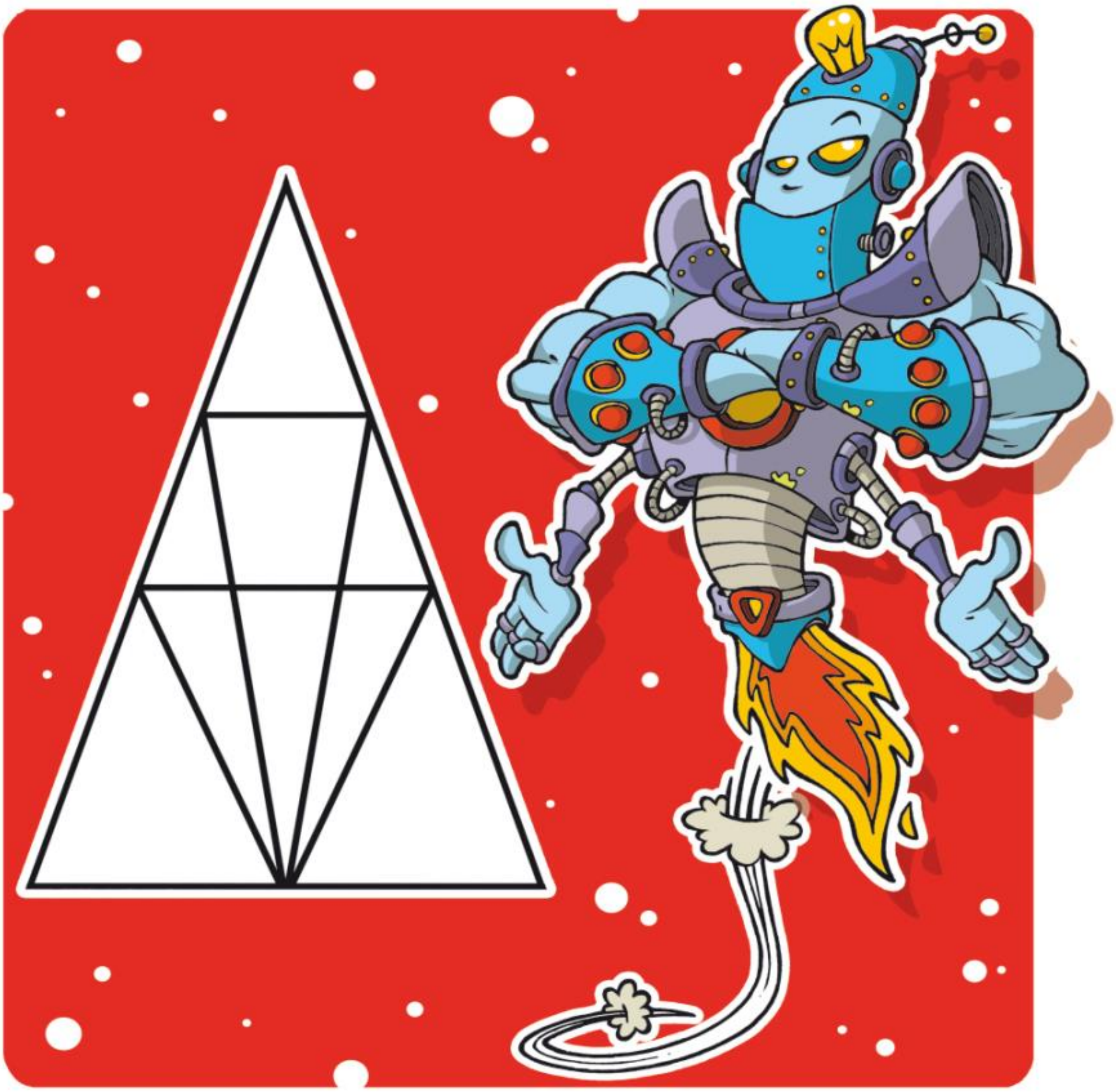
МАТЕМАТИЧКИ ЛИСТ

ДМС

БРОЈ 1, 2023/24. ЗА УЧЕНИКЕ ОСНОВНИХ ШКОЛА



LVIII-1

Београд, 2023.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА ИЗ РУБРИКЕ „ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ”

III разред

БРОЈЕВИ ДО 1000. РИМСКЕ ЦИФРЕ. САБИРАЊЕ И ОДУЗИМАЊЕ ДО 1000 (први део).

1. а) Сто деведесет два, шесто девет, хиљаду и петсто педесет пет.

б) 156, 702, 444 и 880.

2. а) 600 и 530.

б) 699, 389 и 712.

в) 390 и 402.

3. CDL, DC, CXC, DXV и CMIV.

4.

a	578	202	670	212	436	477	66
$a + 20$	598	222	690	232	456	497	86
$a + 300$	878	502	970	512	736	777	366

5. 506, 560, 605 и 650.

6. а) Има их 21 и то су: 279, 370, 371, 372, ... , 379, 470, 471, ... , 478 и 479.

б) Има их 13 и то су: 425, 435, 445, 455, 465, 475, 485, 495, 505, 515, 525, 535 и 545.

7. Има их 5 и то су: XXX, CXX, CXC, CCX и CCC.

8.

а) 421 + 6 = 427;
345 + 5 = 350;
746 + 8 = 754;

б) 347 + 50 = 397;
572 + 30 = 602;
435 + 90 = 525;

в) 537 – 4 = 533;
563 – 3 = 560;
496 – 9 = 487;

г) 289 – 60 = 229;
755 – 50 = 705;
427 – 70 = 357.

