

# Програм Државног семинара Друштва математичара Србије 2023.

Субота, 14. 01. 2023.

Сатница	Пленарна предавања
11:00 - 13:00	<p>Др Владимир Мићић, др Зоран Каделбург <b>75 година Друштва математичара Србије</b></p> <p>4. јануара 1948. године одржана је Оснивачка скупштина Друштва математичара Србије (тада под називом Друштво математичара и физичара НР Србије). У овом излагању биће укратко приказане најважније активности Друштва у протеклих 75 година, посебно у четири најважније области његовог деловања: научној, наставној, издавачкој, као и у активностима с младим математичарима и информатичарима.</p> <p>Др Бранислав Ранђеловић <b>Државна матура – 1, 2, 3</b></p> <p>Идеја увођења државне матуре у образовни систем Републике Србије се развијала веома дуго, почев од њеног самог иницирања (2009), преко детаљног и дугорочног планирања (2014), затим путем реализације ЕУ пројекта (2019-2022) увођења матуре, ша све до данашњих дана. Након завршетка пројекта, одлучиоци у нашем образовном систему треба да донесу одговарајуће одлуке и да повуку праве потезе. При томе, првенствено се мисли на процену резултата пројекта, усвајање позитивних, а елиминасање активности које су се показале као негативне или неприменљиве, затим на евалуацију и процена стања и спремности целокупног средњешколског дела образовног система за увођење матуре. Такође, сада је и тренутак за договор са Универзитетима и факултетима о најбољем модусу за упис свих заинтересованих ученика на основу резултата са државне матуре.</p> <p>У предстојећем периоду, чека нас проба државне матуре у мају и јуну 2022, пробна матура у фебруару 2024 и коначно прва званична матура јуна 2024.</p>

14:30

**Прва група тема**

–

Др Војислав Петровић

18:30

**Аксиоматски приступ геометрији**

Предавање садржи предлог једног аксиоматског приступа настави геометрије заснованог на личном искуству. Међу питањима која ће се разматрати су следећа.

Шта су то аксиоме, укључујући основне појмове и релације, и због чега су потребни? Који аксиоматски систем је згодан и примерен средњошколцима? Колико се и на који начин задржати на појединим групама аксиома? Шта одабрати за илустративне примере (теореме)?

Како ученике уводити у егзактно мишљење, нов начин (у односу на претходну праксу) закључивања? Како их навикавати на методе индиректних доказа који су равноправни директним?

Др Миодраг Матељевић, др Марек Светлик

**Елементи метода визуелизације и функционалног мишљења - примери у настави математике**

Мотивисани једним задатком са ПИСА тестирања у овом излагању покушаћемо да прикажемо како се може развијати функционално мишљење. Кроз проблеме уливања течности у одговарајућу посуду (чија граница има облик ротационе површи) разматрамо појам функције, као и појмове непрекидности, диференцијабилности и конвексности функције. Уз то разматрамо и појмове брзине и убрзања и при томе посебан осврт дајемо на разлику између појмова интензитета брзине (енг. speed) и брзине као векторске величине (енг. velocity).

Осим тога, разматрамо и површине и запремине ротационих тела, а посебно ваљка, купе, лопте и турса. Приказујемо како се разним методама (од елементарних до напредних) могу извести одговарајуће формуле. Приликом разматрања свих појмова користимо метод визуелизације.

Др Бранислав Поповић

**Декартов координатни систем у настави математике у основним и средњим школама**

Распоред часова, табеле података, нумерација седишта у позоришту, декларације на различитим производима (сировински састав, енергетска вредност, ...) јесу ситуације с којима се ученици срећу од самог почетка школовања (па и пре и ван школе). У основи свега наведеног је идеја Декартовог координатног система, једна од највише коришћених идеја у настави математике у основним и средњим школама. Ту идеју ће ученици примењивати у скоро свим професијама и после завршетка школовања (касири, трговци, пекари, лекари, економисти, ...).

На почетку излагања ће бити речи о историјским чињеницама које су повезане са Декартовим координатним системом, а затим ће бити дат преглед програмских садржаја који се односе на Декартов координатни систем.

Преко примера који се јављају у почетној настави математике, а односе се на ову тему, улазимо у низ примера који припадају редовној настави математике у основним и средњим школама. Сваки пример ће бити анализиран са методичког аспекта као и аспекта његове применљивости.

Осим ових примера који припадају редовној настави, биће дат и одговарајући број задатака проблемског карактера као и задатака који су се појављивали на разним такмичењима („Кенгур без граница” пре свега).

Део излагања ће бити посвећен обради података где је Декартов координатни систем незаобилазна идеја.

Душа Вуковић  
Програмирање и базе података

Сигурно користиш неку веб-платформу за гледање филмова, серија или за слушање музике. Да ли ти је некада „искочила“ препорука за неки нови филм, серију или песму, а да је то било баш оно што се и теби потом допало? Није у питању случајност. Сваки од ових система проучава велике количине података – прати навике корисника и анализира, на пример, које је још филмове и серије гледао неко ко је погледао све што и ти пратиш, и онда ти препоручи баш оно што ће ти се свидети. Било би лепо и корисно и да, када уђеш у библиотеку, добијеш подједнако добру препоруку за следећу књигу коју ћеш прочитати. У описаном примеру са музиком и филмовима је сигурно укључена и примена вештачке интелигенције, али у самој основи имамо апликацију која је повезана на базу података. Да би се усвојили и напредни концепти, као што су машинско учење и вештачка интелигенција, неопходно је основно познавање повезвања програмирања и база података.

Када говоримо о писању програма који у себи имају команде упитног језика SQL и обрађују податке из базе података имамо два приступа од којих сваки има своју примену:

- Писање програма унутар система за управљање базама података (процедуре, функције, тригери, курсори);
- Писање програма у неком програмском језику вишег нивоа (Java, C#...) који има угњежене команде упитног језика SQL.

Школске 2021/2022. године се, први пут, у преко 40 одељења гимназија широм Републике Србије, реализовала настава предмета „Базе података“ у четвртог разреда у одељењима за ученике са посебним способностима за рачунарство и информатику. Централна тема овог предмета је повезивање програмског кода са базом података.

Приликом рада са ученицима, важно је нагласити везу између реалних животних ситуација и задатака који се раде на часу. Следи један пример. Члана библиотеке занима које све књиге библиотека има на тему програмирања да би неку изабрао за читање. Задатак за рад на часу би гласио овако: Написати упит којим се приказују називи књига који у себи садрже реч „programiranje“.

Јован Кнежевић, Александра Равас

**Експоненцијалне функције – шта ће то мени (деценију касније)?**

Прво предавање из серије са заједничким поднасловом „Шта ће то мени?“ одржано је на Републичком семинару сада већ далеке 2012. године. Ове године ће поново бити представљена тадашња тема, *Експоненцијалне функције*, из више разлога. Најпре, зато што је тема значајна, а нема много простора у школском плану и програму, али и зато што у публици има колега који нису били у прилици да је чују, као и да бисмо видели колико смо сами напредовали и научили у протеклих десет година.

Као и обично, приказаћемо историјски развој експоненцијалних функција, пошто сматрамо да то треба бити обавезан корак при обради сваке теме у настави математике. Наиме, онда када се на самом почетку укаже на то како је настао неки део математике, осим добитка у виду веће заинтересованости и бољег разумевања, код ученика се умањује страх од математике која се обично доживљава као недостижна, савршена и тешка, чиме оставља утисак како до неке сличне идеје може доћи само онај ко је посебно надарен за математику, иако је заправо

универзална тајна успеха (у било којој области живота, па и у учењу било чега, а самим тим и математике) у уложеном труду и времену да се нешто савлада. Осим тога, као што је публика већ навикла, тема ће бити илустрована и угледним примерима, груписаним у својеврсни мини водич кроз ову наставну тему који ће бити од помоћи посебно колегама с краћим радним искуством, али ћемо заједно урадити и неке изазовне задатке (уз коментаре о искуствима из праксе професора гимназије с вишедеценијским стажом), уз прегршт примера из стварног живота којима би могла отпочети предавања о експоненцијалним функцијама. Даћемо и идеје како се она могу учинити занимљивијим кроз сарадњу с колегама из школе (нпр. с професорима биологије, информатике, хемије или физике).

