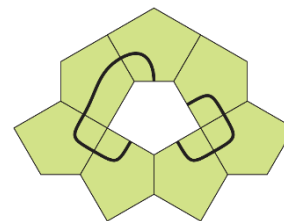


**Matematičko natjecanje „Klokan bez granica“ 2024.**  
**11. - 12. razred**

**Zadatci koji vrijede 3 boda**

1. Uzorak na slici desno napravljen je slaganjem nekoliko sukladnih peterokuta. Koja od ponuđenih pločica, kad se postavi u središnje mjesto, formira petlju crne boje sa samopresjecanjem?

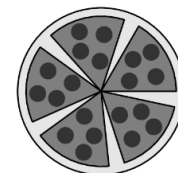


- A) B) C) D) E)

2. Koji je od ponuđenih prirodnih brojeva za dva manji od broja djeljivog brojem 10, za dva veći od kvadrata prirodnog broja  $i$  i dva puta veći od nekog prostog broja?

- A) 78      B) 58      C) 38      D) 18      E) 6

3. Sanja je ispekla kolač i zatim ga izrezala na šest jednakih komada (kružnih isječaka). Pojela je jedan komad, a zatim je preostalih pet komada rasporedila tako da praznine između svakih dvaju susjednih komada budu jednake. Kolika je mjera središnjeg kuta praznine koju grade dva susjedna komada kolača?



- A)  $5^\circ$       B)  $8^\circ$       C)  $9^\circ$       D)  $10^\circ$       E)  $12^\circ$

4. Marino ima neobičnu naviku crtanja  $Oxy$  ravnina. Na Marinovoj skici pozitivni dijelovi koordinatnih osa usmjereni su nalijevo i nadolje. Kako bi izgledao graf funkcije  $y = x + 1$  u Marinovom koordinatnom sustavu?

- A) B) C) D) E)

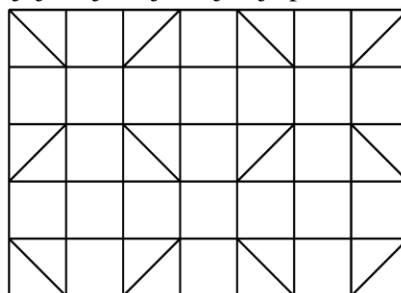
5. Omjer veličina unutarnjih kutova trokuta je  $1 : 3 : 5$ . Koja je mjera najvećeg kuta u trokutu?

- A)  $80^\circ$       B)  $90^\circ$       C)  $100^\circ$       D)  $110^\circ$       E)  $120^\circ$

6. Koji od ponuđenih izraza ima istu vrijednost kao i zbroj  $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$ ?

- A)  $16^{19}$       B)  $4^{31}$       C)  $4^{60}$       D)  $16^{60}$       E)  $4^{122}$

7. Dabar želi obojati kvadrate i trokute na prikazanoj slici tako da nikoja dva susjedna lika, kao ni oni koji dijele isti vrh, nisu iste boje. Koji je najmanji broj boja potreban da bi se obojao dani lik?



- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

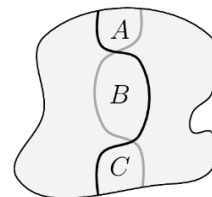
8. Na stolu se nalazi 6 čaša okrenutih otvorom prema gore. Čaše se okreću tako da se u svakom potezu okrenu točno 4 različite čaše. Koji je najmanji broj poteza potreban da bi sve čaše bile okrenute otvorom nadolje?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

9. Učenik pravi niz brojeva tako što kreće s brojem 1 i množi ga ili sa 6 ili s 10. Zatim, dobiveni rezultat množi ili sa 6 ili s 10 i nastavlja dalje dani postupak. Koji od ponuđenih brojeva ne može pripadati danom nizu?

- A)  $2^{100}3^{20}5^{80}$       B)  $2^{90}3^{20}5^{80}$       C)  $2^{90}3^{20}5^{70}$       D)  $2^{110}3^{80}5^{30}$       E)  $2^{50}5^{50}$

10. Crna i siva staza prolaze kroz park i svaka od njih dijeli park na dva područja jednakih površina (slika desno). Ako su  $A, B$  i  $C$  površine dijelova parka označenih na slici, koja je od ponuđenih jednakosti točna?