9. Најмањи број уписан у плаво поље је 503, а највећи број уписан у жуто поље је 496. Тражени бројеви су: 497, 498, 499, 500, 501 и 502.

10.

+	**257**	**197**	**473**
169	426	366	642
400	657	597	873
380	637	577	853

11.

а) CMXC

б) XVIII

12. Плава лопта је скупља од зелене за 723 – 286 = 437 динара.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА – 25 минута
Бројеви до 1 000. Упоређивање бројева до 1 000

1. Петсто, триста двадесет шест и шесто седам.

2. 800, 636 и 150.

3. Има их 6 и то су 340, 502, 406, 492, 438 и 388.

4. 634, 436, 364 и 346

5. 222, 225, 252, 255, 522 и 525.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА – 10 минута
Римске цифре

1. XIX, CCCLXVI и CMIV.

2. 109, 246 и 925.

3. CCCL, CDII, CDVI и CDIX.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА – 15 минута
Сабирање и одузимање до 1 000 (први део)

1.

а) 300 + 600 = 900; 467 + 300 = 767; 274 + 515 = 789;

б) 900 – 300 = 600; 876 – 500 = 376; 694 – 414 = 280.

2.

а) 675 + 83 = 758; 478 + 414 = 892; 398 + 559 = 957;

б) 407 – 9 = 398; 760 – 580 = 180; 812 – 333 = 479.

3. 500 + 104 = 604, 500 – 104 = 396.

ЗАДАЦИ ЗА ДОДАТНИ РАД

1.

Број записан арапским цифрама	153	221	810	407	995
Број записан римским цифрама	CLIII	CCXXI	DCCCX	CDVII	CMXCV

2. Таквих бројева има 9 и то су бројеви 920, 830, 821, 740, 731, 650, 641, 632 и 542.

3. Означимо први број са П, а други са Д.

Како је П + Д = 400, то је П + П + Д + Д = 800.

Међутим како је П + П + П + П + Д + Д = 900, то је П + П = 100, односно П = 50.

Према томе је Д = 350.

IV разред

СКУПОВИ N И N_0. САБИРАЊЕ И ОДУЗИМАЊЕ У СКУПУ N_0

1.

Број записан цифрама	Број записан речима
302 056	Триста две хиљаде педесет шест
50 023	Педесет хиљада двадесет три
600 870	Шестсто хиљада осамсто седамдесет
560 787	Петсто шездесет хиљада седамсто осамдесет седам
20 009	Двадесет хиљада девет
3 238 102	Три милиона двеста тридесет осам хиљада сто два

2. а) Цифра 7 је на месту десетица и има месну вредност $7 \cdot 10 = 70$

б) Цифра 7 је на месту стотина и има месну вредност $7 \cdot 100 = 700$

в) Цифра 7 је на месту десетица хиљада и има месну вредност $7 \cdot 10000 = 70000$

г) Цифра 7 је на месту хиљада и има месну вредност $7 \cdot 1000 = 7000$

3. 2218, 2975, 2897, 2001, 3000

4. Марку фали још 9278 динара.

5. 354123 < 501001 < 501011 < 723598 < 12587386

6. 15305, 15307, 15309, 15311, 15313, 15315, 15317, 15319, 15321, 15323

7. Разлика ће бити 11155.

8. 518247 – 246709 = 271538

9. Отац и ћерка заједно имају 45 година.

10. Највећи број је 975310, а најмањи 103579, па је њихова разлика 871731.

11. Првог дана замрзнуто је 4316 kg, другог дана 3107 kg, а трећег дана 5522 kg малина.

12. а) 946178357 б) 204178357

КОНТРОЛНА ВЕЖБА
Записивање и упоређивање природних бројева

1. а) шест хиљада деветсто дванаест, сто три хиљаде петнаест, милион двадесет три хиљаде седамсто четрдесет пет
б) 300048, 728136

2. а) 946117

б) 3428986 = _3_М _4_СХ _2_ДХ 8_Х _9_С 8_Д _6_Ј

3. а) 401011 < 401101 б) 23765 < 237654 в) 4094 < 7139

4. 300012, 300013, 300014, 300015, 300016, 300017, 300018, 300019, 300020, 300021

5. 56739, 56741; 12345708, 12345710; 168 009, 168 011; 3786398, 3786400; 141000, 141002;

ПРВИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. а) 12339 б) 151347 в) 19439

2. а) 14362 б) 8512

3. 254379

4. а) 326781 > 326780 б) 796123 > 786123 в) 3156 < 3158 < 3162

5. Умањилац је пре увећања био 236.

ЗАДАЦИ ЗА ДОДАТНИ РАД

1. 2992 – 969 =2023

2. То су бројеви: 121001, 121010, 121100, 221000

3. Збир свих парних бројева прве стотине већи је за 50 од збира свих непарних бројева прве стотине.

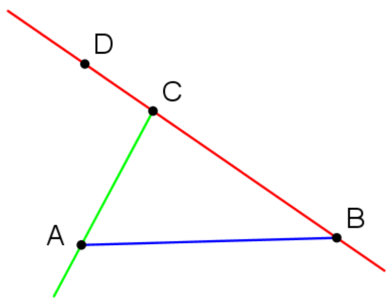
V разред

ПРИРОДНИ БРОЈЕВИ И ДЕЉИВОСТ (први део). ОСНОВНИ ПОЈМОВИ ГЕОМЕТРИЈЕ

1. 85

2. 779

3.



4. а) 988;

б) 1001.

