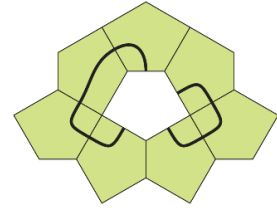


# Математичко такмичење „Кенгур без граница“ 2024.

## 11-12. разред

### Задаци који вреде 3 поена

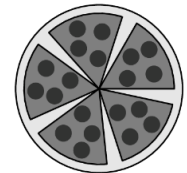
1. Шаблон на слици десно направљен је слагањем подударних петougлова. Која од понуђених плочица, када се постави на централно место, формира петљу црне боје која се самопресеца?



2. Који од понуђених природних бројева је за два мањи од броја дељивог бројем 10, за два већи од квадрата природног броја и два пута већи од неког простог броја?

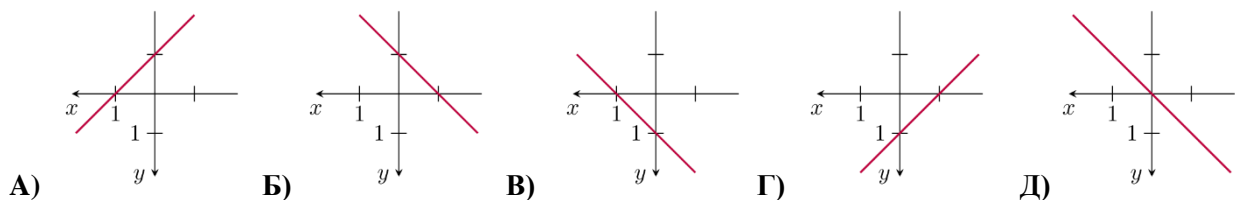
- A) 78      B) 58      C) 38      D) 18      E) 6

3. Сања је испекла колач и потом га исекла на шест једнаких парчади (кружних исечака). Појела је једно парче, а потом је преосталих пет парчади распоредила тако да празнине између свака два суседна парчета буду једнаке. Колика је мера централног угла празнине коју образују два суседна парчета колача?



- A)  $5^\circ$       B)  $8^\circ$       C)  $9^\circ$       D)  $10^\circ$       E)  $12^\circ$

4. Милан има необичну навику цртања  $Ox$ у равни. На Милановој скици позитивни делови координатних оса усмерени су налево и надоле. Како би изгледао график функције  $y = x + 1$  у Милановом координатном систему?



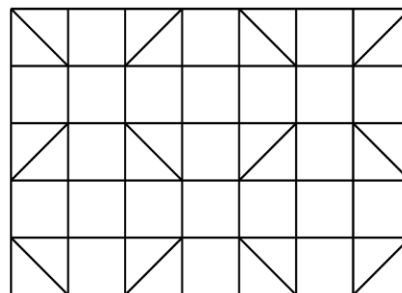
5. Однос мера унутрашњих углова троугла је  $1 : 3 : 5$ . Која је мера највећег угла у троуглу?

- A)  $80^\circ$       B)  $90^\circ$       C)  $100^\circ$       D)  $110^\circ$       E)  $120^\circ$

6. Који од понуђених израза има исту вредност као и збир  $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$ ?

- A)  $16^{19}$       B)  $4^{31}$       C)  $4^{60}$       D)  $16^{60}$       E)  $4^{122}$

7. Дабар жели да обоји квадрате и троуглове на приказаној слици, тако да никоје две суседне фигуре, као ни оне које деле исто теме, нису исте боје. Који је најмањи број боја потребан да би се обојила дата фигура?



- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

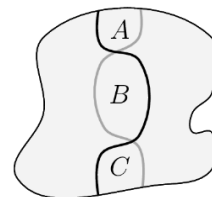
8. На столу се налази 6 чаша, окренутих отвором нагоре. Чаше се окрећу тако да се у сваком потезу окрену тачно 4 различите чаше. Који је најмањи број потеза потребан да би све чаше биле окренуте отвором надоле?

- А) 2      Б) 3      В) 4      Г) 5      Д) 6

9. Ученик прави низ бројева тако што креће са бројем 1 и множи га или са 6 или са 10. Затим, добијени резултат множи или са 6 или са 10 и наставља даље дати поступак. Који од понуђених бројева не може припадати датом низу?

- А)  $2^{100}3^{20}5^{80}$       Б)  $2^{90}3^{20}5^{80}$       В)  $2^{90}3^{20}5^{70}$       Г)  $2^{110}3^{80}5^{30}$       Д)  $2^{50}5^{50}$

10. Црна и сива стаза пролазе кроз парк и свака од њих дели парк на две области једнаких површина (слика десно). Ако су  $A, B$  и  $C$  површине делова парка означених на слици, која од понуђених једнакости је тачна?