Др Милан Живановић

### **Примери Геогобра аплета у настави математике и како их креирати**

Програмски пакет Геогобра је већ увелико најприсутнија и најпопуларнија апликација која се користи у настави математике а и других предмета. Интегрисаност алгебарског и геометријског приказа математичких садржаја омогућава јасније схватање математичких појмова и веза између њих. Огромна вредност и значај овог програма је и у једноставном постављању радова (аплета) на веб-страницу чиме је изграђена огромна база квалитетних и у настави примењивих ситуација за учење. Визуелизацијом наставних тема постиже се висок степен принципа очигледности чиме се олакшава доступност садржаја и мотивисаност за учење па и самостално истраживање ученика.

На овом предавању биће представљени неки конкретни примери који могу унапредити школску праксу у основним а посебно у средњим школама. Након четворочасовног предавања планирана је радионица за учеснике. Садржај предавања ће бити реализован кроз теме:

1. Прављење презентација у Геогобри
2. Задаци са параметрима
  - а. Системи линеарних једначина
  - б. Трансформације графика функција
  - в. Квадратна функција: табеларно представљање функције и график. Канонски облик. Особине функције
3. Тригонометрија
  - а. Тригонометријски круг
  - б. Дефиниција тригонометријских функција на тригонометријском кругу
  - в. Свођење на први квадрант
  - г. Тригонометријске једначине и неједначине
  - д. Инверзне тригонометријске функције
4. Криве другог реда
  - а. Дефиниција кривих другог реда као ГМТ
  - б. Однос праве и криве другог реда
5. Планиметрија
  - а. Геометријска места тачака
  - б. Изометријске трансформације
6. Одређени интеграл
7. Математичко-дидактичке игре

Ради ефикасније реализације семинара пожељно је да већина учесника понесе свој лаптоп са инсталираном Геогобром верзија 5.

Миљана Петровић, Јасна Бошковић

### **Развој међупредметних компетенција кроз холистички приступ STE(A)M образовању**

Знања, вештине, ставови и способности ученика засновани су на општим међупредметним компетенцијама. Развијају се у оквиру свих предмета, са циљем да се решавају различити проблеми и задаци. Холистички приступ модерном STE(A)M образовању може се посматрати као глобална визија која полази од целине, како би обухватила све компоненте у контексту и њихову међусобну интеракцију. Да би се то постигло, потребно је концепт STEM-а, који се ослања на науку, технологију, инжењерство и математику, проширити STE(A)M приступом образовању. Увођењем уметности, шире су дефинисане функционалне и интердисциплинарне могућности и везе између четири „стуба” образовања. Акроним STE(A)M подразумева науку и технологију, интерпретирану кроз инжењерство и уметност, које су засноване на математичким принципима. У питању је широк спектар уметности: језичких, друштвених, физичких, ликовних, музичких и др.

Дизајн и примена STE(A)M образовних активности простира се на свим нивоима и окружењима формалног и неформалног образовања. Да би се повећала ефикасност краткорочних и дугорочних образовних процеса, потребно је да се разумеју, креирају, прилагоде и примене савремени образовни поступци и праксе.

Главни циљеви радионице:

- разумевање и коришћење STE(A)M приступа образовању,
- дизајнирање STE(A)M образовних активности,
- стварање дигиталних образовних садржаја,
- управљање ресурсима,
- изградња заједнице и интеракција и развијање вештина целоживотног учења.

Тања Јовичић, Оливера Ђурђевић, Јасмина Пајић

### **Државна матура кроз призму планова и програма наставе и учења**

Бавићемо се упоредном анализом планова наставе и учења и програма наставе математике за четири образовна профила: правно-пословни техничар, економски техничар, електротехничар рачунара и гимназија - општи тип.

Циљ је да се отворе следећа питања: Да ли недељни и годишњи фонд часова утичу на ученичка постигнућа? Да ли распоред садржаја по разредима утиче на ученичка постигнућа? И последично: Да ли су ученици стручних школа у лошијем положају у односу на ученике гимназија? Да ли су ученици појединих стручних школа у лошијем положају у односу на ученике других стручних школа?

Пример. У образовном профилу економски техничар, недељни фонд часова је 3, у сваком разреду. Цела четврта година посвећена је финансијској и привредној математици, испитивање функција ради се у трећој години. Гимназија - општи тип: недељни фонд часова, од првог до четвртог разреда - 4, 4, 5, 4. Испитивање функција се обрађује у четвртој години.

Тема ће бити реализована у четири целине.

**I Планови и програми наставе и учења.** Планови и програми биће разматрани са следећег становишта:

- недељни фонд часова
- годишњи фонд часова
- укупан број часова у току школовања
- наставне теме, са оријентационим бројем часова

- садржаји
- исходи
- распоред садржаја по разредима
- стандарди образовних постигнућа.

Поменућемо и остале факторе који утичу на успех ученика.

**II Образовно-васпитни рад.** У овом делу, разматраћемо планове и програме са становишта обавезних и осталих облика образовно-васпитног рада који су њима прописани. Фокус ће бити на проналажењу начина и могућности да се ученици (стручних школа) што боље припреме за матуру у постојећим условима.

**III Вршњачка едукација, употреба ИКТ-а, тестови.** Сматрамо да наведени облици и методе учења могу имати позитиван утицај на исходе образовно-васпитног процеса, а да су недовољно искоришћени у савременој педагошкој пракси.

**IV Место државне матуре у образовно-васпитном, друштвеном и породичном систему (са посебним нагласком на редукцију стреса код ученика, родитеља и наставника).** Да ли је државна матура још један степен у развоју младе особе или је треба схватити као вид притиска на ученике, родитеље и наставнике? Да ли образовно-васпитни процес у целини треба подредити државној матури? Шта треба сматрати успехом на матури? Наведеним и сличним питањима бавићемо се у оквиру последње целине. Циљ је помоћи ученицима, родитељима и наставницима да се на здрав начин суоче са још једним изазовом у нашем образовно-васпитном систему.

Будући да долазимо из наставе, реализацијом теме бавићемо се са позиције искуства, а не са позиције некога ко има одговоре на сва питања. Од слушалаца очекујемо да се активно укључе у дискусију - да изразе своје дилеме и недоумице, поделе искуства и дају предлоге за решења одређене групе проблема.

#### Микс тема 1

Др Зорана Лужанин

#### Подстицање креативног и критичког мишљења кроз наставу математике

Креативно размишљање је више од једноставног измишљања насумичних идеја, а критичко мишљење је више од аналитичког расуђивања. То су опипљиве компетенције, засноване на знању и пракси, које подржавају појединце у постизању бољих резултата, често у ограниченим и изазовним окружењима, док друштво све више зависи од иновација и стварања знања како би одговорило на нове изазове. Зато су креативност и критичко мишљење постале кључне компетенције неопходне за развој младих генерација у времену пуном изузетно брзих промена и великих изазова у личном и професионалном животу. Образовни систем има водећу улогу у развоју ових компетенција, а настава математике треба и мора да предњачи у доприносу развоја ових компетенција.

Примена критичког мишљења у настави математике обезбеђује да ученик елиминира нагађање или примену правила без процене његове релевантности. С друге стране, креативно мишљење омогућује ученицима да генеришу и примењују нове идеје у специфичним контекстима.