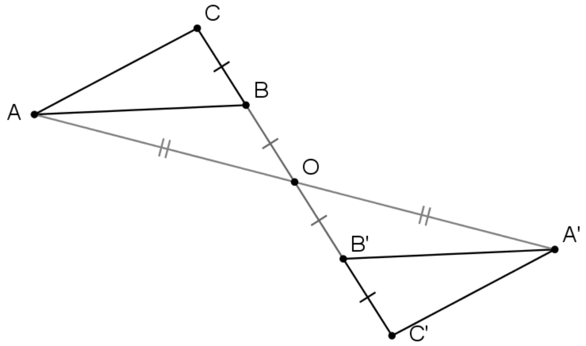
5. 1100, 1150, 1175.

6. Најпре треба нацртати произвољну полуправу Oa. Затим на њој треба конструисати редом тачке I, J, K, L такве да важи распоред O-I-J-K-L и OI=AB, IJ=BC, JK=CD, KL=DE.

Након ове конструкције имамо да је дужина изломљене линије ABCDE једнака дужини дужи OE. Затим, опет на полуправој Oa треба конструисати редом тачке M, N и P такве да важи распоред O-M-N-P и OM=FG, MN=GH, NP=HF. Сада имамо да је обим троугла ABC једнак дужини дужи OP.

Дакле тражена дуж је EP.

7.



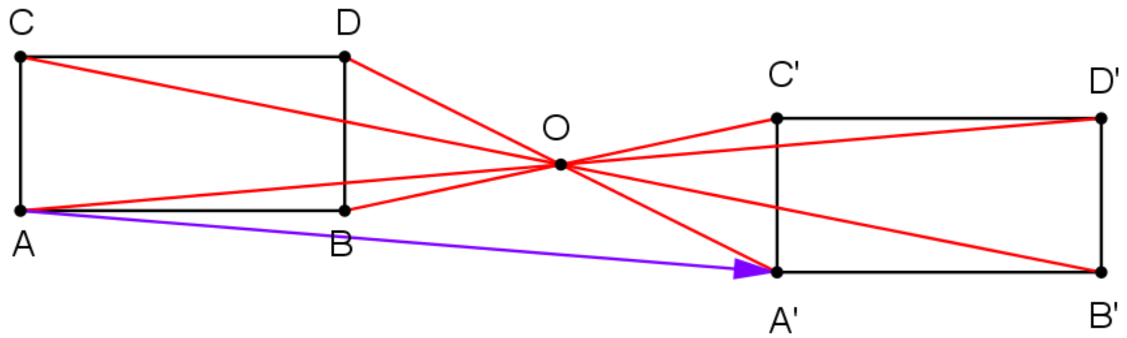
8. $A \cap (S_5 \backslash S_3)$ је скуп свих елемената скупа A који су дељиви са 5 и нису дељиви са 3, па је $A \cap (S_5 \backslash S_3) = \{745, 800\}$.
$A \backslash (S_{25} \cup S_4)$ је скуп свих елемената скупа A који нису дељиви ни са 25 и ни са 4, па је $A \backslash (S_{25} \cup S_4) = \{794, 737, 795, 711, 763, 797, 745\}$.

9. Тачни одговори су редом 1, 1, 3, 3, 4, 23, 232023.

10. Производ парног природног броја и било ког природног броја је паран природан број. Зато су 4x и 6y парни природни бројеви, за произвољне природне бројеве x и y.
Збир парних природних бројева је паран природан број. Зато је 4x + 6y паран природан број, за произвољне природне бројеве x и y.
Производ непарних природних бројева је непаран природан број. Зато је $41 \cdot 61$ непаран природан број.
Дакле, за произвољне приородне бројеве x и y, лева страна једнакости је различита од десне.

11. Тражена тачка је пресечна тачка кружница $k(B, BC)$ и $k(D, DC)$ која је различита од тачке C.

12. Ако темена правоугаоника означимо као на датој слици онда су вектори AA', BB', CC' и DD' једнаки и то је вектор којим се леви правоугаоник транслиран у десни.
Дужи AD', BC', DA' и CB' се полове (нпр. AD' и BC' се полове јер су оне дијагонале паралелограма ABD'C'), а тачка у којима се оне полове је тражена тачка O. Дакле тражена тачка се добија у пресеку било које две од те четири дужи.



КОНТРОЛНА ВЕЖБА
Природни бројеви и дељивост

1. То су на пример: 1, 3, 5, 435

2. $A \cap B = \{20\}$

$A \cup B = \{16, 20, 24, 28, 32, 5, 10, 15, 25, 30\}$

$B \backslash A = \{5, 10, 15, 25, 30\}$.

3.

