ cm 2 mm, односно $x = 1$ cm 2 mm, па је $BC = 8$ cm 4 mm.

2. Како је $28 = 7 \cdot 4 \cdot 1 = 7 \cdot 2 \cdot 2$, па је највећи паран број чији је производ цифара 28 број 722. Слично је $72 = 9 \cdot 8 \cdot 1 = 3 \cdot 3 \cdot 8 = 4 \cdot 2 \cdot 9 = 3 \cdot 4 \cdot 6$, па је најмањи број чији је производ цифара 72 број 189. Тражени збир је $722 + 189 = 911$.

3. Милан је умањеник повећао за 200, а умањилац је смањио за 20. На тај начин је разлику повећао за 220. Значи права разлика је $288 - 220 = 68$.

IV разред

1. $x + 650 = 2300$, $x = 1650$. Милица је имала 1650 динара у новчанику.

2. Да, јер је $4005 - 1235 = 2770$.

3. Коцка има 6 страна и 12 ивица.

4. а) $x = 2814$; б) $x = 111$; в) $x = 101$.

5. $x \leq 4004 - 3992$; $x \leq 12$. То су бројеви 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 и 12.

6. Производ ће бити два пута већи, дакле 240.

7. Површина коцке је $6 \cdot 4 = 24\ \mathrm{cm}^2$.

8. Количник ће бити 200.

9. а) $x = 1001$; б) $x = 133$; в) $x = 560$.

10. $(x + 25) \cdot 25 = 6675$; $x = 242$.

11. Означимо мањи од бројева са x, а већи са $9x$. Тада је $x \cdot 9x = 2025$, тј. $x = 15$. Дакле, то су бројеви 15 и 135.

12. Површина једне стране коцке је $350 : 14 = 25\ \mathrm{cm}^2$, па је ивица коцке дужине 5 cm.

Контролна вежба

1. а) $x = 3086$; б) $x = 11$.

2. $x \leq 1244 - 1225$; $x \leq 19$. Има 10 непарних бројева у скупу решења дате неједначине.

3. $3205 - x = 998$; $x = 2207$.

4. $(890 - 25) \cdot 25 = 21625$.

Трећи писмени задатак

1. а) 451896; б) 2200.

2. $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$.

3. $5x + 2025 = 4800$; $x = 555$.

4. Производ ће бити 40.

5. Ивица коцке је дужине 4 cm, а њена површина је $96\ \mathrm{cm}^2$.

Задаци за додатни рад

1. Производ је увећан за $2835 - 2025 = 810$. Дакле, један чинилац је $810 : 2 = 405$, а други 5.

2. Када се површина коцке повећа за $150\ \mathrm{cm}^2$, тада се површина сваке стране коцке повећа за $150 : 6 = 25\ \mathrm{cm}^2$. Ако је дужина ивице коцке a, површина једне њене стране увећа се за $a \cdot 1 + a \cdot 1 + 1 \cdot 1$, тј. $2a + 1 = 25$, па је $a = 12$ cm. Дакле, запремина првобитне коцке је $1728\ \mathrm{cm}^3$.

3. У питању је квадар страница 10 cm, 10 cm и 120 cm па је његова површина $5000\ \mathrm{cm}^2$.

V разред

1.

збир правог и оштрог угла	оштар угао
разлика тупог и правог угла	прав угао
збир два права угла	туп угао
збир два комплементна	опружен угао

2. $A = 2{,}02$, $B = 3{,}9 - 1{,}82 = 2{,}08$ и $C = 0{,}98 + 1{,}06 = 2{,}04$. Израз B има највећу вредност.

3. $2 + (3{,}5 - 1{,}73) = 2 + 1{,}77 = 3{,}77$.

4. $\beta = 212° - 180° = 32°$.

5.

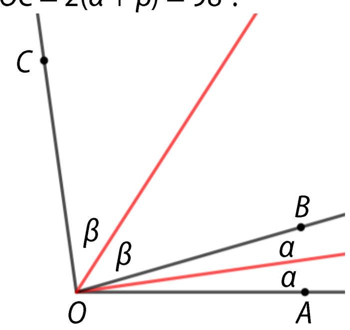
+	$\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$3\frac{5}{6}$
$2\frac{1}{15}$	$2\frac{19}{60}$	$3\frac{17}{30}$	$5\frac{9}{10}$
$\frac{5}{9}$	$\frac{29}{36}$	$2\frac{1}{18}$	$4\frac{7}{18}$
$1\frac{1}{5}$	$1\frac{9}{20}$	$2\frac{7}{10}$	$4\frac{29}{30}$

6. $\alpha = 118°$, $\beta = 62°$.