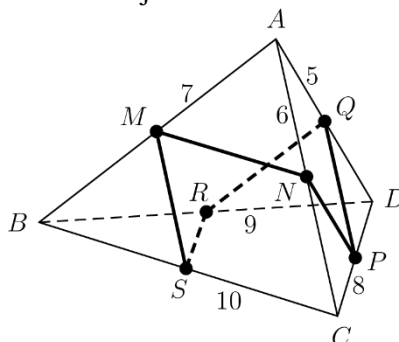
- A)  $A = C$     B)  $B = A + C$     C)  $B = \frac{1}{2}(A + C)$     D)  $B = \frac{2}{3}(A + C)$     E)  $B = \frac{3}{5}(A + C)$

**Zadatci koji vrijede 4 boda**

11. Ako je od ponuđenih tvrdnji o prirodnom broju  $n$  samo jedno točno, vrijedi da je

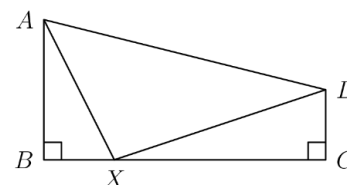
- A)  $n$  djeljiv s 3    B)  $n$  djeljiv sa 6    C)  $n$  neparan    D)  $n = 2$     E)  $n$  prost

12. Trostrana piramida  $ABCD$  ima bridove čije su duljine 5, 6, 7, 8, 9 i 10. Točke  $M, N, P, Q, R$  i  $S$  polovišta su bridova piramide, kao na slici. Duljina zatvorene crte  $MNPQRSM$  jednaka je



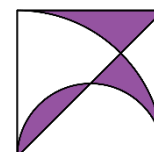
- A) 19      B) 20      C) 21      D) 22      E) 23

13. Četverokut  $ABCD$  ima dva prava kuta kod vrhova  $B$  i  $C$  i vrijedi da je  $AB = 4, BC = 8$  i  $CD = 2$ . Točka  $X$  pripada stranici  $BC$  (slika desno). Najmanja vrijednost zbroja duljina dužina  $AX + DX$  jednaka je



- A)  $9\sqrt{2}$     B) 12    C) 13    D) 10    E) Ništa od navedenog.

14. Dijagonala kvadrata, polovina jedne kružnice i četvrtina druge kružnice nacrtani su u unutarnjem području kvadrata prikazanog na slici desno. Ako je duljina stranice 6 cm, površina osjenčanog dijela kvadrata jednaka je

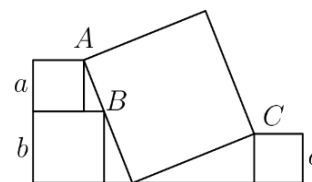


- A)  $9 \text{ cm}^2$     B)  $3\pi \text{ cm}^2$     C)  $(6\pi - 9) \text{ cm}^2$     D)  $\frac{10\pi}{3} \text{ cm}^2$     E)  $12 \text{ cm}^2$

15. Ana ima dovoljan broj potpuno crnih i potpuno bijelih jediničnih kockica i želi napraviti kocku dimenzija  $3 \times 3 \times 3$  koristeći 27 jediničnih kockica. Zatim, želi da oplošje kocke bude točno pola crne i pola bijele boje. Koji je najmanji broj crnih kockica potreban za slaganje takve kocke?

- A) 14      B) 13      C) 12      D) 11      E) Nijedan od navedenih.

16. Na slici desno prikazana su četiri kvadrata. Tri manja kvadrata imaju duljine stranica  $a, b$  i  $c$ . Točke  $A$  i  $C$  dvaju najmanjih kvadrata određuju dijagonalu najvećeg kvadrata, kao na slici desno. Vrh  $B$  trećeg, malog kvadrata pripada stranici najvećeg od četiriju kvadrata. Duljina stranice najvećeg kvadrata jednaka je



- A)  $\frac{1}{2}(a + b + c)$     B)  $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$     C)  $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$     D)  $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$     E)  $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$

17. Neka su  $p$  i  $q$  dva pozitivna realna broja takva da je  $p < q$ . Koji od ponuđenih izraza ima najveću vrijednost?

- A)  $\frac{p+3q}{4}$       B)  $\frac{p+2q}{3}$       C)  $\frac{p+q}{2}$       D)  $\frac{2p+q}{3}$       E)  $\frac{3p+q}{4}$

18. Koliko ima troznamenastih prirodnih brojeva koji u svom zapisu sadrže barem jednu od znamenki 1, 2 ili 3?

- A) 27      B) 147      C) 441      D) 557      E) 606

19. Napisan je četvoroznamenasti broj  $N = \overline{pqrs}$ . Kad se postavi decimalna točka između znamenki  $q$  i  $r$ , dobiva se broj  $\overline{pq,rs}$  koji je jednak aritmetičkoj sredini dvoznamenkastih brojeva  $\overline{pq}$  i  $\overline{rs}$ . Zbroj znamenki broja  $N$  jednak je

- A) 14      B) 18      C) 21      D) 25      E) 27

20. Dvije svijeće jednake duljine počinju gorjeti u isto vrijeme. Jedna cijela svijeća izgori za 4 sata, a druga za 5 sati. Svaka od njih gori konstantnom brzinom. Koliko će sati one gorjeti prije nego što duljina jedne postane 3 puta veća od duljine druge svijeće?