x	102	132
$3 + x \cdot 4$	411	531
$(8 + x) \cdot 7 - 5 + x : 6$	782	997

4. 10

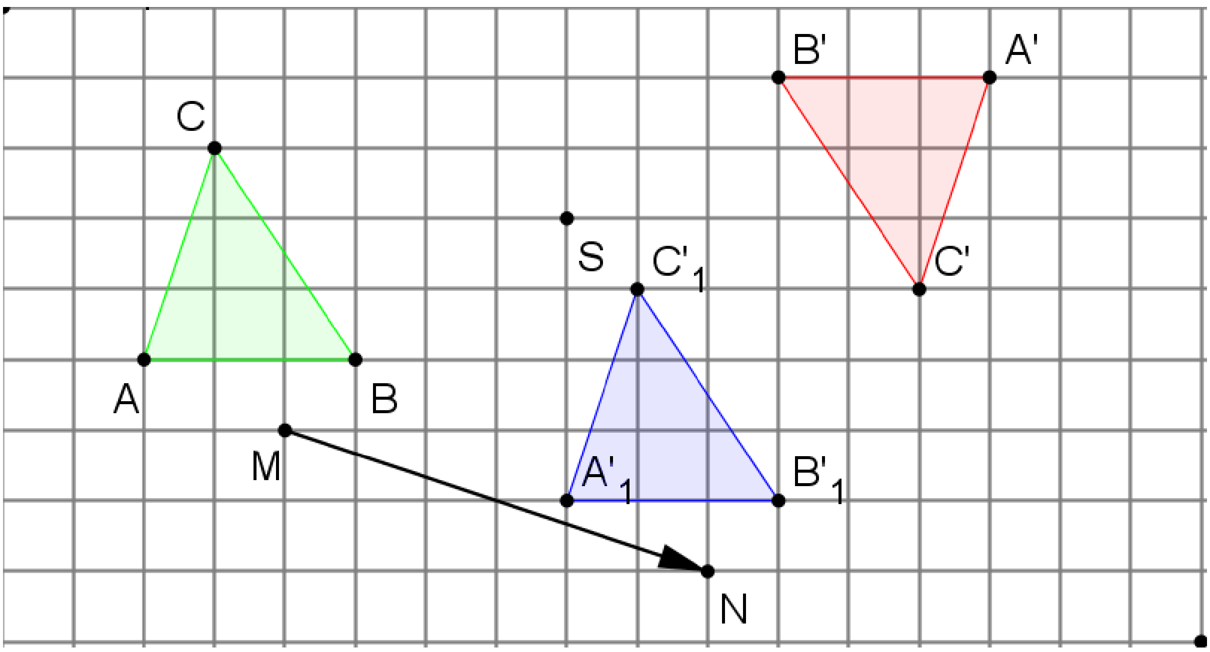
5. Да би посматране једначине имале решење довољно је да природан број n буде дељив са 4 и 9. Тражени бројеви су 925416, 945216, 905436, 945036, 915876 и 985176.

ПРВИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. 18

2. $A = \{76, 80, 90, 84\}$, $B = \{39, 90, 45, 84\}$, $C = \{55, 80, 90, 45\}$, $A \cup B = \{76,80,90,84,39,45\}$, $B \cap C = \{90,45\}$, $C \backslash A = \{55,45\}$.

3.

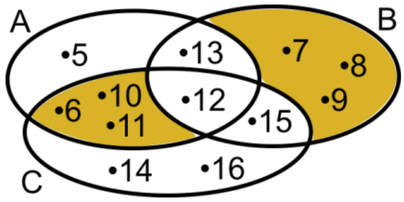


4. 9162 и 5166.

5. Ако за тачку O узмемо произвољну пресечну тачку кружница $k(A, r)$ и $k(D, r)$, онда је $k(O, r)$ тражена кружница.

ЗАДАЦИ ЗА ДОДАТНИ РАД

1. Овде је потребно нацртати Венов дијаграм скупова A, B и C, па онда уочити део дијаграма који представља скуп $\{x|x \in \mathbb{N} \text{ и } \mathbf{5 < x \leq 11}\} = \{6,7,8,9,10,11\}$.



Тако добијамо да је $(A \cap C)\backslash B \cup B\backslash(A \cup C)$ тражени израз.

2. Из

$\underline{abcdabcd} = \underline{abcd}0000 + \underline{abcd} = \underline{abcd} \cdot 10000 + \underline{abcd} = \underline{abcd} \cdot 10001$

добија се да је тражни делилац 10001.

3.

Како су $\underline{5a6} + \underline{3b44}$ и $\underline{3b44}$ дељиви са 4, то је и $\underline{5a6}$ дељив са 4, па је $a \in \{1,3,5,7,9\}$.

За $a = 1$ добијамо да је $516 + \underline{3b44}$ дељиво са 9.

Како је $516 + \underline{3b44} = 513 + 3 + \underline{3b44} = 513 + \underline{3b47}$ и како је 513 дељиво са 9, то је $\underline{3b47}$ дељиво са 9, па је $b = 4$.

Слично можемо разматрати и случајеве $a = 3, a = 5, a = 7$ и $a = 9$.

Све тражене вредности цифара a и b дате су у наредној табели.

a	1	3	5	5	7	9
b	4	2	0	9	7	5

VI разред

ЦЕЛИ БРОЈЕВИ (сабирање, одузимање, множење, дељење).
ТРОУГАО (странице и углови)

1. Тачки A одговара број -6, тачки B одговара број -4, тачки C одговара број 5, а тачки D одговара број 10.

2. а) $-2 + (-8) = -10$

б) $-5 \cdot (-3) = 15$

в) $|+7| - |-4| = 3$

г) $10 - 10 : (-2) - (-7) = 22$

3. Угао код темена C је прав па је троугао правоугли. Странице AC и BC су једнаке па је троугао једнакокраки. Дакле, троугао ABC је једнакокрако-правоугли.

4. $a = -1 - 1 \cdot 0 = -1$, $b = |-7 + 2| = 5$, $c = -(-4 + 8) = -4$

$c < a < b$

5. $(-(-5) + 2 \cdot (-6)) : 7 = -7 : 7 = -1$

6. Како је збир унутрашњих углова троугла 180°, видимо да је трећи унутрашњи угао овог троугла већи од 90°. Најдужа страница троугла налази се наспрам највећег угла, а то је страница AB. Најкраћа страница троугла је AC.