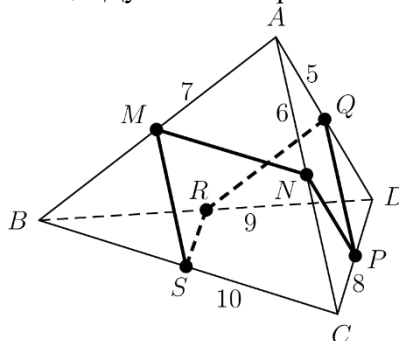
- А)  $A = C$       Б)  $B = A + C$       В)  $B = \frac{1}{2}(A + C)$       Г)  $B = \frac{2}{3}(A + C)$       Д)  $B = \frac{3}{5}(A + C)$

*Задаци који вреде 4 поена*

11. Ако је од понуђених тврђења о природном броју  $n$  само једно тачно, важи да је

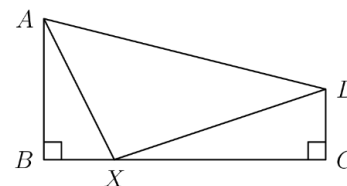
- А)  $n$  дељив са 3      Б)  $n$  дељив са 6      В)  $n$  непаран      Г)  $n = 2$       Д)  $n$  прост

12. Тространа пирамида  $ABCD$  има ивице чије су дужине 5, 6, 7, 8, 9 и 10. Тачке  $M, N, P, Q, R$  и  $S$  су средишта ивица пирамиде, као на слици. Дужина затворене линије  $MNPQRSM$  једнака је



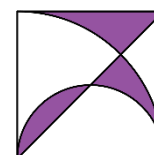
- А) 19      Б) 20      В) 21      Г) 22      Д) 23

13. Четвороугао  $ABCD$  има два права угла код темена  $B$  и  $C$  и важи да је  $AB = 4, BC = 8$  и  $CD = 2$ . Тачка  $X$  припада страници  $BC$  (слика десно). Најмања вредност збира дужина дужи  $AX + DX$  једнака је



- А)  $9\sqrt{2}$       Б) 12      В) 13      Г) 10      Д) Ништа од наведеног.

14. Дијагонала квадрата, половина једне кружнице и четвртина друге кружнице су нацртани у унутрашњости квадрата приказаног на слици десно. Ако је дужина странице 6 cm, површина осенченог дела квадрата једнака је

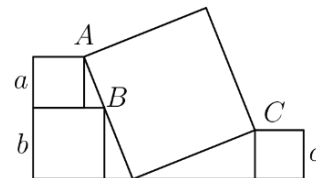


- А)  $9 \text{ cm}^2$       Б)  $3\pi \text{ cm}^2$       В)  $(6\pi - 9) \text{ cm}^2$       Г)  $\frac{10\pi}{3} \text{ cm}^2$       Д)  $12 \text{ cm}^2$

15. Ана има довољан број потпуно црних и потпуно белих јединичних коцкица и жели да направи коцку димензија  $3 \times 3 \times 3$  користећи 27 јединичних коцкица. Притом, она жели да површина коцке буде тачно пола црне и пола беле боје. Који је најмањи број црних коцкица потребан за слагање такве коцке?

- А) 14      Б) 13      В) 12      Г) 11      Д) Ниједан од наведених.

16. На слици десно су приказана четири квадрата. Три мања квадрата имају дужине страница  $a, b$  и  $c$ . Тачке  $A$  и  $C$  два најмања квадрата одређују дијагоналну највећег квадрата, као на слици десно. Теме  $B$  трећег, малог квадрата припада страници највећег од четири квадрата. Дужина странице највећег квадрата једнака је



- А)  $\frac{1}{2}(a + b + c)$     Б)  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$     В)  $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$     Г)  $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$     Д)  $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$

17. Нека су  $p$  и  $q$  два позитивна реална броја таква да је  $p < q$ . Који од понуђених израза има највећу вредност?

- А)  $\frac{p+3q}{4}$       Б)  $\frac{p+2q}{3}$       В)  $\frac{p+q}{2}$       Г)  $\frac{2p+q}{3}$       Д)  $\frac{3p+q}{4}$

18. Колико има троцифрених природних бројева који у свом запису садрже бар једну од цифара 1, 2 или 3?

- А) 27      Б) 147      В) 441      Г) 557      Д) 606

19. Написан је четвороцифрени број  $N = \overline{pqrs}$ . Када се постави децимални зарез између цифара  $q$  и  $r$ , добија се број  $\overline{pq}, \overline{rs}$  који је једнак аритметичкој средини двоцифрених бројева  $\overline{pq}$  и  $\overline{rs}$ . Збир цифара броја  $N$  једнак је

- А) 14      Б) 18      В) 21      Г) 25      Д) 27

20. Две свеће једнаке дужине почињу да горе у исто време. Једна свећа цела изгори за 4 сата, а друга за 5 сати. Свака од њих гори константном брзином. Колико часова ће оне горети пре него што дужина једне постане 3 пута већа од дужине друге свеће?

