

Kenguru Határok Nélkül Matematikaverseny 2023
11–12. osztály

3 pontos feladatok

1. Mennyivel egyenlő a $\frac{7777^2}{5555 \cdot 2222}$ kifejezés értéke?

- A) 1 B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{49}{10}$ D) $\frac{77}{110}$ E) 49

2. Mia öt dobókockával dobott egyszerre. Maximum hány kockával dobhatott hatost, ha a dobott számok összege 19 volt?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

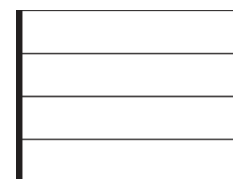
3. Egy henger alakú konzervdoboz magassága 15 cm, alapjának kerülete 30 cm. Egy hangya az A pontból a B pontba mászik végig az ábrán vastag vonallal jelölt útvonalon (elől feketével, hátul szürkével jelöltük). Az útvonal az alapra merőleges egyenes szakaszokból és az alappal párhuzamos körívekből áll. Mekkora a hangya által megtett út hossza?

- A) 45 cm B) 55 cm C) 60 cm D) 65 cm E) 75 cm



4. Ella az ábrán látható zászlón mindhárom sávot ki szeretné színezi az adott négy szín valamelyikével. Hányféleképpen tudja ezt megtenni, ha a szomszédos sávok nem lehetnek ugyanolyan színűek?

- A) 24 B) 27 C) 32 D) 36 E) 64



5. Az n természetes számra azt mondjuk, hogy kétszeresen prím, ha pontosan három különböző osztója van, ezek pedig az 1, 2 és n . Hány különböző kétszeres prím létezik?

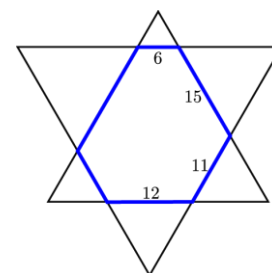
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. Hány olyan x és y természetes számpár létezik, amely megoldása az $x + 2y = 2^{10}$ egyenletnek?

- A) $2^9 - 1$ B) 2^9 C) $2^9 + 1$ D) $2^9 + 2$ E) 0

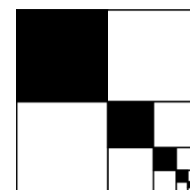
7. Két egyenlő oldalú háromszöget egymásra raktunk úgy, hogy a metszetük egy olyan hatszög legyen, amelynek átellenes oldalai párhuzamosak. Ha ismerjük a hatszög négy oldalának hosszát (jobb oldali ábra), akkor mekkora a hatszög kerülete?

- A) 64 B) 66 C) 68 D) 70 E) 72



8. Egy 84 egység területű négyzetet felosztottunk négy négyzetre, és a bal felső négyzetet feketére festettük. Ezután a jobb alsó négyzetet daraboltuk fel négy négyzetre, majd ismét az itt kapott bal felső négyzetet feketére festettük. Ha ezt a folyamatot végtelenszer megismételjük, akkor mennyi lesz a fekete részek összterülete?

- A) 24 B) 28 C) 31 D) 35 E) 42



9. Az 1-től 9-ig terjedő számokat a jobb oldali ábra valamelyik négyzetébe írjuk úgy, hogy mindegyik számot egyszer használjuk fel, mindegyik négyzetbe egy szám kerül, és bármely három szomszédos négyzetben a beírt számok összege osztható 3-mal. A 7-es és 9-es számok már be vannak írva az ábrán látható módon. Hányféleképpen lehet befejezni a táblázat kitöltését?

	7		9				
--	---	--	---	--	--	--	--

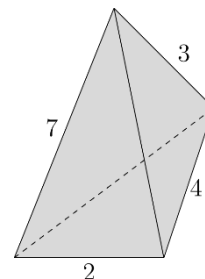
- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 24

10. Mennyi a $(5^5 + 1)(5^{10} + 1)(5^{15} + 1)$ szorzat tízes számrendszerben felírt értékében az utolsó számjegy?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

4 pontos feladatok

11. Egy háromszög alapú gúla éleinek hossza természetes szám. Négy él hosszát megjelöltük az ábrán. Mennyi a további két él hosszának összege?



- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

12. Egy pozitív egész n számra $n!$ jelöli az 1-től n -ig terjedő természetes számok szorzatát. Például $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$. Ha a $6! \cdot 7!$ számot fel tudjuk írni úgy mint $N!$, ahol N egy természetes szám, akkor mennyi az N szám számjegyeinek összege?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 9

13. Az $y = x^3 + 3x^2 + ax + 2a + 4$ alakú függvények grafikonjai mind áthaladnak a síkban a koordináta-rendszer egy adott pontján bármely valós a szám esetén. Mennyi ezen pont koordinátáinak összege?

