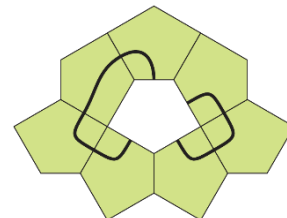


Kenguru Határok Nélkül Matematikaverseny, 2024

11–12. osztály

3 pontos feladatok

1. A jobb oldali ábrán látható sablon egybevágó ötszögekből van kirakva. A felkínált ötszögek közül melyik az az ötszög, amelyet ha a sablon közepére helyezünk, akkor egy önmagát átmetsző fekete színű hurkot fogunk látni?

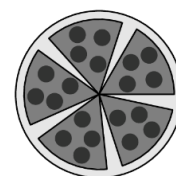


- A) B) C) D) E)

2. Az alábbi természetes számok közül melyik az, amely kettővel kisebb egy 10-zel osztható számnál, kettővel nagyobb egy négyzetszámnál, és kétszer nagyobb egy prímszámnál?

- A) 78 B) 58 C) 38 D) 18 E) 6

3. Szilvia pitét süített, majd a pitét hat egyenlő szeletre (körcikkekre) vágta fel. Megevett egy szelet pitét, majd a megmaradt öt szeletet úgy rakosgatta el a tányéron, hogy a szomszédos szeletek közötti üres hely ugyanakkora legyen. Mekkora a két szomszédos sütiszelet közötti üres helynek megfelelő középponti szög mértéke?



- A) 5° B) 8° C) 9° D) 10° E) 12°

4. Misi nagyon furcsa módon szokta felrajzolni az Oxy síkot. Misi rajzán a koordinátengelyek pozitív részei balra és lefelé vannak irányítva. Hogy nézne ki az $y = x + 1$ függvény grafikonja Misi koordináta-rendszerében?

- A) B) C) D) E)

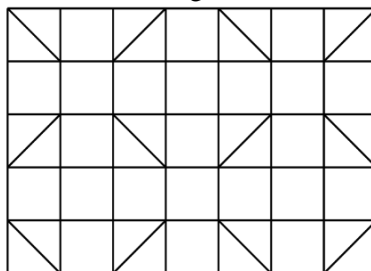
5. A háromszög belső szögeinek mértékaránya $1 : 3 : 5$. A háromszög legnagyobb szögének mértéke:

- A) 80° B) 90° C) 100° D) 110° E) 120°

6. A lenti kifejezések közül melyiknek annyi az értéke, mint a $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$ összegnek?

- A) 16^{19} B) 4^{31} C) 4^{60} D) 16^{60} E) 4^{122}

7. Dani be szeretné festeni az alábbi ábrán látható négyzeteket és háromszögeket úgy, hogy bármelyik két szomszédos alakzat ne legyen azonos színű, de azok az alakzatok se legyenek azonos színűek, melyeknek közös a csúcsa. Legkevesebb hány színre van szükség az adott alakzat ilyen módon történő befestéséhez?



- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

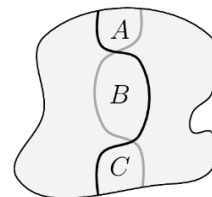
8. Az asztalon 6 pohár van nyitott felükkel felfelé állítva. A poharakat úgy fordítjuk meg, hogy minden lépésben pontosan 4 különböző poharat fordítunk meg. Legkevesebb hány lépésre van szükség ahhoz, hogy minden pohár nyitott felével lefelé legyen fordítva?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. Egy tanuló számsorozatot alkot úgy, hogy az 1-gyel kezd, majd azt megszorozza vagy 6-tal vagy 10-zel. Ezután a kapott számot megszorozza vagy 6-tal vagy 10-zel, és ezzel a módszerrel folytatja tovább a számok sorozatának felírását. Az alábbi számok közül melyik nem lehet az adott számsorozat eleme?

- A) $2^{100}3^{20}5^{80}$ B) $2^{90}3^{20}5^{80}$ C) $2^{90}3^{20}5^{70}$ D) $2^{110}3^{80}5^{30}$ E) $2^{50}5^{50}$

10. A parkon keresztül egy fekete és egy szürke színű ösvény vezet, és mindkét ösvény két egyenlő területű tartományra osztja a parkot (jobb oldali ábra). Ha A, B és C a park részeinek az ábrán bejelölt területei, akkor melyik egyenlőség a helyes?



