

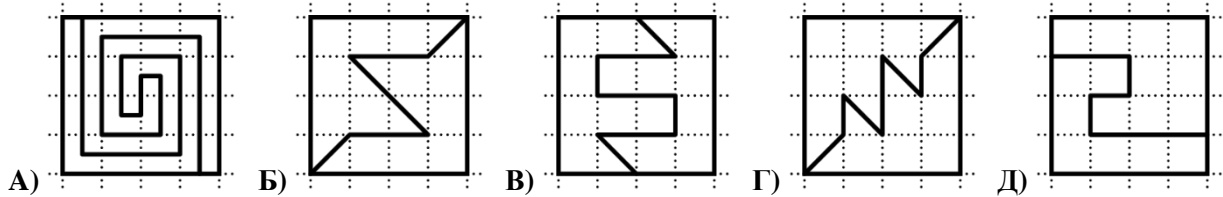
**Математичко такмичење „Кенгур без граница“ 2024.
9 - 10. разред**

Задаци који вреде 3 поена

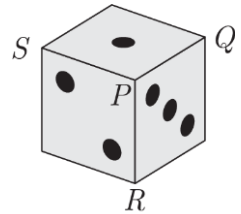
1. Вредност израза $\frac{2 \cdot 0,24}{20 \cdot 2,4}$ једнака је

- А) 0,01 Б) 0,1 В) 1 Г) 10 Д) 100

2. Који од квадрата није подељен на два дела истог облика?



3. Збир броја тачака на наспрамним странама коцке за игру једнак је 7. Под сумом неког темена коцке подразумевамо збир броја тачака на странама коцке којима је то теме заједничко. На пример, на датој слици теме означено са P је заједничко странама на којима се налазе 1, 2, односно 3 тачке, па је његова сума $1 + 2 + 3 = 6$. Колика је највећа од сума темена Q , R и S ?



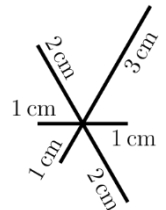
- А) 7 Б) 9 В) 10 Г) 11 Д) 15

4. Правила игре „школица“ гласе: Сваки играч скаче од квадрата до њему суседног квадрата, у истом смеру, и то најпре левом ногом – затим са обе ноге – па десном ногом – поново са обе ноге - левом ногом – са обе ноге и тако даље, као што је приказано на слици десно. Маја је играла „школице“, у складу са правилима игре и скочила унутар тачно 48 квадрата. Колико пута је Маја левом ногом стала на под?



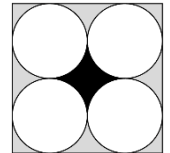
- А) 12 Б) 24 В) 36 Г) 40 Д) 48

5. Павле жели да нацрта фигуру приказану на слици десно, без подизања оловке са папира. Дужине дужи од којих се фигура састоји приказане су на слици. Уколико може изабрати одакле ће започети цртање фигуре и где ће је завршити, која је најкраћа дужина коју би могао нацртати током цртања фигуре?



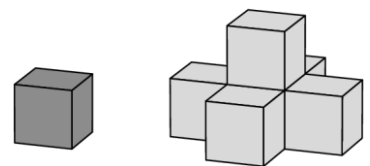
- А) 14 cm Б) 15 cm В) 16 cm Г) 17 cm Д) 18 cm

6. На слици десно приказан је квадрат у који су уписана четири круга једнаких површина, при чему сваки од њих додирује две суседне стране квадрата и још два друга круга. Колики је однос између површина дела фигуре који је обојен црном бојом и области која је обојена светло сивом бојом?



- А) 1: 4 Б) 1: 3 В) 2: 3 Г) 3: 4 Д) π : 1

7. Јован прави низ просторних фигура на столу, почевши са једном коцком. Наредну фигуру прави додавањем пет коцки, њиховим лепљењем на пет видљивих страна прве коцке (слика десно). Који је најмањи број коцки које мора залепити на другу фигуру како би се сакриле све видљиве стране друге фигуре?



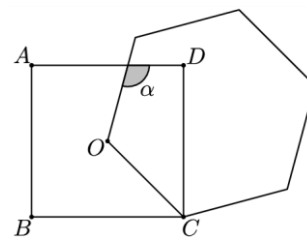
- А) 8 Б) 9 В) 10 Г) 13 Д) 19

8. Троцифрени палиндром је број облика \overline{aba} где цифре a и b могу, али не морају нужно бити различите. Који је збир цифара највећег троцифреног палиндрома који је дељив бројем 6?

- А) 16 Б) 18 В) 20 Г) 21 Д) 24

9. Марко је нацртао квадрат $ABCD$ и правилни шестоугао са страницом OC , где је O центар квадрата. Колика је мера угла α (слика десно)?