7. 90°, 76°40\`, 13°20\`

8.

а) Ако је $x < 0$, онда је $-2x > 0$.

б) Ако је $x > 0$, онда је $-3x < 0$.

в) Ако је $x < y$, онда је $-2 \cdot (x - y) > 0$.

9. $2 \cdot (-1) - (-11 + (-3)) \cdot (-11 - (-3)) = -2 - (-14) \cdot (-8) = -2 - 112 = -114$

10. Најмања вредност израза је 0 и постиже се за $a = 2$ и $b = 3$.

Највећа вредност израза је 10 и постиже се за $a = -2$ и $b = -3$.

11. $\gamma = 180° - 112° = 68°$, $\beta = 127° - 68° = 59°$, $\alpha = 112° - 59° = 53°$

12. Означимо углове тог троугла са x, x и $3x$.

$x + x + 3x = 180°$
$x = 36°$

Дакле, унутрашњи углови тог троугла су: $36°, 36°$ и $108°$.

Мера угла који граде симетрале оштрих углова је $144°$.

КОНТРОЛНА ВЕЖБА
Цели бројеви

1. $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

2.

а) $-32 : (-4) \ > \ 0$

б) $-2023 \cdot 0 \cdot (-9) \ = \ 0$

в) $-16 + 2 \ < \ 0$

3.

а) $1 - (-2) = 3$

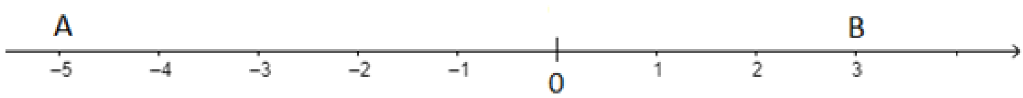
б) $-4 \cdot (-2) = 8$

в) $-2 + |-2| = 0$

4. $21 + (-8) - \big(21 - (-8)\big) = 13 - 29 = -16$

ПРВИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1.



Тачка A(-5) је од тачке B(3) удаљена 8 cm.

2.

а) $1 - (-21) = 22$

б) $-19 + 9 \cdot 0 = -19$

в) $-20 - (-20) : 4 = -15$

3. $-3{,}5$

4. $64°$

5. Унутрашњи углови троугла BFE су $50°, 110°$ и $20°$.

ЗАДАЦИ ЗА ДОДАТНИ РАД

1. 2023

2. $-13, -11, -9$

3. $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 180° - 135° = 45°, \alpha + \beta = 90°, \gamma = 90°$

VII разред

РЕАЛНИ БРОЈЕВИ. ПИТАГОРИНА ТЕОРЕМА

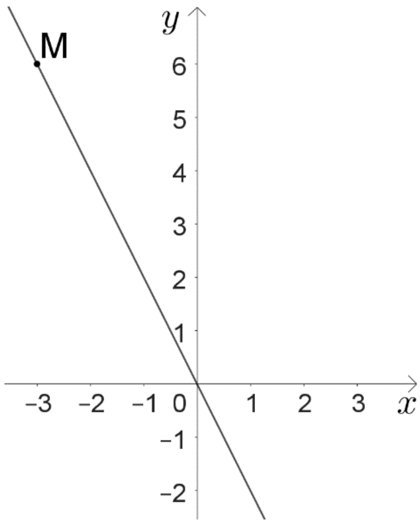
1.

Н	Н
Т	Т
Н	Т

2. 7550 дин, 15100 дин, 22650 дин

3. O = 18 cm

4. Заменом координата тачке M у функцију $y = kx$ добијамо једначину функције $y = -2x$.

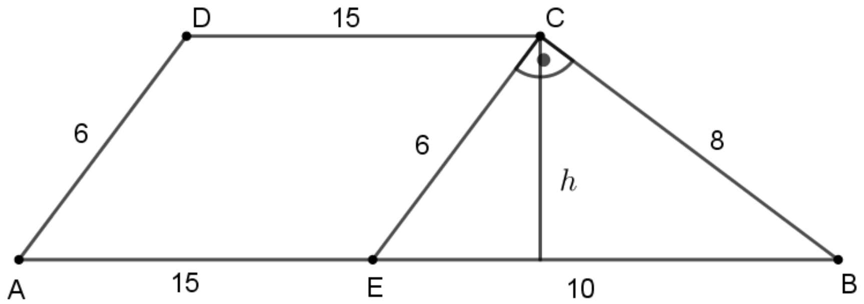


5. AB=$3\sqrt{5}$, BC=$5\sqrt{5}$, AC=$4\sqrt{5}$. Уочавамо да је $\mathrm{BC}^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{AC}^2$ па из обрнуте Питагорине теореме следи да је троугао правоугли.

6. $P = 16\sqrt{3}cm^2$

7. Након решавања једначине $4x^2 + 5 = 41$ добија се да је $x = 3$ или $x = -3$.

8. На страници AB доцртајмо тачку E такву да је CE ∥AD. Види слику! Висина троугла EBC је уједно и висина трапеза. Како су странице троугла 6, 8 и 10 закључујемо да је он правоугли, па је његова површина 24. С друге стране, површина је и $\frac{10h}{2}$, па одатле добијамо да је $h = 4{,}8$. Сада се лако израчунава и површина трапеза, $96cm^2$.