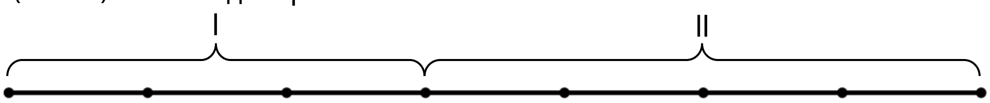
7. $7\frac{3}{4} - \left(10{,}7 - 4\frac{3}{5}\right) = 7{,}75 - (10{,}7 - 4{,}6) = 1{,}65$.

8. $2025' = 33°\,45'$,
$\alpha + \beta = 90°$,
$2\beta = 90° - 33°\,45' = 56°\,15'$,
$\beta = 28°\,7'\,30''$, $\alpha = 61°\,52'\,30''$,
$\alpha + \gamma = 180°$,
$\gamma = 118°\,7'\,30''$.

9. Нека је $\measuredangle AOB = 2\alpha$ и $\measuredangle BOC = 2\beta$. Из услова задатка следи да је $\alpha + 2\beta = 90°$ и $2\alpha + \beta = 57°$, одакле је $3\alpha + 3\beta = 147°$, $\alpha + \beta = 49°$, $\measuredangle AOC = 2(\alpha + \beta) = 98°$.



10. I дечак: $(840 : 7) \cdot 3 = 360$ динара.
II дечак: $(840 : 7) \cdot 4 = 480$ динара.



11. $\frac{1}{8}-\frac{1}{12}=\frac{1}{24}$. У одељењу Vг има 24 ученика.

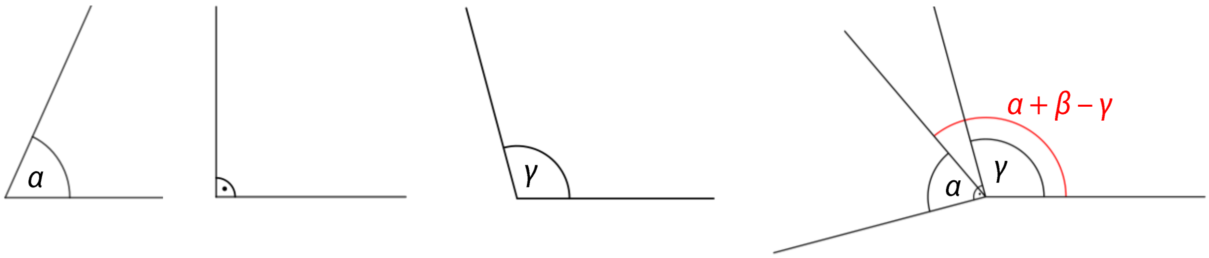
12. $\frac{3}{5}=\frac{3k}{5k}$, $135=3\cdot3\cdot3\cdot5$.

$3k\cdot5k=135$, $3\cdot5\cdot k\cdot k=135$, $3\cdot5\cdot k\cdot k=3\cdot3\cdot3\cdot5$, $k=3$, $\frac{3k}{5k}=\frac{3\cdot3}{5\cdot3}=\frac{9}{15}$.

Контролна вежба

1. д) 6.

2.



3. а) и г).

4. $\alpha=42°, \beta=65°, \gamma=73°$.

Трећи писмени задатак

1. $\beta=90°-64°\,16'=25°\,44'$.

2. $\alpha+4\alpha+19°=180°$, $5\alpha=161°$, $\alpha=160°\,60':5=32°\,12'$.

3. а) $\left(6\frac{1}{2}-2\frac{1}{3}\right)+\left(6\frac{1}{2}+2\frac{1}{3}\right)=13$; б) $\left(9\frac{4}{5}-1\frac{1}{4}\right)+(5{,}5-2{,}25)=11{,}8$.