- A) 2 B) 4 C) 7 D) 8 E) az előzőek közül egyik sem

14. Adott öt szám: a_1, a_2, a_3, a_4 és a_5 , amelyek összege S . Ha minden k esetén, $1 \leq k \leq 5$, teljesül, hogy $a_k = k + S$, akkor mennyi az S összeg értéke?

- A) $\frac{15}{4}$ B) $-\frac{15}{4}$ C) -15 D) 15 E) az előzőek közül egyik sem

15. Hány olyan egész (m, n) számpár létezik, amelyre teljesül a következő egyenlőtlenség: $|2m - 2023| + |2n - m| \leq 1$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

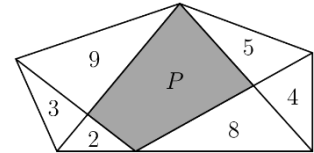
16. Az állatmozi nézőterének egyik sorában 23 szék van, és mindegyiken vagy egy hód, vagy egy kenguru ül. Legfeljebb hány hód ül a sorban, ha minden állat mellett ül legalább egy kenguru?

- A) 7 B) 8 C) 10 D) 11 E) 12

17. Határozd meg azt az n természetes számot, amelyre teljesül, hogy $n^n = 5^{5^6}$.

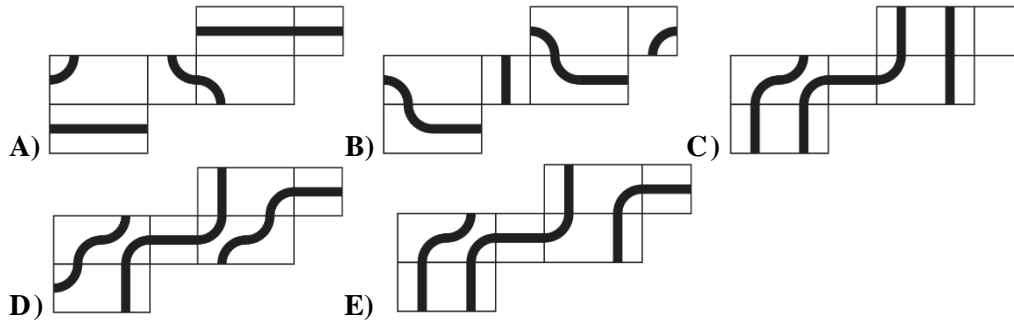
- A) 5^{30} B) 5^6 C) 5^5 D) 30 E) 11

18. Egy ötszöget az ábrának megfelelően feldaraboltunk. A kapott háromszögek területét jelöltük az ábrán. Mennyi az árnyékolt P négyszög területe?



- A) 15 B) $\frac{31}{2}$ C) 16 D) 17 E) 18

19. Leó egy téglatestre egy zárt vonalat rajzolt, majd kiterítette a téglatest testhálóját. Melyik lehet ez a testháló az alábbiak közül?



20. Hány olyan természetes szám van, amely osztója a $2^{20}3^{23}$ számnak, de nem osztója a $2^{10}3^{20}$ számnak?

- A) 13 B) 30 C) 273 D) 460 E) az előzőek közül egyik sem

5 pontos feladatok

21. Az \mathbb{R} halmazon értelmezett f és g függvények kielégítik a következő egyenletrendszert: $f(x) + 2g(1-x) = x^2$ és $f(1-x) - g(x) = x^2$. Melyik az $f(x)$ függvény képlete?

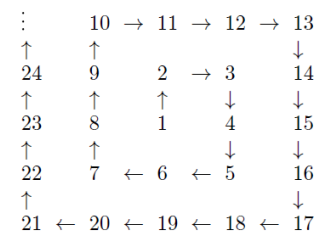
- A) $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ B) $x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ C) $-x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ D) $x^2 - 4x + 5$ E) nem létezik ilyen függvény

22. Egy hegymászóversenyen 13 hegymászó versenyzik három kategóriában. Egy versenyző eredményét úgy kapjuk meg, hogy összeszorozzuk a három kategóriában szerzett eredményeit. Például, ha egy versenyző elért egy negyedik, egy harmadik és egy hatodik helyezést a három kategóriában, akkor az ő eredménye $4 \cdot 3 \cdot 6 = 72$. Minél nagyobb egy versenyző eredménye, összesítésben annál lejjebb helyezkedik el a ranglistán. Mari két kategóriában első helyezést ért el. Melyik az a legalacsonyabb helyezés, ahol Mari állhat összesítésben a ranglistán?