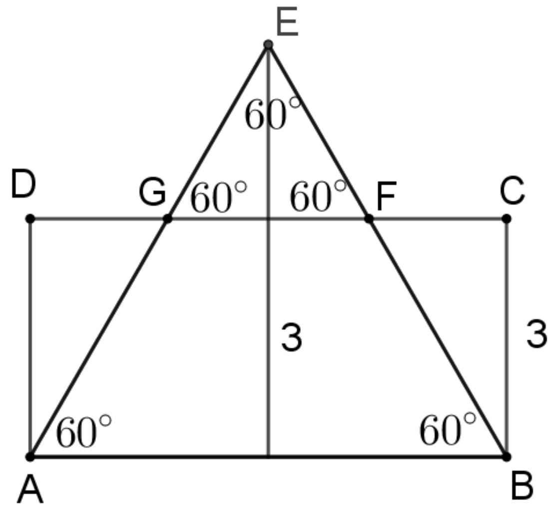


9. Како је $a = \left|2-\sqrt{2}\right| = 2-\sqrt{2}$ и $b = \left|1-\sqrt{2}\right| = \sqrt{2}-1$, то је $a+b=1$

10. Из $\sqrt{3}\cdot x + \sqrt{3}\cdot y = \sqrt{12}$ се добија да је $x+y=2$. $\frac{\sqrt{2}\cdot x}{2} + \frac{y}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}(x+y) = \sqrt{2}$

11. $\sqrt{24}$ је катета правоуглог троугла чија је хипотенуза 5 и друга катета 1; $\sqrt{10}$ је хипотенуза правоуглог троугла чије су катете 1 и 3; $\sqrt{3}$ је катета правоуглог троугла чија је хипотенуза 2, а друга катета 1.

12. Фигура, чији обим и површину је потребно израчунати, је једнакокраки трапез. Висина троугла ABE је $3\sqrt{3}$, па је висина троугла EGF $3\sqrt{3}-3$. Одатле добијамо страницу једнакостраничног троугла EGF, $6-2\sqrt{3}$ која је уједно и краћа основица трапеза. Површина трапеза је $18-3\sqrt{3}$. Краке трапеза добијамо применом Питагорине теореме на једнакокраки трапез, $2\sqrt{3}$, па је обим трапеза $12+2\sqrt{3}$.



КОНТРОЛНА ВЕЖБА
Реални бројеви

1. Рационални: $-5, -3{,}1111...$, $\sqrt{\frac{25}{16}}$, 5,66, 0

Ирационални: $\sqrt{2}$, 2,102100210002…

2. 0,2353

3. Већи је број $7\sqrt{3}$.

4. а) -24 б) -0,5

5. а) $x = 4$ или $x = -4$ б) $x = 10$ или $x = -5$

ПРВИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. а) $-4 < -\sqrt{11} < -3$ б) $5 < \sqrt{31} < 6$ в) $2 < (-1{,}7)^2 < 3$

2. а) 52 б) 13

3. $P = 60\ cm^2$

4. О = $8\sqrt{13}$ cm

5. $P = 16\ cm^2$

ЗАДАЦИ ЗА ДОДАТНИ РАД

1. Ако из темена C спустимо висину на хипотенузу, та висина ће уједно бити и висина једнакокраког троугла ACD. Дужина те висине се лако израчунава и износи 2. Применом Питагорине теореме на једнакокраки троугао ACD, добија се да је AD=2, одакле следи да је BD=3. Обим троугла BCD је $3+3\sqrt{5}$. Површину можемо добити када од површине троугла ABC одузмемо површину троугла ACD и она износи 3.

2. Квадрирањем целе неједнакости добија се $\sqrt{12+\sqrt{12}} < 4$. Квадрирањем ове неједнакости добија се $\sqrt{12} < 4$ што је тачно, па је тиме и неједнакост доказана.

3. У трапезу ABCD троуглови ACD и BCD су једнакокраки (једнаки углови са паралелним крацима) одакле следи и да су AD и BC дужине 15 cm, па се ради о једнакокраком трапезу. Применом Питагорине теореме на једнакокраки трапез, лако добијамо дужину висине 12 cm. Површина трапеза износи 288 cm^2.

VIII разред

СЛИЧНОСТ ТРОУГЛОВА. ТАЧКА, ПРАВА И РАВАН

1. $3\ m$

2.

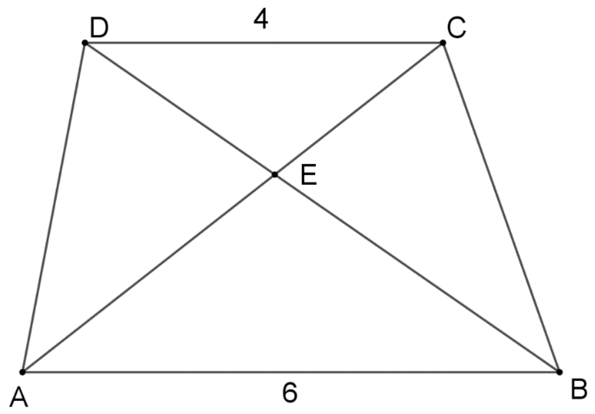
а) поклапају се

б) секу се

в) паралелне су или се мимоилазе

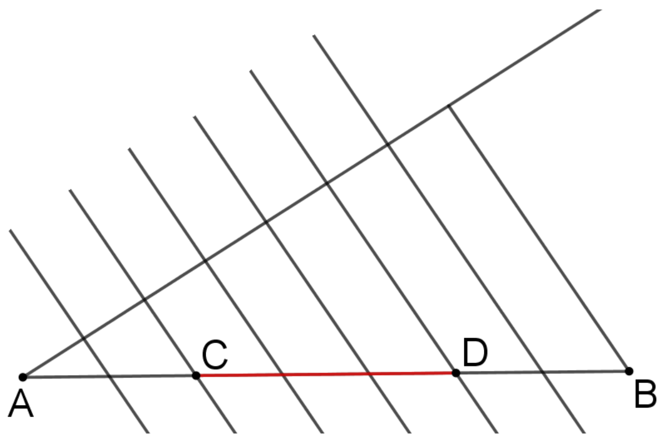
3. $AB = 2{,}6\ cm$

4.