Кроз ову радионицу биће представљен већи број примера, односно активности, прилагођених настави математике, а које омогућују развој критичког и креативног мишљења. Примери су одабрани тако да су примењиви и у основној и у средњој школи.

*Vincent-Lancrin, S. et al. (2019), Fostering Students' Creativity and Critical Thinking: What it Means in School, Educational Research and Innovation, OECD Publishing, Paris*



	<p style="text-align: center;">Биљана Ивановић</p> <p style="text-align: center;"><b>Јачање вештине решавања проблема (problem solving) код ученика кроз наставу</b></p>
	<p>Изазов за образовање 21. века је да је ученик оспособљен да самостално и креативно решава животне проблеме. Да ли курикулум, који је фундамент традиционалне наставе, омогућава развијање поменуте вештине? Да ли настава математике и информатике може да утиче на развој вештине решавања проблема? На постављена питања одговоре би требало да пружи савремено образовање. Наставници су основни чиниоци наставног процеса, чија је мисија да припреме ученике за изазове 21. века. Развијање креативних, критичких, логичких и комуникационих вештина код ученика, омогућило би проналажење различитих решења за дефинисани проблем, која се анализирају и прате до најоптималнијег.</p>
	<p style="text-align: center;">Јованка Свркота</p> <p style="text-align: center;"><b>Како заинтересовати ученике за наставу математике?</b></p>
	<p>Интересовање ученика основне школе за наставу математике значајно опада у периоду од петог до осмог разреда. Како би основне математичке концепте, знања и вештине ученици усвојили са разумевањем, неопходно их је мотивисати да за време наставе учествују у раду.</p> <p>Peter Liljedahl у својој књизи „Building Thinking Classrooms in Mathematics“ сугерише да је ученичку мотивацију за време часа могуће подстаћи кроз решавање проблемских задатака у оквиру групног рада на таблама. У излагању ће бити представљени резултати имплементирања оваквог облика рада у школској 2022/23. години у Основној школи „Јован Поповић“ у Новом Саду. Групе од по три ученика се формирају насумично, а избор група се врши на почетку сваког часа. Уместо седећи за столом или клупом, свака група свој рад реализује пред по једном белом таблом. Ученици решавају задатке који се користе у редовној настави математике, али им наставник пре израде не објашњава начин на који да то учине, него они самостално долазе до открића.</p> <p>Осим што развијају позитивне ставове према математици, кроз овакав приступ реализацији наставе сви ученици добијају једнаку прилику да учествују у раду, комуницирају математичким језиком и писмом, дубље размишљају о математичким концептима и формирају стабилан основ за даљи развој математичких појмова.</p>
	<p style="text-align: center;">Јасмина Мицић</p> <p style="text-align: center;"><b>Ученик у центру процеса праћења остварености исхода учења и оцењивања својих постигнућа у настави математике</b></p>
	<p>Активан приступ у настави математике подразумева динамичну интеракцију ученика, наставника и наставних садржаја на персонализован, релевантан и за ученике занимљив начин, да би се остварио напредак у учењу. У току припрема за час, затим на часовима непосредне наставе, а посебно у хибридном моделу наставе, ученици остварују бројне активности, на много необичних начина.</p> <p>Ово је рад који има за циљ да прикаже, а затим и интерактивно, са наставницима учесницима, примени један модел праћења и евиденције активности ученика на усвајању планираних исхода учења, као и осталих активности у реализацији актуелне наставне теме. Ради се о предлогу тематских рубрика, које ученик испуњава током наставне теме и на њеном завршетку предлаже наставнику оцену, коју процени да заслужује за укупна ангажовања. Модел је проистекао из конкретне наставне праксе у настави математике у четири одељења Прве крагујевачке гимназије и ученику даје и слободу учешћа и одговорну улогу субјекта у процесу оцењивања. На овај начин се постиже боље ангажовање ученика,</p>

ревностије извршавање договорених самосталних активности, процес увежбавања задатака је континуиран, а ту је и прилика да низ формативних провера, дигитално евидентираних, буде релаксирано преточен у нову оцену, захваљујући саморегулисаном учењу, вршњачком подучавању, евидентном залагању и самооцењивању ученика, који су у овом случају сарадници свом наставнику математике. Као последица ових активности, и припрема ученика за писмене сумативне провере знања је боља. На овај начин је и дигитално ангажовање ученика значајније, унапређује се процес учења приступом усмереним на ученике и остварују се трајнија математичка знања.



Недеља, 15. 01. 2023.

### Друга група тема

Др Зоран Каделбург

#### Увођење реалних бројева у основној и средњој школи

Тема „Реални бројеви” појављује се у школским наставним програмима код нас три пута: у седмом разреду основне школе, а затим у првом и трећем разреду (већине) средњих школа. Ради се о теми коју је вероватно најтеже реализовати у читавом дванаестогодишњем периоду изучавања математике у школи. Разлог је у томе што је у ствари немогуће, у било ком од поменутих разреда, о увођењу реалних бројева говорити потпуно прецизно. Зато је свака реализација ове теме неизбежно компромис између жеље за строгошћу излагања и могућности ученика да прихвате то излагање или чак разумеју потребу за тако нечим.

У разним уџбеницима који се овом темом баве код нас и у другим образовним системима појављују се различити начини покушаја превазилажења поменутог проблема. Немамо намеру да арбитрирамо између тих варијанти (мада ћемо током излагања поменути неке грешке које се при томе често праве). Жеља нам је да уместо тога понудимо један могући начин обраде ових садржаја који би био, с једне стране, онолико строг колико процењујемо да ученици у одговарајућем разреду то могу да прихвате, а може се реализовати у предвиђеном времену, али истовремено не би „гурао под тепих” стварне проблеме који постоје у заснивању реалних бројева.

Поменути приступ биће описан у првом делу излагања. Но, да би се видело који су стварни кораци потребни да би се увођење реалних бројева строго реализовало (а следећи принцип да „наставник мора да зна (много) више од онога што ће испричати ученицима”) представићемо са нешто више детаља два могућа начина строгог увођења реалних бројева – приступе помоћу бесконачних децималних записа и помоћу тзв. Дедекиндових пресека.

Миљан Јеремић, др Милан Гоцић

#### Структуре података и њихова имплементација у класама и примена анализе података коришћењем графова у програмском језику Пајтон

Структуре података у програмским језицима свакако заузимају важно место једнако као и базе података, иако су оне ближе ученицима за разумевање и рад на рачунару.

Програмски језик Пајтон нуди начин за представљање процеса пројектовања структура података као што су једноструко или двоструко повезане ланчане листе, стек, ред, дек, бинарно стабло (дрво), граф.

На почетку биће речи о креирању класа за приказ података у ланчаним листама, затим креирање класа за рад са стеком, редом као и бинарним стаблом (дрветом). Посебно ће бити обрађена структура података звана граф, као и методе у класи које се користе при раду са графовима.

Иако је сада тренд обраде велике количине података који се чувају у разним скуповима података, искористићемо програмски језик Пајтон за приказ и анализу података, као и визуализацију тих података коришћењем графова.

За визуелни приказ графова користићемо веома корисну и популарну Јава скрипт библиотеку D3, као и приказ и цртање графова коришћењем GraphViz онлајн алата, и NetworkX у програмском језику Пајтон.

Аналитика података коришћењем графова, названа понекад и анализа мреже, је употреба приступа заснованог на графу за анализу података који су међусобно повезани. То је скуп алата који нам помаже да разумемо односе између ентитета и

9:00  
–  
13:00  
0

идентификујемо вредности или откријемо увид у саме податке. Алгоритми графова представљају један вид подскупа тих алата. Конкретно, алгоритми графова истражују путање и растојање између чворова, груписање чворова и помажу нам да одредимо важност чвора на графу. Најчешћи проблеми решавани различитим алгоритмима графова а које ћемо споменути током предавања су:

- обиласци графа по ширини и дубини,
- проналажење најкраћег пута у графу,
- бојење графа,
- детекција циклуса у графу,
- проналажење утицајних чворова графа.