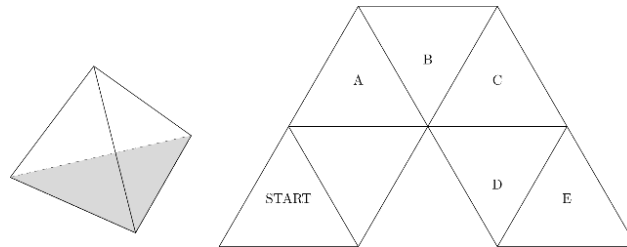
- A) 2. helyezés B) 3. helyezés C) 4. helyezés D) 5. helyezés E) 6. helyezés

23. Az ábrán spirál alakba rendeztük az egymást követő természetes számokat 1-től kezdve. Milyen helyzetben fognak állni a 625-ös, 626-os és 627-es számok?

- A) $\begin{matrix} 627 \\ \uparrow \\ 626 \\ \uparrow \\ 625 \end{matrix}$ B) $\begin{matrix} 626 \rightarrow 627 \\ \uparrow \\ 625 \end{matrix}$ C) $625 \rightarrow 626 \rightarrow 627$ D) $\begin{matrix} 625 \rightarrow 626 \\ \downarrow \\ 625 \end{matrix}$ E) $\begin{matrix} 625 \\ \downarrow \\ 626 \\ \downarrow \\ 627 \end{matrix}$



24. Egy tetraéder lapjai közül egyik színes. A tetraédert ráhelyezzük a jobb oldali tábla START mezőjére úgy, hogy a színes lapja legyen alul. Ezt követően egy lépésben a tetraédert egyik élén keresztül átbillentjük a következő mezőre, majd ezt az eljárást folytatjuk. Melyik betűvel jelölt mezőn fordulhat elő először a görgetés során, hogy újra a tetraéder színes lapja lesz alul?



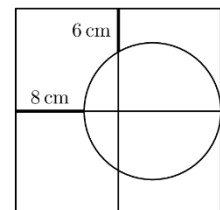
- A) A B) B C) C D) D E) E

25. Egy ötödfokú polinomra ráfolyt a tinta, így nem látható teljesen. Tudjuk, hogy ennek a polinomnak mind az öt gyöke egész szám. Melyik az a legnagyobb kitevője az $x-1$ binomnak, amelyre teljesül, hogy az adott hatvány osztja az adott polinomot?

$$x^5 - 11x^4 + \text{[redacted]} - 7$$

- A) $(x-1)^1$ B) $(x-1)^2$ C) $(x-1)^3$ D) $(x-1)^4$ E) $(x-1)^5$

26. Az ábrán látható nagy négyzetet négy négyzetre osztottuk. A kör a négyzetet egyik oldalfelező pontjában érinti. Mekkora a nagy négyzet oldalának a hossza (ha figyelembe vesszük, hogy az ábra nem méretarányos)?

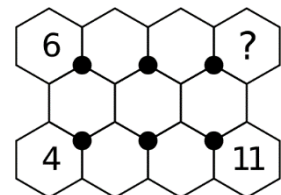


- A) 18 cm B) 20 cm C) 24 cm D) 28 cm E) 30 cm

27. Melyik a legnagyobb közös osztója az összes $n^3(n+1)^3(n+2)^3(n+3)^3(n+4)^3$ alakú számnak, ahol n természetes szám?

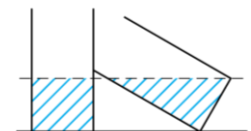
- A) $2^9 3^3$ B) $2^3 3^3 5^3$ C) $2^6 3^3 5^3$ D) $2^8 3^2 5^3$ E) $2^9 3^3 5^3$

28. Anna azt a feladatot kapta, hogy írja be mindegyik hatszögbe az 1-től 11-ig terjedő természetes számokat úgy, hogy mindegyik számot egyszer használja fel, mindegyik hatszögbe egy szám kerüljön, és a hat fekete ponthoz tartozó három-három hatszögbe írt számok összege egyenlő legyen. Anna három számot már be is írt egy-egy hatszögbe. Melyik számot kell a kérdőjel helyére írnia?



- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

29. Két egyforma henger alakú víztartályba ugyanannyi vizet öntöttünk. Az egyik víztartály egyenesen áll, a másikat pedig nekitámasztottuk úgy, hogy mindkét víztartályban egyforma legyen a víz szintje, ahogyan az az ábrán látható. A hengerek alapjai $3\pi \text{ m}^2$ területű körök. Mennyi vizet tartalmaz egy-egy víztartály?



- A) $3\sqrt{3}\pi \text{ m}^3$ B) $6\pi \text{ m}^3$ C) $9\pi \text{ m}^3$ D) $\frac{3\pi}{4} \text{ m}^3$ E) nem lehet meghatározni

30. Hat egymást követő természetes szám szorzata egy $\overline{abcddcddabb}$ alakú tizenkétjegyű szám, ahol a , b , c és d szintén egymást követő természetes számok valamilyen sorrendben. Mennyi a d szám értéke?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5