$5 = \dfrac{6+b}{2}, b = 4\ cm, \Delta ABE \sim \Delta CDE, AE:EC = AB:CD = 6:4 = 3:2$

5.



6.

а) бесконачно

б) једна

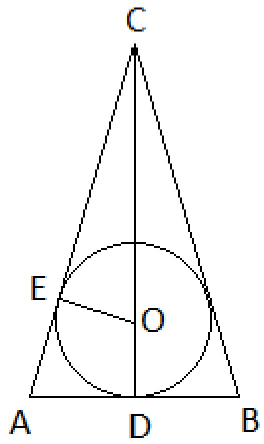
в) четири

7. $0\ cm \leq A_1B_1 \leq 9\ cm$

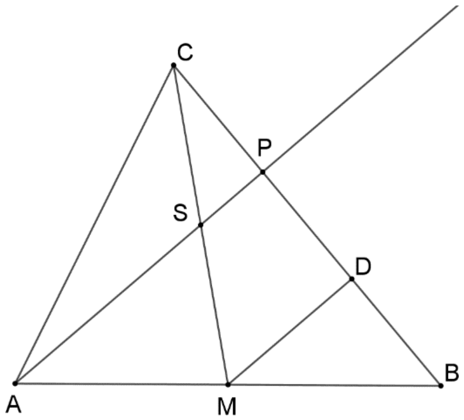
8. $OE = OD = r, CO{:}\ OE = CO{:}\ OD = 12{:}\ 5,$

$\Delta COE \sim \Delta CAD, CA{:}\ AD = CO{:}\ OE,$

$60{:}\ AD = 12{:}\ 5, AD = 25\ cm, AB = 50\ cm.$



9.



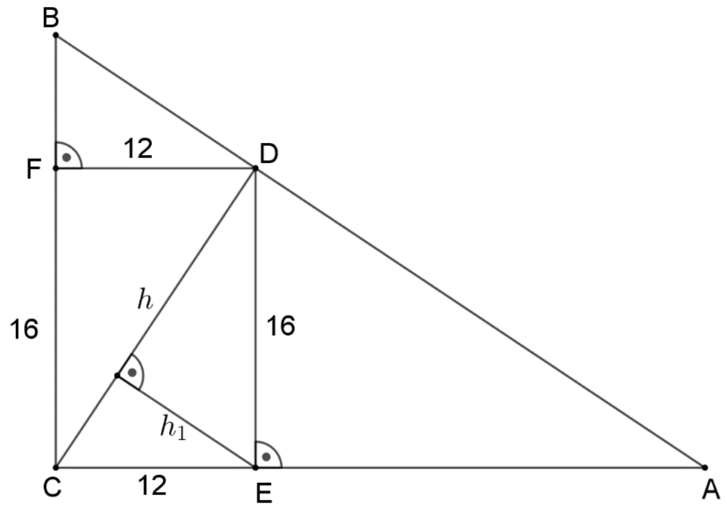
Ако је D тачка странице BC таква да је $MD \parallel SP$, применом Талесове теореме добијамо:

$CP{:}\ DP = CS{:}\ SM = 1{:}\ 1$

$BD{:}\ DP = BM{:}\ MA = 1{:}\ 1$

$CP = PD = DB = 2\ cm, PB = 4\ cm$

10.



$h = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20\ cm$

$\frac{12 \cdot 16}{2} = \frac{20 \cdot h_1}{2}, h_1 = 9{,}6\ cm$

$\Delta ABC \sim \Delta CED, h: h_1 = O: O_1, 20: 9{,}6 = O: 48, O = 100\ cm$

11. Три паралелне праве одређују највише 3 равни. По једна од 3 паралелне праве и по једна од 5 тачака одређују највише 15 равни. Пет тачака од којих су 3 колинеарне одређују највише 5 равни. Дакле, постоји највише 23 равни.

12. а) AB, AC, AD, BC, BD, CD, EF, EG, EH, FG, FH, GH

б) AE, BF, CG, DH

КОНТРОЛНА ВЕЖБА
Сличност троуглова

1. $a_1 = 2k, b_1 = 5k, c_1 = 6k, a_1 = 6\ \mathrm{cm}, b_1 = 15\ cm, c_1 = 18\ cm, O_1 = 39\ cm$

2. $AB: CD = EA: EC = 3: 8, EA: AC = 3: 5$

3. $\Delta APS \sim \Delta ABC, AS: AB = SP: BC, 4: 10 = x: 6, x = 2{,}4\ cm$

4. $x = \sqrt{26^2 - 24^2} = 10\ cm, p = 26 - 10 = 16\ cm, q = 26 + 10 = 36\ cm,$