Др Владимир Балтић

### **Израчунавање површина троуглова, четвороуглова и многоуглова у основној и средњој школи**

Тема садржи основни преглед метода за израчунавање површине троугла (што се повезује са значајним тачкама и линијама у троуглу; Херонов образац), као и разних типова четвороугла (квадрат, правоугаоник, паралелограм, ромб, трапез и делтоид), да би се на крају осврнули на израчунавање површина неких многоуглова. Након елементарних метода, даје се приказ коришћења Питагорине теореме (у ОШ), као и тригонометрије (у СШ) за израчунавање површина. Учесници се упознају и са појмом геометријског доказа, где се површине користе за добијање разних идентитета из других области математике. Тема је намењена редовној, као и додатној настави и у ОШ и СШ, а све је илустровано мноштвом репрезентативних задатака са такмичења и пријемних испита.

Милан Грујин, Божидар Р. Милановић

### **ИОП 3 у настави математике - чему то служи?**

Као што је потребна додатна подршка ученицима кроз ИОП-1 и ИОП-2 потребно је пружити подршку даровитим ученицима. Часови додатне наставе нису довољни за то. Кроз тему ћемо упознати наставнике како да препознају даровите ученике и који све типови даровитих ученика постоје.

Нови програми наставе и учења математике захтевају од ученика што већу активност током учења. Биће направљен кратак осврт на такве облике учења, посебно на пројектну наставу. И током рада са даровитим ученицима потребно је примењивати диференцирану наставу.

Полазницима ће се указати на основне принципе диференциране наставе. Даћемо неке предлоге како се на најбољи начин могу „искористити” ученици који раде по ИОП-3 током пројектне наставе. Полазницима ће бити приказани планови за ИОП-3, тестови које су радили ученици који наставу прате по ИОП-у 3.

Предвиђено је неколико радионица. У радионицама ће наставници сами правити планове за ИОП-3, правити тестове по плановима, размењивати међусобно своја искуства и евентуално проблеме на које су наилазили.

Момир Алвировић, Игор Томић, Владимир Лалошевић

### **Од папирног авиона до свемирског програма – употреба Тело дрона, роботике, 3Д принтинга и ракетног моделарства у настави информатике, математике и физике у средњим и основним школама**

Предавање је намењено професорима информатике и математике мада може бити корисно и наставницима физике у основним и средњим школама којима ће помоћи да у настави користе школски дрон Тело али и многе друге мале програмабилне летелице, роботе и моделе ракета као и могућност употребе 3Д принтера за напредну наставу програмирања. Кроз практичне примере употребе

дронска, робота и ракетних модела у разним областима привреде и науке, наставници ће се подсетити зашто је употреба ових алатки као наставног средства перспективна у едукацији ученика и широком спектру тема и предмета, и за која садашња занимања и занимања у будућности. Овим примерима ће бити демонстрирано да управљање дроном није вештина командовања путем радио контрола, већ да употребом занимљивих математичких модела и информатичких техника, тј. програмирањем, дрони лако и брзо остварују до јуче тешко оствариве задатке у гедезији, геологији и грађевини, енергетици, шумарству, пољопривреди и пуно шире. Приказаћемо како вештином програмирања можемо проширити задатак на више дрон јединица, тзв. јато и омогућити интерактивност и аутоматизацију процеса. Присуство технологија дрона и њихова бројност у свакодневном животу довешће нас ускоро и до аутоматизоване контроле ваздушног простора, која ће захтевати нове нивое програмирања и аутоматизације - тиме додатно повећати потребу за едукацијом у овој области и стварањем нових генерација програмера, али и информисаних свакодневних корисника.

Само предавање се састоји из уводног дела који обрађује садашње и будуће примене донова, технички и друштвени оквир њихове примене са занимљивим примерима. Затим следи део посвећен „блоковском“ програмирању и раду са ученицима употребом DroneBlocks и Scratch апликација док напреднији вид програмирања подразумева употребу Python програмског језика и овде ћемо обрадити како део намењен учењу основа тако и напредније делове намењене раду са ђацима у секцијама.

У наставку предавања ћемо показати примере коришћења 3Д принтера за израду наменских делова у процесима прављења делова за роботiku. Ови делови уз одговарајуће електронске елементе спајају се у функционалне роботе.

Завршни део обуке ће показати како кроз рад секције можемо да искористимо ракетно моделарство у едукацији ученика из области природних наука.

Др Војислав Андрић, Иванка Томић

### **У сусрет математичким такмичењима ученика средњих школа**

У периоду који је непосредно пред нама (друго полугодиште) значајан део наставне праксе посвећен је додатној настави математике и математичким такмичењима. Циљ овог саопштења је да укаже на неке стручно-методичке аспекте овог питања, при чему ће највећи део расположивог времена бити посвећен примени познатих тврђења и идеја у нестандартним ситуацијама. Посебна пажња ће бити усмерена на геометријске проблеме (јер је утисак да су они мање присутни у наставној пракси), али ће бити речи и о проблемима везаним за бројеве, алгебарске садржаје и логичко-комбинаторну проблематику.

Излагање ће бити илустровано одговарајућим примерима, од којих ће неки бити приказани и са два (или више) различитих решења. Из скупа проблема који ће бити приказани у излагању, дајемо неколико карактеристичних:

1. Странице  $AB$  и  $CD$  четвороугла  $ABCD$  су једнаке, међусобно нормалне и представљају пречнике двеју кружница које се додирују. Одреди површину четвороугла  $ABCD$ , ако је  $BC : AD = k$ , а полупречник кружница једнак  $r$ .
2. Дат је  $\sphericalangle xAy$  и тачка  $B$  на симетрали овог угла. Круг који садржи тачке  $A$  и  $B$  сече крак  $Ax$  у тачки  $C$ , а крак  $Ay$  у тачки  $D$ . Доказати да је збир  $AC + AD$  константан.
3. У троуглу  $ABC$  дужине странице су три узастопна природна броја. Ако је тежишна линија из темена  $A$  нормална на симетралу угла из  $B$ , одреди дужине страница троугла.

4. Одредити цео део броја  $\frac{10^{93}}{10^{31}+3}$
5. Цели бројеви  $x$  и  $y$  задовољавају једнакост  $2xu + 3x + 4y = 2023$ . Докажи да је бар један од бројева  $x$  и  $y$  негативан.
6. Могу ли се два потпуна куба природних бројева сместити између два узастопна потпуна квадрата природних бројева?
7. Нека су  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$  реални бројеви такви да је:  $a_1 a_2 > 0 > 0$ ,  $a_1 c_1 \geq b_1^2$  и  $a_2 c_2 \geq b_2^2$ . Докажи да важи неједнакост  $(a_1 + a_2)(c_1 + c_2) \geq (b_1 + b_2)^2$ .
8. Одредити  $x + y$ , ако је  $x^2 + y^2 = 7$  и  $x^3 + y^3 = 10$ .
9. Одредити решења једначина:
  - а)  $5^x + 2^x = 133$ ;
  - б)  $5^x - 2^x = 118$ .
10. Одреди решења једначине  $x^3 - 3x = 1$ .
11. Колико решења у скупу целих бројева има једначина  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{35}$ ?

Колико има природних бројева који имају бар две цифре и код којих је свака цифра мања од претходне?