- А)  $\frac{40}{11}$       Б)  $\frac{45}{12}$       В)  $\frac{63}{20}$       Г) 3      Д)  $\frac{47}{14}$

**Задаци који вреде 5 поена**

21. Андрија има 6 карата, са по једним бројем на свакој страни карте. Парови бројева на картама су (5, 12), (3, 11), (0, 16), (7, 8), (4, 14) и (9, 10). Карте се пакују у било ком редоследу на празна поља на слици.

$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

Која је најмања могућа вредност резултата који се може на овај начин добити?

- А) -23      Б) -24      В) -25      Г) -26      Д) -27

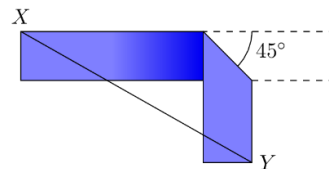
22. За полином  $p(x)$  важи да је  $p(x + 1) = x^2 - x + 2p(6)$ , за сваки реалан број  $x$ . Збир коефицијената полинома  $p$  је

- А) -40      Б) -6      В) 12      Г) 40      Д) Ништа од наведеног.

23. Кенгури решавају квадратну једначину  $ax^2 + bx + c = 0$ , а даброви квадратну једначину  $bx^2 + ax + c = 0$ , где су  $a, b$  и  $c$  различити цели бројеви, сви различити од нуле. Након што су решили једначине, уочили су да имају једно заједничко решење. Која од понуђених тврдњи је тачна?

- А) Заједничко решење мора бити 0.  
 Б) Квадратна једначина  $ax^2 + bx + c = 0$  има тачно једно реално решење.  
 В)  $a > 0$       Г)  $b < 0$       Д)  $a + b + c = 0$

24. Аца има папирну траку која је 12 cm дугачка и 2 cm широка. Он је пресавио траку под углом од  $45^\circ$ , тако да су два дела траке под правим углом, као на слици десно. Најмања могућа дужина дужи  $XU$ , у cm је



- А)  $6\sqrt{2}$       Б)  $7\sqrt{2}$       В) 10      Г) 8      Д)  $6 + \sqrt{2}$

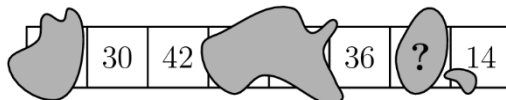
25. На столу је 8 тањира. На првом тањиру је онолико јабука колико је тањира са једном јабуком, на другом тањиру је онолико јабука колико је тањира са две јабуке... на седмом тањиру има онолико јабука колико и тањира са седам јабука. Коначно, у осмом тањиру има јабука колико и празних тањира. Колико је јабука у осмом тањиру?

- А) 1      Б) 2      В) 3      Г) 4      Д) 5

26. За реалне бројеве  $x, y$  и  $z$  важе једнакости  $2^x = 3, 2^y = 7$  и  $6^z = 7$ . Којом од понуђених једнакости је представљен однос између бројева  $x, y$  и  $z$ ?

- А)  $z = \frac{y}{1+x}$       Б)  $z = \frac{x}{y} + 1$       В)  $z = \frac{y}{x} - 1$       Г)  $z = \frac{x}{y-1}$       Д)  $z = y - \frac{1}{x}$

27. Папир правоугаоног облика је подељен на 8 квадрата. На почетку, у сваки квадрат уписана је 0. У сваком потезу се бирају 4 узастопна квадрата и вредности које су у том тренутку уписане у квадратима повећавају се за 1. На слици испод је приказан резултат након неколико потеза, али су нека поља нажалост прекривена мастилом. Који број се налази на пољу које је означено упитником?



- А) 24      Б) 30      В) 36      Г) 48      Д) Ништа од наведеног

28. За функцију  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  важи  $f(20 - x) = f(22 + x)$  за сваки реалан број  $x$ . Познато је да функција  $f$  има тачно две различите нуле. Колики је збир тих нула?

- А) -1      Б) 20      В) 21      Г) 22      Д) Ништа од наведеног

29. Дванаест тачака распоређено је на кружници тако да је растојање између сваке две суседне тачке једнако. Колико троуглова са теменима у неким од тих тачака имају унутрашњи угао од  $45^\circ$ ?

- А) 48      Б) 60      В) 72      Г) 84      Д) 96

30. За четвороцифрени број  $\overline{abcd}$  важи да је  $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$ . Тада  $a$  мора бити цифра

- А) 2      Б) 3      В) 4      Г) 5      Д) 6

Задаци: „Kangaroo Meeting 2023“, Охрид, Северна Македонија  
 Организатор такмичења: Друштво математичара Србије  
 Превод: Немања Вучићевић, Јелена Стеванић,  
 доц. др Александар Миленковић  
 Рецензент: проф. др Зоран Каделбург