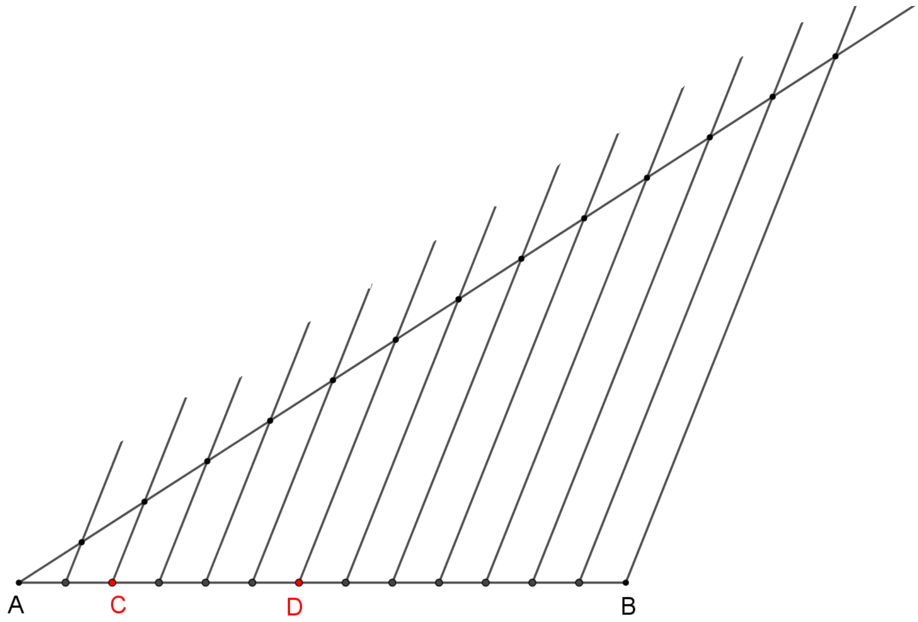
$a = 8\sqrt{13}\ cm, b = 12\sqrt{13}\ cm$

ПРВИ ПИСМЕНИ ЗАДАТАК

1. $a = 5\ cm, b = 12\ cm, c = 13\ cm, a_1 = 8\ cm, b_1 = 15\ cm, c_1 = 17\ cm$

Троуглови нису слични јер странице нису пропорционалне. $5{:}\,8 \neq 12{:}\,15$

2. Дуж $a = 15\,cm$ поделимо на 13 делова користећи Талесову теорему, а затим конструишемо троугао.



3. а) три равни

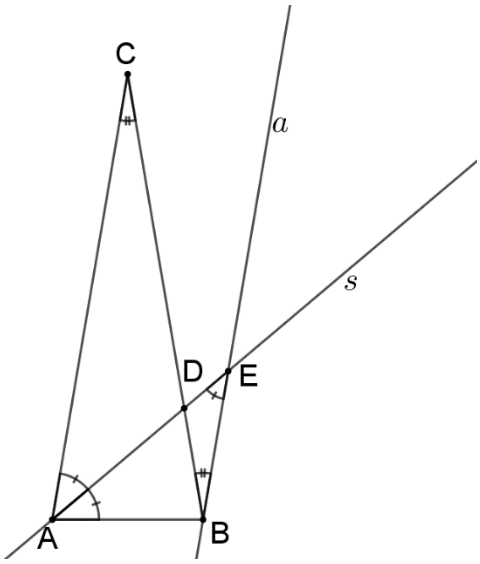
б) три равни

4. Средишта дужи AB од равни α удаљено је 11,5 cm.

5. Дужина ортогоналне пројекције дужи AB на раван α износи 8 cm.

ЗАДАЦИ ЗА ДОДАТНИ РАД

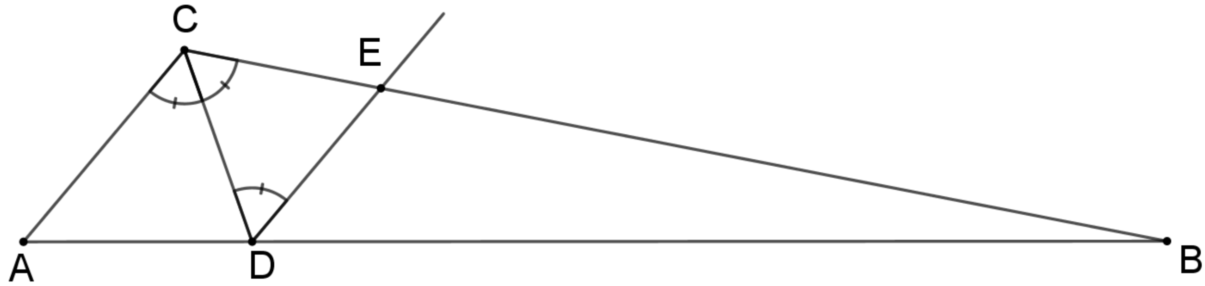
1.



Права s је симетрала $\measuredangle A$ и $\measuredangle BAD = \measuredangle DAC$. Повучемо праву a кроз B паралелну са AC, тада је $\measuredangle CAD = \measuredangle DEB$ и $\measuredangle ACD = \measuredangle DBE$. Троугао ABE је једнакокраки $BE = 8\ cm$.

$\Delta ACD \sim \Delta DBE,\qquad BE: AC = BD: DC = 1:3, 8: AC = 1:3, AC = 24\ cm, O = 8 + 2 \cdot 24 = 56\ cm$.

2.



Ако је E тачка странице BC таква да је $DE \parallel AC$, онда је троугао CDE једнакокраки и $CE = DE = x$.

$\measuredangle ACD = \measuredangle DCE = \measuredangle EDC = \alpha, \measuredangle DEB = 2\alpha$, па су троуглови ABC и BED слични.

$AC: DE = BC: EB, 10: x = 40: (40 - x), x = 8\ cm$

$CD < CE + ED, CD < 16\ cm$

3. а) $\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{6}$

б) 13 тачака