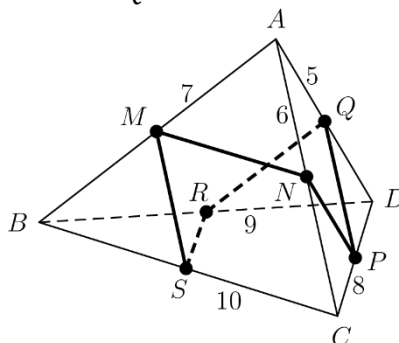
- A) $A = C$ B) $B = A + C$ C) $B = \frac{1}{2}(A + C)$ D) $B = \frac{2}{3}(A + C)$ E) $B = \frac{3}{5}(A + C)$

4 pontos feladatok

11. Ha az n természetes számra vonatkozó alábbi kijelentések közül csak egy a helyes, akkor igaz, hogy

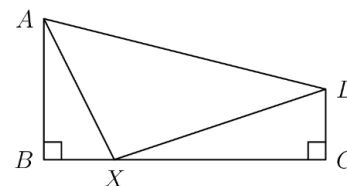
- A) n osztható 3-mal B) n osztható 6-tal C) n páratlan D) $n = 2$ E) n prímszám

12. Az $ABCD$ háromoldalú gúla éleinek hosszúsága 5, 6, 7, 8, 9 és 10. Az M, N, P, Q, R és S pontok a gúla éleinek felezőpontjai, mint az ábrán. Az $MNPQRSM$ zárt vonal hossza egyenlő:



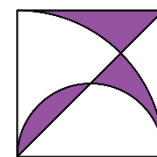
- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

13. Az $ABCD$ négyszögnek két derékszöge van a B és a C csúcsnál, és teljesül, hogy $AB = 4, BC = 8$ és $CD = 2$. Az X pont rajta van a BC oldalon (jobb oldali ábra). Az $AX + DX$ szakaszok összegének legkisebb értéke:



- A) $9\sqrt{2}$ B) 12 C) 13 D) 10 E) A felsoroltak közül egyik sem.

14. A négyzet átlója, egy félkör és egy másik kör negyede be vannak rajzolva a jobb oldali ábrán látható négyzet belsejébe. Ha a négyzet oldala 6 cm hosszú, akkor a négyzet árnyékolt részének területe egyenlő:

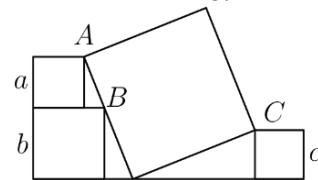


- A) 9 cm^2 B) $3\pi \text{ cm}^2$ C) $(6\pi - 9) \text{ cm}^2$ D) $\frac{10\pi}{3} \text{ cm}^2$ E) 12 cm^2

15. Annának elegendő számú teljesen fekete és teljesen fehér egységnyi oldalú kis kocka áll rendelkezésére. Az egységnyi oldalú kockákból kiválaszt 27-et, melyekből egy $3 \times 3 \times 3$ -as méretű nagy kockát szeretne összerakni. Anna azt szeretné, ha a nagy kocka felszínének pontosan a fele fekete, a másik fele pedig fehér legyen. Mennyi az a legkevesebb számú fekete kocka, amely egy ilyen nagy kocka elkészítéséhez szükséges?

- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) A felkínált válaszok közül egyik sem.

16. A jobb oldali ábrán négy négyzet látható. A három kis négyzet oldalának hossza a , b és c . A két legkisebb négyzet A és C pontja meghatározza a nagy négyzet átlóját, lásd a jobb oldali ábrát. A harmadik kis négyzet B csúcspontja rajta van a nagy négyzet oldalán. A nagy négyzet oldalának hossza egyenlő:



- A) $\frac{1}{2}(a + b + c)$ B) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ C) $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$ D) $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$ E) $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$

17. Legyen p és q két olyan pozitív valós szám, hogy $p < q$. A következő kifejezések közül, melyiknek legnagyobb az értéke?

- A) $\frac{p+3q}{4}$ B) $\frac{p+2q}{3}$ C) $\frac{p+q}{2}$ D) $\frac{2p+q}{3}$ E) $\frac{3p+q}{4}$

18. Hány olyan háromjegyű természetes szám van, melyek felírásában benne van az 1, 2 és 3 számjegyek közül legalább az egyik?

- A) 27 B) 147 C) 441 D) 557 E) 606

19. Felírtuk az $N = \overline{pqr\overline{rs}}$ négyjegyű számot. Ha a q és r számjegyek közé tizedes vesszőt teszünk, akkor a $\overline{pq}, \overline{rs}$ számot kapjuk, amely a \overline{pq} és \overline{rs} kétjegyű számok számtani középértéke. Az N szám számjegyeinek összege egyenlő:

- A) 14 B) 18 C) 21 D) 25 E) 27

20. Két egyenlő hosszúságú gyertya ugyanabban a pillanatban kezd el égni. Az egyik gyertya 4 óra alatt ég le teljesen, a másik viszont 5 óra alatt. Mindkét gyertya állandó sebességgel ég. Hány órát égnak a gyertyák mielőtt az egyik gyertya hossza a másik gyertya hosszának háromszorosa lesz?