Др Марина Свичевић, Немања Вучићевић

### Софтверски алати у функцији унапређења наставе математике и информатике

Током пандемије изазване корона вирусом, настава на даљину указала је на проблем недовољно развијеног нивоа дигиталних компетенција наставног особља у оквиру основних и средњих школа. Иако је пандемија завршена, схватили смо колико је важно користити дигиталне алате и у оквиру класичног облика наставе. Они омогућавају визуелизацију и јаснији приказ, а у условима онлајн наставе омогућавају и боље разумевање и извођење задатака. Визуелизација не представља само визуелну перцепцију, штавише визуелизација је процес креирања и формирања слика и ефикасног коришћења тих слика за откривање, разумевање и решавање проблема. Развојем технологије, рачунари, преносни (лаптоп) рачунари, интернет, таблет уређаји и мобилни телефони су значајно утицали на стил учења и радне навике ученика. У претходном периоду, технологија и примена рачунара су све више присутне у настави и учењу у школским условима. У оквиру овог излагања слушаоци ће имати прилику да се упознају и прођу детаљну обуку рада са најсавременијим софтверским алатима за израду и представљање наставног садржаја. Додатно, полазници семинара ће моћи да наставе да преносе стечено знање како ученицима, тако и својим колегама у оквиру својих локалних школа.

У оквиру обуке биће презентовани:

- алат за представљање наставног материјала и прављења **видео садржаја** – MS Power Point,
- онлајн платформа за израду **интерактивног наставног видео материјала** – EdPuzzle,
- онлајн платформа за **израду постера** – Canva,
- библиотека, односно проширење програмског језика Python које омогућава једноставније **извођење математичких операција и израза** - библиотека numpy,
- библиотека, односно проширење програмског језика Python које омогућава **визуелизацију података и математичких функција** - библиотека matplotlib.

Током представљања алата MS Power Point, акценат ће бити на изради видео садржаја, уз осврт на основно коришћење самог алата.

У току предавања биће детаљно представљен EdPuzzle, бесплатни дигитални алат намењен за израду интерактивних видео материјала. У постојеће видео материјале могуће је додати питања, коментаре, објашњена, чиме се допуњује видео материјал. Посебно је интересантно праћење усвојеног градива кроз процентуалну анализу тачности одговора на постављених питања.

Један од начина систематизације градива, јесте његово представљање у виду дигиталних постера. Canva је један од алата који то омогућавају, али у оквиру предавања биће наведене и додатне опције.

Numpy библиотека, односно проширење програмског језика Python, без потребе за икаквим детаљнијим предзнањем програмског језика Python, омогућава извођење математичких и логичких операција над низовима, операција над векторима и матрицама, као и решавање система линеарних једначина. Наставницима може служити као припрема наставног материјала, док је ученици могу користити као проверу својих решења добијених класичним методама.

Matplotlib библиотека пружа низ функција и метода за графичке приказе података у облику хистограма, графикона, дијаграма. Често се користи са библиотеком numpy, чиме омогућава бесплатну и комплетнију замену за Matlab.

Обука ће бити одржана у рачунарској сали и полазници ће моћи самостално да пробају сав представљени садржај. Сви алати ће бити представљени кроз одговарајуће практичне моделе намењене полазницима.

Драгољуб Ђорђевић, Милосав Миленковић

### Инверзне функције у средњошколској математици

У плановима и програмима математике у нашим средњим школама налазе се елементарне и њима инверзне функције. Одавде логично следи да се инверзне функције детаљно проучавају у средњим школама. Међутим, фактичко стање је да се у неким школама недовољно пажње посвећује инверзним функцијама, посебно инверзним тригонометријским функцијама. Не дефинишу се прецизно па је неминовно да и ученици често дају погрешне одговоре на питања: „Да ли функција  $y = \sin x$ ,  $x \in R$  има инверзну?“, „Колико је  $\arccos(\cos x)$ ?“ Један од разлога оваквог стања је мало времена које је у средњошколској настави предвиђено за обраду инверзних функција. На факултетима се пак претпоставља да су елементарне функције и њима инверзне научене у потпуности у средњој школи.

Циљ овог излагања је да се наставници упуте како би се попунила поменута, честа празнина у средњошколском математичком образовању, што је даље од значаја за све оне ученике који ће ићи на студије математике, физике, технике ... У овом излагању акценат је на примени рачунара при дефинисању инверзних функција, посебно инверзних тригонометријских функција, решавању задатака везаних за инверзне функције, визуелизацији и анимацији које су од великог значаја за модерне и ефикасне методе извођења наставе и подизања нивоа математичког образовања.

Осврнућемо се и на задатке који се често дају на такмичењима и пријемним испитима за упис математичког и техничких факултета, као што су следећи.

1. Дата је функција  $f(x) = \frac{e^{\cos x} - 1}{2 + e^{\cos x}}$ . Наћи инверзну функцију  $f^{-1}(x)$  и одредити област дефинисаности функције  $f^{-1}(x)$ .

2. Доказати да је:  $4\arctg \frac{1}{5} - \arctg \frac{1}{239} = \frac{\pi}{4}$ .

3. Функција  $f: R \rightarrow R$  задата је са  $f(x) = |x + 1| + |2x + 4| + 4x$ . Вредност израза  $f^{-1}(-7) + f^{-1}(-2) + f^{-1}(5)$  је:

- А)  $-4$       Б)  $-3$       В)  $0$       Г)  $4$       Д)  $14$       Н) Не знам.

4. Инверзна функција функције:  $f: [3, +\infty) \rightarrow [3, +\infty)$  дате са  $f(x) = 3\sqrt{x-3} + 3$  јесте функција  $g: [3, +\infty) \rightarrow [3, +\infty)$  за коју важи:

- А)  $g(x) = \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 4$       Б)  $g(x) = \frac{1}{9}x^2 + \frac{2}{3}x + 4$       В)  $g(x) = \frac{1}{9}x^2 + \frac{2}{3}x - 2$   
Г)  $g(x) = \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 2$       Д)  $g(x) = 9\left(x^2 - 6x + \frac{28}{3}\right)$       Н) Не знам.

5. Скуп свих реалних решења неједначине  $\frac{\arccos(x^2-3x+1)}{8x^2-10x+3} > 0$  је облика (за неке реалне бројеве  $a, b, c, d, e, f$  такве да је  $-\infty < a < b < c < d < e < f < +\infty$ ):

- А)  $(a, b) \cup [c, d) \cup (d, e]$       Б)  $(a, b]$       В)  $(a, b)$   
Г)  $(a, b) \cup [c, d)$       Д)  $(a, b) \cup (c, d] \cup [e, f)$       Н) Не знам.

6. Ако је  $f: (-3, \infty) \rightarrow R$  дефинисана са  $f(x) = x + \log_2(3+x) + 4^x$ , онда је  $f^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) + f^{-1}(7)$  једнако:

- А)  $0$       Б)  $2$       В)  $\frac{7}{4}$       Г)  $\frac{29}{4}$       Д)  $f^{-1}$  не постоји.      Н) Не знам.

## МИКС ТЕМА 2

Др Александар Миленковић

### Карактеристике задатака заступљених на такмичењима посвећеним популаризацији математике

Задаци који се обично постављају на такмичењима која су посвећена популаризацији математике и задаци који се постављају на традиционалним такмичењима из математике су слични, али нису идентични. Са друге стране, ови задаци се разликују од задатака који се редовно разматрају и решавају у редовној настави математике. Као задатак популарних такмичења из математике, осим продубљивања знања из математике, истичу се јачање позитивних ставова ученика према математици, креирање елемената изненађења и стварање когнитивних изазова за ученике. За разлику од карактеристичних задатака који се налазе у математичким уџбеницима и збиркама задатака, задаци заступљени на такмичењима која имају за циљ популаризацију математике, осим пружања могућности ученицима да провере степен усвојености одређених наставних садржаја вишег нивоа постигнућа, имају и мотивациони карактер. Дobar задатак на популарном математичком такмичењу треба да заинтересује ученике и да изазове интелектуални напор ученика јер управо решење задатка представља награду за тај интелектуални изазов. Математички задатак на таквом такмичењу има следећу карактеристику: када једном видите проблем, осећате да морате да га решите.