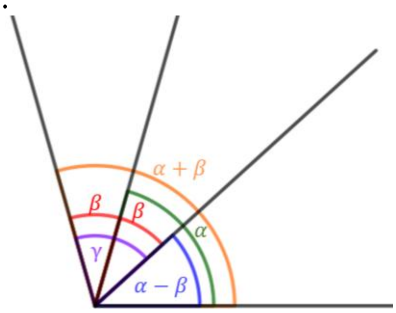
4. I: $1\frac{2}{5}$; II: $1\frac{2}{5}+\frac{2}{5}=1\frac{4}{5}$; III: $1\frac{4}{5}+\frac{2}{5}=2\frac{1}{5}$; IV: $2\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=2\frac{3}{5}$.

$1\frac{2}{5}+1\frac{4}{5}+2\frac{1}{5}+2\frac{3}{5}=6\frac{10}{5}=8$.

5. Породица Илић: $\frac{1}{6}+\frac{2}{5}=\frac{17}{30}$; Породица Јовановић: $\frac{1}{8}+\frac{3}{10}=\frac{17}{40}$; $\frac{17}{30}>\frac{17}{40}$.
Породица Илић је дала већи део новца за летовање.

Задаци за додатни рад

1. Збир и разлику углова α и β ћемо приказати графички, $\gamma=42°\,39'\,12''$. Са слике видимо да је $2\beta=42°\,39'\,12''$, $\beta=21°\,19'\,36''$.



2. $\frac{a}{20}+\frac{b}{30}=\frac{5}{12}$,

$\frac{3a}{60}+\frac{2b}{60}=\frac{25}{60}$,

$3a+2b=25$,

$\frac{8}{15}<\frac{a}{10}<\frac{5}{6}$,

$\frac{16}{30}<\frac{3a}{30}<\frac{25}{30}$,

$a\in\{6, 7, 8\}$.

Једино решење је $a = 7$, $b = 2$, јер за $a\in\{6, 8\}$, b није природан број.

3. $x = 1{,}0225252525...$

$100x = 102{,}25252525...$

$10000x = 10225{,}252525...$

$10000x - 100x = 10123$,

$9900 \cdot x = 10123$,

$x = 10123 : 9900 = \frac{10123}{9900} = 1\frac{223}{9900}$.

VI разред

1. а) $x=-4$; б) $x=-9$.

2. 80°.

3. а), б), г), д).

4. а) $x=\frac{2}{9}$; б) $x=1{,}5$.

5. а) $x\in\{1, 2\}$; б) $x\in\{1, 2\}$.

6. 55° 15′, 124° 45′, 55° 15′ и 124° 45′.

7. а) AB = 7 cm; б) 7,2 cm.

8. $x\in\{-15, 25\}$.

9. $b=-4\frac{1}{2}$, $c=|-2{,}5-4{,}5|\cdot\left(-\frac{4}{7}\right)=-4$, $x\geq 5$.

10. 68°, 68°, 112°, 112°.

11. Упутство: Дијагонале паралелограма се узајамно полове па се прво конструише троугао страница 6 cm, 3 cm, 4 cm.

12. $\overrightarrow{CA}=-2\vec{a}$; $\overrightarrow{AP}=\vec{a}+\vec{b}$; $\overrightarrow{CP}=-\vec{a}+\vec{b}$.

Контролна вежба

1. $\alpha = 90°, \alpha_1 = 90°, \beta = 85°, \beta_1 = 95°, \gamma = 45°, \gamma_1 = 135°, \delta = 140°, \delta_1 = 40°$.

2. 66° 45′ 15″, 66° 45′ 15″, 113° 14′ 45″, 113° 14′ 45″.

3. 20°, 160°, 20°, 160°

4. Упутство: На дијагонали дужине 5,5 cm конструиши углове од 30° и 60°.

Трећи писмени задатак

1. –2.

2. $x\leq -2$.

3. 30° и 150°.

4. 124°, 70°, 83°, 83°.

5. Упутство: На страници *AB* дужине 5 cm конструиши угао од 45° код темена *A*. Теме *D* налази се у пресеку другог крака тог угла и кружнице са центром у *A* полупречника 3,5 cm.

Задаци за додатни рад

1. $x \in \left(-9, \frac{3}{5}\right)$.