- А) 105° Б) 110° В) 115° Г) 120° Д) 125°

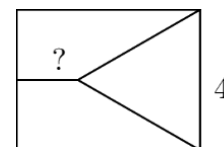


10. Душан је оградио ливаду облика правоугаоника и том приликом искористио тачно 40 метара оградe. Ако су дужина и ширина ливаде (изражени у метрима) прости природни бројеви, највећа могућа површина ливаде једнака је

- А) 99 m^2 Б) 96 m^2 В) 91 m^2 Г) 84 m^2 Д) 51 m^2

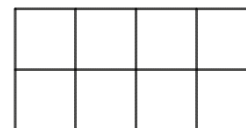
Задачи који вреде 4 поена

11. Правоугаоник је подељен на три дела једнаких површина, као на слици десно. Један део представља једнакостранични троугао са страницом дужине 4 cm. Друга два дела су подударни правоугли трапези. Колика је дужина мање основице трапеза?



- А) $\sqrt{2}$ cm Б) $\sqrt{3}$ cm В) $2\sqrt{2}$ cm Г) 3 cm Д) $2\sqrt{3}$ cm

12. Јелена уписује слова A, B, C и D у табелу 2×4 приказану десно. У свако поље табеле уписује тачно једно слово. У оба реда и у сваком квадрату димензија 2×2 , свако од дата четири слова треба да буде уписано тачно по једном. На колико различитих начина Јелена може уписати слова у табелу?



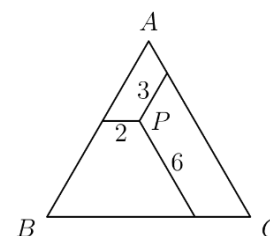
- А) 12 Б) 24 В) 48 Г) 96 Д) 198

13. Ива је изрезала три круга од папира различитих боја. Прво их поставља један на други, тако да им се центри поклапају (прва слика десно). Затим помера два мања круга тако да се и даље налазе на највећем и да се додирују (друга слика десно). Површина дела црног круга која није покривена круговима на првој слици седам пута је већа од површине белог круга. Однос површина делова два црна круга који нису покривени једнак је



- А) 3:1 Б) 4:3 В) 6:5 Г) 7:6 Д) 9:7

14. Из тачке P , која се налази у унутрашњости једнакостраничног троугла ABC нацртане су дужи чији други крајеви припадају страницама троугла и које су паралелне страницама троугла ABC . Дужине тих дужи су 2 m, 3 m и 6 m. Колики је обим троугла ABC ?



- А) 22 m Б) 26 m В) 33 m Г) 39 m Д) 44 m

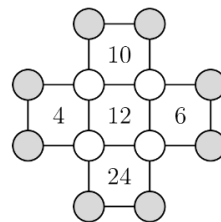
15. На столу се налазе четири вазе у које је стављен одређен број слаткиша. Број слаткиша у првој вази једнак је броју ваза које садрже по један слаткиш. Број слаткиша у другој вази је једнак броју ваза које садрже по два слаткиша. Број слаткиша у трећој вази је једнак броју ваза које садрже по три слаткиша. Број слаткиша у четвртој вази је једнак броју ваза у којима нема слаткиша. Колико слаткиша има у све четири вазе заједно?

- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 5 Д) 6

16. Мирјанина ћерка је данас родила девојчицу. За две године, производ броја Мирјаниних година, година Мирјанине ћерке и година Мирјанине унуке биће једнак 2024. Ако су бројеви година које сада имају Мирјана и њена ћерка парни, колико година има Мирјана?

- А) 42 Б) 44 В) 46 Г) 48 Д) 50

17. У сваком од пет квадрата на слици десно уписан је број који представља производ бројева који се налазе у круговима којима припадају темена квадрата. Производ бројева у осам сиво обојених кругова једнак је



- А) 20 Б) 40 В) 80 Г) 120 Д) 480

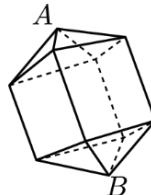
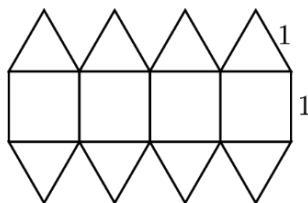
18. Филип има n^3 ($n > 2$) идентичних коцкица. Након што је од њих сложио већу коцку, он је обојио све стране тако добијене коцке. Ако је број коцкица које имају тачно једну обојену страну једнак броју коцкица које немају ниједну страну обојену, тада је n једнако

- А) 4 Б) 6 В) 7 Г) 8 Д) 10

19. Кристина има 12 картица на којима су написани бројеви од 1 до 12. Осам од њих поставља на темена осмоугла водећи рачуна да је збир сваког пара бројева који се налазе на суседним теменима дељив са 3. Картице са којим бројевима на њима Кристина није поставила на темена осмоугла?