У склопу овог излагања, на конкретним примерима, који се односе на исте наставне садржаје, биће илустрована по три задатка тако да: један од њих одговара редовној настави; један одговара традиционалном националном такмичењу из математике; а један одговара популарном математичком такмичењу „Кенгур без граница” (такмичењу које окупља преко шест милиона ученика годишње на светском нивоу и које је пре пандемије изазване корона вирусом окупљало преко тридесет хиљада ученика годишње, у Србији). Такође, биће изложени конкретни савети и одређена упутства за наставнике за креирање интересантних (а истовремено не превише тешких) задатака, са одговарајућим понуђеним



	<p>одговорима који су нетачни (дистракторима), који одговарају концепту такмичења „Кенгур без граница”. У склопу планирања активности за овогодишње такмичење „Кенгур без граница”, јавила се идеја да наставници, у току ове школске године добију прилику да активније учествују у такмичењу тако што би могли да осмисле и пошаљу квалитетне предлоге задатака за финално такмичење „Кенгур без граница” 2023. Такође, уз усвојена знања и вештине, наставници ће моћи на квалитетнији начин да пруже додатну помоћ и подршку ученицима којима предају, а који желе да се такмиче са својим вршњацима на овом популарном, математичком такмичењу.</p>
	<p style="text-align: center;">Ненад Кузмановић <b>Математички појмови у бајкама, легендама и баснама</b></p>
	<p>Шта се све крије у бајкама, легендама и баснама да смо толико њима опчињени? Проучаваће се неке познате приче, бајке и легенде, као што су Црвенкапа, краљ Артур, Перзеј, Парис из Илијаде, и покушати разјаснити њихова скривена значења путем појмова који се и у математици користе, односно указује се на математичке појмове који се у њима могу пронаћи, као што су непознанице, релације, графикони.</p>
	<p style="text-align: center;">Босиљка Јовановић <b>Занимљиви задаци који повезују математику са осталим животним ситуацијама</b></p>
	<p>Животне ситуације које можемо решити математичким методама, тачније применом комбинаторике (комбинација). Занимљиви задаци који могу бити решени на више начина, прилагођени различитим узрастима ученика.</p> <p>Пример1. Како организовати седење званица (различитих националности и броја) за столом, али под условом да поред себе немате сународника.</p> <p>Пример2. Три представника три спортске екипе су позвана на церемонијалну вечеру. Како их разместити, али тако да два играча истог тима не седе један поред другог. На колико начина то може бити организовано?</p>
	<p style="text-align: center;">Душица Марковић <b>Како метафоре и алегорије топе најтврђи челик математике</b></p>
	<p>Подучавање и интерактивност ученика на часу у многоме су условљени начином обраде наставних садржаја. Апстрактни садржаји који приводе суштини математике, језик симбола и геометријских форми потребују једноставна и сликовита појашњења. Искуства наставника говоре о снажном отпору код многих ученика, да промишљање, закључивање и стваралаштво укорене у своје свакодневне активности. Њихово интересовање и знатижељу могуће је поспешити одговарајућим одабиром алегоријских слика и кроз низ метафоричких, преносних значења повезати их са наставном јединицом. Веома сликовито у делу Метафоре и алегорије Михаило Петровић, објашњава структуру апстраховања као битан корак когнитивног процеса: „Метафоре и алегорије имају много дубљи смисао и дубљи корен у људској свести: оне одговарају једној инстинктивној и неодољивој потреби духа, која се испољава у свима фазама развића свести”. Методологија часа која се базира на аналогијама појмова математике, уметничких и научних дисциплина или других области блиских ученику, умногоме подстиче њихову пажњу и интересовање. Питагорејске песме: Теорема стварања, Линије светлости и лепоте, Тежња мисли, И би број, Симетрија1 својим садржајем и лепотом скривеног и вишеслојног значења уводе у садржај излагања.</p> <p>Сам методолошки приступ биће појашњен на примеру часа: <i>Од десетерца до декадног система и површине фигуре у равни</i>. Има за циљ да упути наставника да</p>



кроз свој истраживачки рад пронађе садржаје које типски везује иста тема. Кроз дескрипцију познатог интуитивно постаје јасније.

*Модалитет часа:* Подизање темеља у раду, као и у животу, постиже се ваљаним одабиром задатака кроз које се равномерно повезује когнитивни, емотивни и практични део наставе. Пример виле која разграђује, упућује на критички приступ и непрестани дијалог и промишљање. Зар вила не представља низ питања и потешкоћа на које ученици наилазе током решавања задатка? Предавање је обликовано по интерактивном моделу. Подразумева критички осврт колега на изложене садржаје у првом делу и предлог метафоричких и алегоријских слика за конкретне наставне јединице у другом делу. Свако од наставника добија *писмо* и задатак. Задатак је крајње креативан – Објаснити математички садржај писма кроз метафору или алегоријску причу.

### Трећа група тема

Др Радослав Божић, др Ђурђица Такачи

#### Примена образовног софтвера у проверама знања

Пракса је, као и бројна истраживања, показала да примена образовног софтвера Геогebra доприноси унапређивању квалитета наставе математике. Нарочито је изражен значај примене вишеструких репрезентација у динамичком окружењу, што је омогућило да се истовремено посматрају различити прикази истог објекта, као и да се анализира утицај одређених параметара на особине посматраног објекта. Овај софтвер је, такође, на различите начине, коришћен и у сврху проверавања знања, односно остварености исхода учења. Током протеклих неколико година, развој образовног софтвера Геогebra је био усмерен, између осталог, ка прилагођавању софтвера за тестирање ученика.

Учесници радионице ће бити у прилици да испробају рад у окружењу за тестирање, које подразумева привремену онемогућеност других активности на уређају на коме ученик ради. Такође, биће представљена могућност креирања лекција на онлајн платформи софтвера Геогebra, учључујући и могућност дељења креираних садржаја са ученицима и другим наставницима путем „Геогebra учионице“, као и могућност повезивања дељених садржаја са Гугл учионицом. Учесници радионице ће имати прилику да самостално креирају задатке намењене различитим врстама провере знања, као и да дискутују о креираним задацима. Биће приказане и друге иновације образовног софтвера Геогebra, а учесницима, који раније нису користили овај софтвер, биће (у првом делу радионице) омогућено да се, кроз основну обуку, упознају са радом у Геогebra окружењу.

Вељко Ђировић, Анђелка Симић

#### Како да настава математике подстиче функционална знања?

Одговорити на изазове и реформе које су обухватиле наставу математике у основној и средњој школи кроз стављање нагласка на исходе, из угла наставника математике, није ни најмање једноставно.

Циљ овог излагања је да се у интеракцији предавача и посетилаца развије систем подршке, потраже начини за подстицање самоусмереног учења код ученика, као и одговори на нека од важних питања: како се припремати за такве часове, које материјале користити, како конципирати провере, како изабрати задатке, како узети у обзир стандарде, претходна знања ученика и друго. Осим наведеног биће речи о идејама да се „помире“ традиционални приступ настави и потреба да се ученици образују у савременом свету и за време у коме ће живети.

Током излагања биће наведен приказ једног нашег избора задатака који подстичу усвајање функционалних знања, а биће и речи о функционалностима писмених провера. Кроз радионице ће се покушати са долажењем до нових задатака, уз поштовање форми и стандарда.