2. То су бројеви $2\frac{3}{4}$ и $2\frac{3}{4}$.

3. 30°, 30°, 150°, 150°.

VII разред

1.

$(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$	Т
$(x+4)^2 = x^2 + 16$	Н
$(x-4)^2 = x^2 - 16$	Н
$x^2 - 16 = (x-4)(x+4)$	Т

2. а) $15x^2 + 6x$; б) $6x^2 - 10x$.

3. 54.

4. $-2x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x - 1$.

5. $10x^2 - 6x + 13$.

6. $S_{16} = 2520°$.

7. Реч је о правилном осамнаестоуглу.

8. Производ та два броја је 35. (*Упутство:* Квадрирати збир бројева.)

9. То су бројеви 16,1 и 3,7.

10. Реч је о осмоуглу.

11. $P = 192(\sqrt{3}+2)\ \mathrm{cm}^2$, $O = 96$ cm. (Страница шестоугла је 8 cm, па је и страница квадрата 8 cm. Многоугао се састоји од правилног шестоугла, 6 квадрата и 6 једнакостраничних троуглова чија је страница такође 8 cm.)

12. Четвороугао $A_7A_4A_5A_6$ је једнакокраки трапез код ког су краци дужине 6 cm, као и дужина краће основице. Како је мера оштрог угла тог трапеза 45°, добија се да је дужа основица дужине $(6+6\sqrt{2})$ cm, а то је заправо катета правоуглог троугла $A_3A_4A_7$, па је $P = 18(1+\sqrt{2})\ \mathrm{cm}^2$.

Контролна вежба

1. а) $-3x^3 - 15x^2 + 6x$; б) $6a^2b - 2ab - 9a + 3$.

2. а) $x^2 + x + \frac{1}{4}$; б) $9 - 12a + 4a^2$.

3. $P = 5x^2 + 4x - 6$.

4. $(2a^2 + a - 1)(a + 2) - a^2 \cdot (2a - 3) - (8a^2 + a - 7) = 5$, а то не зависи од a.

5. $a = 7$.

Трећи писмени задатак

1. а) $4x^2 - 9$; б) $9x^4 - 6x^2 + 1$.

2. $x = \frac{2}{7}$.

3. $O = 24$ cm, $P = 24\sqrt{3}$ cm^2.

4. $D_{22} = 209$.

5. Ако пресек тежишне дужи и симетрале обележимо тачком M, уочавамо да су троуглови ACM и CA_1M подударни (УСУ), па је $AC = CA_1$, а CA_1 је једнака половини странице BC, па је $AC = 9$ cm.

Задаци за додатни рад

1. Након рационалисања добија се да је $\dfrac{1}{\sqrt{14}-\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{14}+\sqrt{6}}{8}$. Сада је потребно упоредити бројиоце ових разломака, тј. $\sqrt{13}+\sqrt{7}$ и $\sqrt{14}+\sqrt{6}$, а то ћемо постићи квадрирањем оба израза. Како је $(\sqrt{13}+\sqrt{7})^2 = 20+2\sqrt{91}$ и $(\sqrt{14}+\sqrt{6})^2 = 20+2\sqrt{84}$, закључујемо да је $\dfrac{\sqrt{13}+\sqrt{7}}{8} > \dfrac{1}{\sqrt{14}-\sqrt{6}}$.

2. Нека је O тачка пресека дијагонала паралелограма. Знамо да је она средиште обе дијагонале. Ако посматрамо троугао BDC можемо закључити да су дужи DM и CO заправо тежишне дужи овог троугла, па је тачка N тежиште. Зато је $CN : NO = 2 : 1$, па је $CN = \dfrac{2}{3}OC$, тј. $OC = \dfrac{3}{2}CN$. А како је $AC = 2OC$, то је $AC = 3CN$ што је и требало доказати.

3. Уочимо да израз $16d_n^2 - D_n^2$ представља разлику квадрата, па је $(4d_n - D_n)(4d_n + D_n) = 0$ одакле следи да је $4d_n = D_n$ или $-4d_n = D_n$ што не може бити, јер је број дијагонала позитиван број. Убацивањем формула за d_n и D_n и решавањем једначине добија се да је $n = 3$ или $n = 8$, па је реч или о троуглу или о осмоуглу.