- A) $\frac{40}{11}$ B) $\frac{45}{12}$ C) $\frac{63}{20}$ D) 3 E) $\frac{47}{14}$

5 pontos feladatok

21. Andrásnak 6 kártyája van, a kártyák mindkét felén pedig egy-egy szám van felírva. A kártyán található számpárok: $(5, 12)$, $(3, 11)$, $(0, 16)$, $(7, 8)$, $(4, 14)$ és $(9, 10)$. A kártyákat tetszőleges sorrendben a következő ábra üres mezőire helyezzük.

$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

Mennyi az a lehető legkisebb szám, amelyet ilyen módon a számolás eredményeként kaphatunk?

- A) -23 B) -24 C) -25 D) -26 E) -27

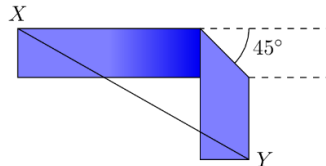
22. A $p(x)$ polinomra teljesül, hogy $p(x + 1) = x^2 - x + 2p(6)$, minden x valós számra. A p polinom együtthatóinak összege:

- A) -40 B) -6 C) 12 D) 40 E) A felsoroltak közül egyik sem.

23. A kenguruk az $ax^2 + bx + c = 0$ másodfokú egyenletet oldják, a hódok pedig a $bx^2 + ax + c = 0$ egyenletet, ahol a, b és c különböző egész számok, és közülük egyik sem nulla. Miután megoldották az egyenleteket, rájöttek, hogy a két egyenletnek van egy közös megoldása. Melyik állítás az igaz?

- A) A közös megoldás 0 kell hogy legyen.
 B) Az $ax^2 + bx + c = 0$ másodfokú egyenletnek pontosan egy valós megoldása van.
 C) $a > 0$ D) $b < 0$ E) $a + b + c = 0$

24. Antinak van egy 12 cm hosszú és 2 cm széles papírszalagja. A szalagot 45° -os szögben behajtotta úgy, hogy a szalag két része derékszöveget alkot, mint a jobb oldali ábrán. Az XY szakasz lehető legkisebb hossza, cm-ben



- A) $6\sqrt{2}$ B) $7\sqrt{2}$ C) 10 D) 8 E) $6 + \sqrt{2}$

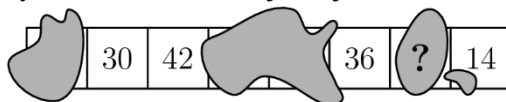
25. Az asztalon 8 tányér van. Az első tányéron annyi alma van, ahány olyan tányér van, amelyen egy alma van, a második tányéron annyi alma van, ahány olyan tányér van, amelyen két alma van... a hetedik tányéron annyi alma van, ahány olyan tányér van, amelyen hét alma van. Végül a nyolcadik tányéron annyi alma van, ahány üres tányér van. Hány alma van a nyolcadik tányéron?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

26. Az x, y és z valós számokra teljesülnek a $2^x = 3, 2^y = 7$ és $6^z = 7$ egyenlőségek. A következő egyenlőségek közül melyik fejezi ki az x, y és z számok közötti összefüggést?

- A) $z = \frac{y}{1+x}$ B) $z = \frac{x}{y} + 1$ C) $z = \frac{y}{x} - 1$ D) $z = \frac{x}{y-1}$ E) $z = y - \frac{1}{x}$

27. Egy téglalap alakú papír 8 négyzetre van felosztva. Először minden négyzetbe beírjuk a 0-át. Minden lépésben kiválasztunk 4 egymást követő négyzetet, és abban a pillanatban a négyzetekben található számokat 1-gyel növeljük. Az alábbi ábrán néhány megtett lépés utáni állás látható, de sajnos néhány mezőt eltakar a lecseppentett tinta. Melyik szám van a kérdőjellel jelölt mezőben?



- A) 24 B) 30 C) 36 D) 48 E) A felsoroltak közül egyik sem

28. A $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre teljesül, hogy $f(20 - x) = f(22 + x)$ minden x valós számra. Ismert, hogy az f függvénynek pontosan két különböző nullahelye van. Mennyi ennek a két nullahelynek az összege?

- A) -1 B) 20 C) 21 D) 22 E) A felsoroltak közül egyik sem

29. 12 pontot helyezünk el egy körvonalra úgy, hogy bármely két szomszédos pont közötti távolság egyenlő legyen. Hány olyan háromszöget határoznak meg ezen pontok, melyeknek van 45° -os belső szögük?

- A) 48 B) 60 C) 72 D) 84 E) 96

30. Az \overline{abcd} négyjegyű számra teljesül, hogy $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$. Ekkor a a következő számjegy kell hogy legyen:

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6