Јелена Марковић

#### Принцип математичке индукције

Искуство коригује људско понашање и људи настоје да уче из искуства. Научници су ти који покушавају да из искуства извуку најтачнија веровања. Њихов начин да се изборе са искуством зове се индукција. Индукција започиње опажањем. Уочава се неки шаблон. Међутим, способности људи

14:00 – 18:00

су веома ограничене када је у питању провера одређених тврђења. Ако се постави нека хипотеза, нпр. о простим бројевима, људи је могу испитати на мањем броју примера, рачунари на нешто већим, али то није довољно да закључимо да је она тачна. Да бисмо могли да кажемо да је неко тврђење тачно, морамо да га докажемо уз помоћ неке технике математичког доказивања. Једна од тих техника је математичка индукција о којој ће бити реч на овом предавању.

Математичка индукција се веома лепо може описати следећим примером из нашег свакодневног живота. Замислимо бесконачан низ домина. Покретањем прве домине, под условом да свака домина која пада руши следећу домину у низу, све домине ће бити срушене. Домина која покреће наш низ је база индукције, а способност домине која пада да обори следећу у низу је индуктивни корак. Када смо сигурни да ће „све домине пасти” наша хипотеза је доказана.

На овом предавању биће представљене различите варијанте принципа математичке индукције као што су јаки принцип, дводимензионална индукција ..., као и различити задаци са редовне наставе и такмичења који се могу решити овим принципом. Биће изложени и докази неких тврђења са класичне и додатне наставе у средњошколском образовању.

Милена Марић

#### **Финансијска писменост у настави математике у гимназијама**

Финансијска писменост је скуп знања и вештина потребних за ефикасно управљање финансијским ресурсима. Истраживања показују да ће млади у будућности све раније управљати својим финансијским ресурсима, као и да постоји веза између финансијске писмености и припадања одређеној социо економској групи: они који имају повољније услове за живот, образованије родитеље, више подршке при образовању, имају и виши ниво финансијске писмености. Имајући ово у виду, потребно је пружити исту могућност стицања знања свим ученицима из ове области. Чињеница да постоји скуп задатака из финансијске писмености у оквиру ПИСА тестирања додатно говори о великом значају ове компетенције и указује на то да је потребно развијати је код наших ученика.

У оквиру овог предавања биће идентификовани делови плана наставе и учења математике у гимназијама у оквиру којих је могуће, кроз одговарајуће задатке, развити и унапредити финансијску писменост код ученика.

Др Војислав Андрић, Иванка Томић

#### **У сусрет математичким такмичењима ученика основних школа**

У периоду који је непосредно пред нама (друго полугодиште) значајан део наставне праксе посвећен је додатној настави математике и математичким такмичењима. Циљ овог саопштења је да укаже на неке стручно-методичке аспекте овог питања, при чему ће највећи део расположивог времена бити посвећен примени познатих тврђења и идеја у нестандартним ситуацијама. Посебна пажња ће бити усмерена на геометријске проблеме (јер је утисак да су они мање присутни у наставној пракси), али ће бити речи и о проблемима везаним за бројеве, алгебарске садржаје и логичко-комбинаторну проблематику.

Излагање ће бити илустровано одговарајућим примерима, од којих ће неки бити приказани и са два (или више) различитих решења. Из скупа

проблема који ће бити приказани у излагању, дајемо неколико карактеристичних:

1. У конвексном четвороуглу  $ABCD$ ,  $\sphericalangle BAC = 3x$ ,  $\sphericalangle BCA = x$ ,  $\sphericalangle ACD = 3x$  и  $\sphericalangle CAD = 5x$ , при чему је  $BC = CD$ . Одреди углове четвороугла  $ABCD$ . (VI, VII, VIII)
2. Дат је квадрат  $ABCD$ . У троугао  $ABC$  уписан је квадрат  $MBNP$  чије је једно теме тачка  $B$ , а наспрамно теме  $P$  је на дијагонали  $AC$ . У троугао  $ACD$  уписан је квадрат  $XYZT$  чија су темена  $X$  и  $Y$  на дијагонали  $AC$ . Одреди однос површина квадрата  $MBNP$  и  $XYZT$ . (VII, VIII)
3. Површина трапеза једнака је производу дужине крака и његовог одстојања од другог крака трапеза. Докажи. (VII, VIII)
4. У троуглу  $ABC$  дужине страница су три узастопна природна броја. Ако је тежишна линија из темена  $A$  нормална на симетралу угла из  $B$ , да ли је тај троугао оштроугли, правоугли или тупоугли? (VIII)
5. У траpezу  $ABCD$  основице су  $AB = 1$  и  $CD = b$ . Кружница, која садржи темена  $A$ ,  $B$  и  $C$ , додирује крак  $AD$ . Израчунај дужину дијагонале  $AC$ . (VIII)
6. Висина која одговара хипотенузи правоуглог троугла дели троугао на два троугла чије су површине 16 и 64. Израчунај полупречник круга уписаног у дати троугао. (VII, VIII)
7. Колико различитих равни одређују темена коцке? (VIII)
8. Одреди најмањи природан број који има 2023 делиоца. (VII, VIII)
9. Може ли се из скупа  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  изоставити један број тако да се:
  - а) преостали бројеви могу поделити на 3 дисјунктна подскупа тако да је збир бројева у сваком подскупу једнак;
  - б) преостали бројеви могу поделити у 2 дисјунктна подскупа тако да је производ бројева у сваком од подскупова једнак? (V, VI, VII, VIII)
10. Колико решења у скупу природних бројева имају једначине:
  - а)  $x^2 - y^2 = 2023$ ;
  - б)  $x^2 - y^2 = 2^{2013}$ ? (VII, VIII)
11. Колико има природних бројева мањих од милион чији је производ цифара мањи од 2? (VII, VIII)
12. У правоугаонику дужине 36 и ширине 24 на случајан начин су распоређене 72 тачке. Докажи да међу распоређеним тачкама, постоје две тачке чије растојање није веће од 5. (VII, VIII)

Јасна Бошковић, Милијана Петровић  
**HTML, CSS & JavaScript Challenge 2**

Образовање игра кључну улогу у припреми будућих генерација, како за коришћење, тако и за стварање нових окружења која користе принципе вештачке интелигенције (енгл. Artificial Intelligence - AI). То значи и да је потребно преиспитивање садржаја и метода рада које се користе за извођење наставе на свим нивоима образовања.

„AI компетенције” се издвајају као надоградња основних ИКТ компетенција, у оквиру вештина 21. века. Ученике је потребно континуирано усмеравати ка коришћењу најновијих достигнућа у области рачунарских техника, метода и технологија у циљу идентификације и решавања проблема. Различити наставни предмети имају специфичне

задатке, који се у сврху подизања ових компетенција могу искористити, најчешће кроз активности у оквиру пројекте наставе.

Почетак овог излагања пружиће вам основне оквире HTML и CSS језика који се користе при постављању и стилизацији различитих математичких облика на интернет страницама, као и распоред оквира у простору странице за добијање сложених 2D фигура.

У следећем делу ћемо размотрити употребу JavaScript-а за цртање математичких 3D фигура на HTML платну и поставити изазов за креирање различитих слика и фигура робота.

За крај, направићемо сајт с геометријским изазовима, коришћењем математичких метода и програмских структура и размотрити могућности за креирање и интегрисање оваквих пројеката у наставни план.

Др Владимир Балтић

### **Међународно такмичење „Кенгур без граница” у основној и средњој школи**

Прво ћемо дати основна својства такмичења на заокруживање, као и пријемних испита за упис на факултете. Затим ћемо извршити анализу такмичења Кенгура. Осврнућемо се и на литературу везану за ово такмичења. Главни део теме је презентовање мноштва илустративних задатака са такмичења „Кенгур без граница“, која могу служити наставницима не само да употпуне наставну тему коју обрађују, него и да заинтересују ученике за математику. Тема је намењена редовној, као и додатној настави и у ОШ и СШ, а све је илустровано мноштвом репрезентативних задатака са такмичења претходних година.