VIII разред

1. $\frac{18}{8}\text{ cm}=\frac{9}{4}\text{ cm}.$

2. Бочна ивица такве пирамиде би била дужине $\sqrt{89}$ cm, па она не постоји. Да би пирамида постојала њена апотема мора бити већа од $\frac{10\sqrt{3}}{2}\text{ cm}=5\sqrt{3}\text{ cm}.$

3.

x	0	1	5	7	10	0,5
$y=3x-2$	–2	**1**	**13**	**19**	**28**	**–0,5**

4. а) Пирамида је правилна. Користити подударност одговарајућих троуглова.
б) Дужина бочне ивице је $6\sqrt{6}$ cm, висине 12 cm, а апотеме $6\sqrt{3}$ cm.

5. За $x>8$ функција је позитивна, а за $x<8$ негативна.

6. $\frac{25}{4}\text{ cm}^2.$

7. 18 cm.

8. $\frac{512\sqrt{2}}{3}\text{ cm}^3.$

9. $a=H=6$ cm, $V=108\sqrt{3}\text{ cm}^3$.

10. $P=288\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

11. $y=-5x+7$.

12. а) За 4; б) $b\in\{-2, 2\}$.

Контролна вежба

1. $180\sqrt{3}\text{ cm}^3$.

2. 336 cm^2.

3. 64 cm^2.

4. $P=18(3\sqrt{3}+\sqrt{91})\text{ cm}^2$, $V=144\sqrt{3}\text{ cm}^3$.

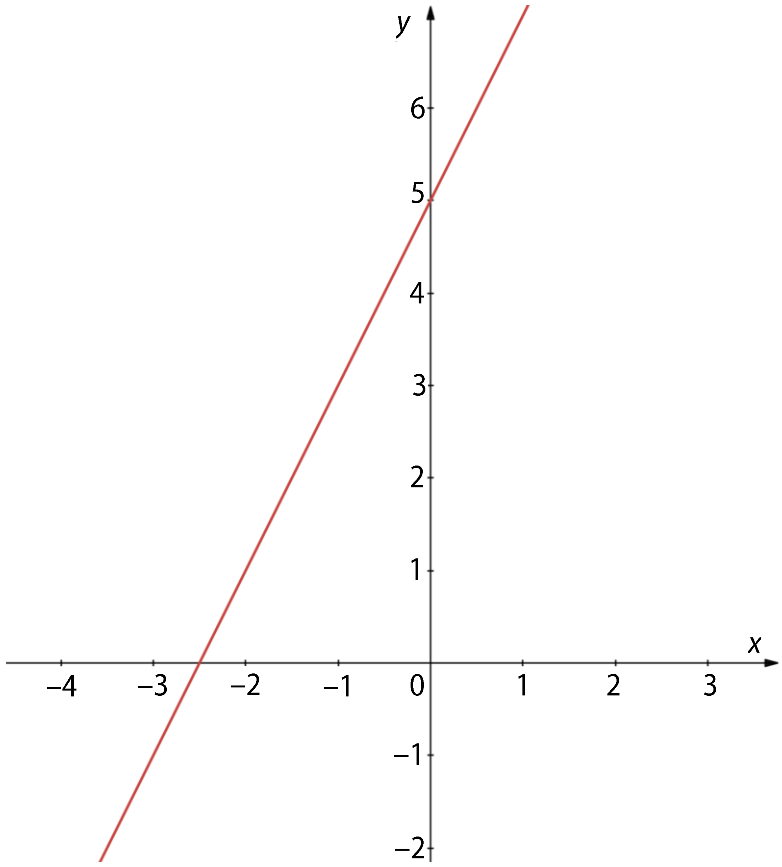
5. $144\sqrt{2}\text{ cm}^3$.

Трећи писмени задатак

1. 224 cm^2.

2. $12\sqrt{3}\ \text{cm}^2$.

3.



4. $k = -4$.

5. $x = \dfrac{1}{4}$.

6. а) 220000 динара; б) 29 бојлера.

Задаци за додатни рад

1. $P = 2\sqrt{3}a^2$, $V = \dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

2. Површина четвороугла је једнака 11.

3. Постоји 9 таквих тачака.