- А) 1, 5, 9, 12 Б) 3, 5, 7, 9 В) 1, 2, 11, 12 Г) 5, 6, 7, 8 Д) 3, 6, 9, 12

20. Олга прави полиедар уз помоћ мреже од картона која се састоји из четири квадрата и осам једнакостраничних троуглова (прва слика испод). Дужине страница квадрата и троуглова једнаке су 1 cm. На ком растојању се налазе темена A и B након склапања мреже у тело које је приказано на другој слици испод?



- А) $\sqrt{5}$ cm Б) $(1 + \sqrt{2})$ cm В) $\frac{5}{2}$ cm Г) $(1 + \sqrt{3})$ cm Д) $2\sqrt{2}$ cm

Задаци који вреде 5 поена

21. На слици доле број $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ приказан је у облику производа степена простих бројева. Притом, основе степена у датом производу написане су у растућем поретку. Милош је просуо мастило које је прекрило неке степене и изложиоце у датом запису. Колики је изложилац у степену броја 17?



- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 5

22. Константин једног дана говори истину, следећег дана лаже, трећег дана поново говори истину и тако даље. Једног дана је изговорио четири од пет понуђених реченица. Коју реченицу Константин није могао да изговори тог дана?

- А) Лагао сам јуче и лагаћу сутра. Б) Данас говорим истину и говорићу истину и сутра.
 В) Број 2024 је дељив бројем 11. Г) Јуче је била среда. Д) Сутра ће бити субота.

23. Збир цифара броја N је три пута већи од збира цифара броја $N + 1$. Који је најмањи могући збир цифара броја N ?

- А) 9 Б) 12 В) 15 Г) 18 Д) 27

24. Дијана има на располагању црне, сиве и беле коцкице. Од њих 27 жели да направи коцку димензија $3 \times 3 \times 3$. Означимо са A најмањи број црних коцкица и са B највећи број црних коцкица које Дијана може користити тако да по трећина површине коцке коју направи буде црна, да трећина буде сива и да трећина буде бела. Тада је вредност израза $B - A$ једнака

- А) 1 Б) 3 В) 6 Г) 7 Д) 9

25. Ана је бацила коцкицу за игру 24 пута и сви бројеви од 1 до 6 су се појавили бар једном. Број 1 се појавио више пута на коцкици него било који други број. Колики је максималан збир бројева који је Ана могла добити сабирањем свих бројева који су пали приликом бацања?

- А) 83 Б) 84 В) 89 Г) 90 Д) 100

26. Оља је једне вечери отишла у шетњу. Половину укупног времена које је провела у шетњи кретала се брзином од 2 km/h. Половину пређеног пута кретала се брзином од 3 km/h. Остатак времена је шетала брзином од 4 km/h. Који део укупног времена који је провела у шетњи се Оља кретала брзином од 4 km/h?

- А) $\frac{1}{14}$ Б) $\frac{1}{12}$ В) $\frac{1}{7}$ Г) $\frac{1}{5}$ Д) $\frac{1}{4}$

27. Јанко жели да неке од природних бројева од 1 до 25 које је написао на табли обрише, а потом да их подели у две групе тако да производи бројева у обе групе буду једнаки. Који је минималан број природних бројева које Јанко може обрисати?

- А) 4 Б) 5 В) 6 Г) 7 Д) 8

28. Двадесет тачака је распоређено на кружници тако да је растојање између сваке две суседне тачке једнако. Димитрије црта све тетиве чија су темена одређена двома од датих 20 тачака. Колико тетива има дужину већу од дужине полупречника, а мању од дужине пречника кружнице?

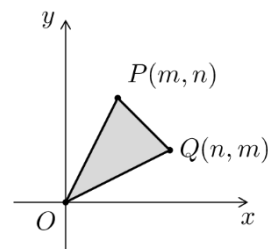
- А) 90 Б) 100 В) 120 Г) 140 Д) 160

29. У равни је дато n правих, означених са l_1, l_2, \dots, l_n . Права l_1 пресечена је са тачно 5 правих, права l_2 пресечена је са тачно 9 правих, а права l_3 пресечена је са тачно 11 правих. Колика је најмања вредност броја n ?

- А) 11 Б) 12 В) 13 Г) 14 Д) 15

30. Нека су m и n природни бројеви такви да је $0 < m < n$ и нека су у равни дате тачке $P = (m, n)$, $Q = (n, m)$ и $O = (0, 0)$. За колико парова бројева m и n важи да је површина троугла OPQ једнака 2024?

- А) 4 Б) 6 В) 8 Г) 10 Д) 12



Задаци: „Kangaroo Meeting 2023“, Охрид, Северна Македонија
Организатор такмичења: Друштво математичара Србије
Превод: доц. др Александар Миленковић
Рецензент: проф. др Зоран Каделбург