- A)  $\frac{40}{11}$       B)  $\frac{45}{12}$       C)  $\frac{63}{20}$       D) 3      E)  $\frac{47}{14}$

**Zadatci koji vrijede 5 bodova**

21. Andrija ima 6 karata, s po jednim brojem na svakoj strani karte. Parovi su brojeva na kartama (5, 12), (3, 11), (0, 16), (7, 8), (4, 14) i (9, 10). Karte se pakiraju u bilo kojem redoslijedu na prazna polja na slici.

$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

Koja je najmanja moguća vrijednost rezultata koji se može na ovaj način dobiti?

- A) -23      B) -24      C) -25      D) -26      E) -27

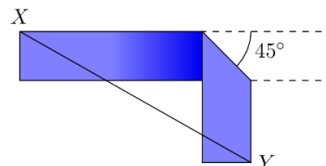
22. Za polinom  $p(x)$  vrijedi da je  $p(x + 1) = x^2 - x + 2p(6)$ , za svaki realan broj  $x$ . Zbroj koeficijenata polinoma  $p$  je

- A) -40      B) -6      C) 12      D) 40      E) Ništa od navedenog.

23. Klokani rješavaju kvadratnu jednadžbu  $ax^2 + bx + c = 0$ , a dabrovi kvadratnu jednadžbu  $bx^2 + ax + c = 0$ , gdje su  $a, b$  i  $c$  različiti cijeli brojevi, svi različiti od nule. Nakon što su riješili jednadžbe, uočili su da imaju jedno zajedničko rješenje. Koja je od ponuđenih tvrdnji točna?

- A) Zajedničko rješenje mora biti 0.  
 B) Kvadratna jednadžba  $ax^2 + bx + c = 0$  ima točno jedno realno rješenje.  
 C)  $a > 0$       D)  $b < 0$       E)  $a + b + c = 0$

24. Jakov ima papirnu traku koja je 12 cm duga i 2 cm široka. On je presavio traku pod kutom od  $45^\circ$  tako da su dva dijela trake pod pravim kutom, kao na slici desno. Najmanja je moguća duljina dužine  $XY$  u cm



- A)  $6\sqrt{2}$       B)  $7\sqrt{2}$       C) 10      D) 8      E)  $6 + \sqrt{2}$

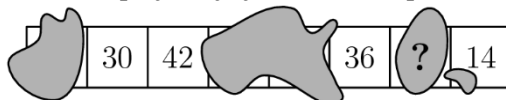
25. Na stolu je 8 tanjura. Na prvom tanjuru onoliko je jabuka koliko je tanjura s jednom jabukom, na drugom tanjuru onoliko je jabuka koliko je tanjura s dvjema jabukama... na sedmom tanjuru ima onoliko jabuka koliko i tanjura sa sedam jabuka. Konačno, u osmom tanjuru ima jabuka koliko i praznih tanjura. Koliko je jabuka u osmom tanjuru?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

26. Za realne brojeve  $x, y$  i  $z$  vrijede jednakosti  $2^x = 3$ ,  $2^y = 7$  i  $6^z = 7$ . Kojom je od ponuđenih jednakosti prikazan odnos između brojeva  $x, y$  i  $z$ ?

- A)  $z = \frac{y}{1+x}$       B)  $z = \frac{x}{y} + 1$       C)  $z = \frac{y}{x} - 1$       D)  $z = \frac{x}{y-1}$       E)  $z = y - \frac{1}{x}$

27. Papir pravokutnog oblika podijeljen je na 8 kvadrata. Na početku, u svaki kvadrat upisana je 0. U svakom potezu biraju se 4 uzastopna kvadrata i vrijednosti koje su u tom trenutku upisane u kvadratima povećavaju se za 1. Na slici ispod prikazan je rezultat nakon nekoliko poteza, ali su neka polja nažalost prekrivena tintom. Koji se broj nalazi na polju koje je označeno upitnikom?



- A) 24      B) 30      C) 36      D) 48      E) Ništa od navedenog.

28. Za funkciju  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  vrijedi  $f(20 - x) = f(22 + x)$  za svaki realan broj  $x$ . Znano je da funkcija  $f$  ima točno dvije različite nule. Koliki je zbroj tih nula?

- A) -1      B) 20      C) 21      D) 22      E) Ništa od navedenog.

29. Dvanaest točaka raspoređeno je na kružnici tako da je udaljenost između svakih dviju susjednih točaka jednaka. Koliko trokuta s vrhovima u nekim od tih točaka imaju unutarnji kut od  $45^\circ$ ?

- A) 48      B) 60      C) 72      D) 84      E) 96

30. Za četveroznamenkasti broj  $\overline{abcd}$  vrijedi da je  $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$ . Tada  $a$  mora biti znamenka

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6