### **МИКС ТЕМА 3**

Ненад Кузмановић

### **Математички пројекти**

Ово предавање представља анализу и рекапитулацију искуства у иницирању и реализацији различитих пројеката популаризације математике (националних и интернационалних) које је стечено током радног века као професора математике у италијанској средњој школи у Пули. У овом предавању биће изложено како су ти пројекти организовани, који су били успешни, а који нису. Неки од тих пројеката били су:

- Популаризација математике на радио Пули у емисији Зебра,
- ТВ квиз школски сат,
- Математика на ДВД-у,
- ТВ емисија Вијуга плус,
- Учествовање у пројекту Problem solving,
- Учествовање у пројекту Геометријски експерименти,
- Екипно такмичење рачунарски праћено у реалном времену,
- Математика за децу ( у склопу тршћанског Фестивала знаности ),
- Дан математике (за ОШ и за СШ),
- Припрема за такмичење (математичка лига),
- Реализација првог екипног такмичења у Хрватској,
- Фестивал математике,
- Пратеће манифестације: Математика +,

Велика смотра математичког знања.

	<p>Бојана Матић</p> <p><b>Неке карактеристичне теореме у геометрији</b></p>
	<p>Менелајева, Чевина и Птоломејева теорема су теореме које имају широку примену у геометрији. На предавању ће бити доказане теореме, као и примери њихове примене.</p> <p><b>Менелајева теорема.</b> Нека су <math>P, Q, R</math> тачке правих одређених страницама <math>BC, CA, AB</math> троугла <math>ABC</math>. Тада важи еквиваленција: тачке <math>P, Q, R</math> су колинеарне акко је <math>\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = -1</math>.</p> <p><b>Чевина теорема.</b> Нека су <math>P, Q, R</math> тачке правих одређених страницама <math>BC, CA, AB</math> троугла <math>ABC</math>. Тада важи еквиваленција: праве <math>AP, BQ, CR</math> припадају једном прамену акко је <math>\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1</math>.</p> <p><b>Птоломејева теорема.</b> Нека је <math>ABCD</math> тетиван четвороугао. Тада је производ његових дијагонала једнак збиру производа његових наспрамних страница, тј. <math>AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD</math>.</p> <p><b>Пример.</b> Ако је <math>a</math> страница и <math>d</math> дијагонала правилног петоугла, доказати да је <math>d^2 - ad - a^2 = 0</math>.</p>
	<p>Жарко Ђурић</p> <p><b>Архимедова метода ексаустије (исцрпљивања)</b></p>
	<p>Архимедова метода ексаустије (исцрпљивања) састоји се у уочавању низа уписаних и низа описаних многоуглова за посматране фигуре и закључивањем да је гранична вредност низова бројева који представљају површине уочених многоуглова једнака површини посматране фигуре. Ова идеја која је настала у 3. веку пре нове ере актуелна је и данас. Биће приказано како се она може користити на примеру круга и елипсе.</p>
	<p>Весна Бабовић</p> <p><b>Математичке формуле – коришћење или меморизација</b></p>
	<p>Предавање ће садржати примере коришћења формула из области:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• комбинаторика (без формула),</li> <li>• геометрија (визуелно представљање формула),</li> <li>• тригонометрија (неопходност формула).</li> </ul> <p>Крај излагања садржи представљање формула и табела одобрених за употребу на државним испитима неколико земаља из окружења и света.</p>
	<p><b>Микс тема 4</b></p>
	<p>Марија Тасић</p> <p><b>Систем за управљање учењем <i>Canvas</i> као подршка електронском и онлајн учењу</b></p>
	<p>Услед великих друштвених промена, као и повећане потребе за сталним усавршавањем, иновативне методе учења постале су веома важан сегмент образовања. Онлајн учење представља саставни део наставе на скоро свим универзитетима у свету. Истраживања показују да примена дигиталних технологија и различитих облика учења у онлајн окружењу може значајно допринети ефикаснијем усвајању нових знања. Последица тога је стално унапређивање платформи за електронско и онлајн учење што је уско повезано са иновирањем наставе.</p> <p>Пандемија изазвана вирусом корона довела је до популаризације електронских курсева и учестале употребе информационо-комуникационих технологија у наставном процесу. Једна од познатих дигиталних платформи</p>

	<p>за креирање електронских курсева је систем за управљање учењем <i>Canvas</i>. Реч је о платформи отвореног кода уз коју долази и велики број туторијала, што знатно олакшава рад на истој. Осим тога, софтвер је интуитиван и веома лак за употребу. Током излагања, биће представљене основне функционалности система <i>Canvas</i>. Учесници ће бити упознати са опцијама за креирање електронског курса, тако да ће бити у могућности да и сами креирају исти.</p>
	<p style="text-align: center;">Соња Поповић</p> <p style="text-align: center;"><b>„Информатика у облаку” (Дигитална писменост. Представљање пројекта ЕДУМ – Едукативни ум)</b></p>
	<p>У оквиру предавања биће приказани резултати пројекта ЕДУМ („Едукативни ум”) реализованог у оквиру Иницијативе за нову медијску и дигиталну писменост (Нова писменост).</p> <p>У априлу 2021. отворен је конкурс под називом #ДигиталнаЕкспедиција –Изазов 2021, са циљем повећања нивоа дигиталне писмености ученика основних и средњих школа у Републици Србији. Изазов је расписан у партнерству са Иницијативом „Дигитална Србија”, Заводом за унапређивање образовања и васпитања, Заводом за вредновање квалитета образовања и васпитања, као и са Америчком агенцијом за међународни развој УСАИД. Програм Нова писменост ради с грађанима, медијима, компанијама, образовним системом, инфлуенсерима и државном управом како би се најбоље праксе медијске, информационе и дигиталне писмености нашле међу темељима савременог српског друштва. Циљ конкурса је био креирање дигиталног отвореног образовног ресурса, који би могао да се користи у настави.</p> <p>Од 171 пројекта (из 106 школа) колико је било пријављено, Медицинска школа „Сестре Нинковић“ из Крагујевца нашла се у 10 најбољих, односно у 5 најбољих идејних пројеката у категорији средњих школа. Пројекат под називом ЕДУМ („Едукативни ум”) реализовао је тим – пет ученица другог (сада трећег) разреда уз подршку професорке рачунарства и информатике Соње Поповић. Реализација/евалуација пројекта и сада траје.</p> <p>Веб сајт је објединио садржаје у облику кратких, дигиталних и принтабилних форми (постери, флајери, чек листе, квизови ...) потребних за стицање знања и интерактивно савладавање дигиталне писмености. Представљене су основе информатичке писмености (дигитални правопис), Информациона писменост: Дигитални отисак, Заштита на мрежи, Дигитално насиље; Критичко размишљање: Провера поузданости информација; и наш Урбани речник. Линк сајта пројекта је <a href="https://sites.google.com/view/edukativnium">ЕДУМ(https://sites.google.com/view/edukativnium)</a>.</p> <p>Излагање ће укључити представљање пројекта са убацивањем интерактивних игара, квиза, истраживачког задатка. Такође, укратко ће бити представљена и платформа <i>Google Sites</i>, која може имати различите намене у настави. Тема није уско везана за информатику, тако да се може рећи да је интересантна и широј публици.</p>
	<p style="text-align: center;">Небојша Ратковић</p> <p style="text-align: center;"><b>Како се Википедија може користити на часовима математике и информатике?</b></p>



Главна промена у савременој концепцији и пракси образовања и васпитања јесте померање тежишта с наставних садржаја на исходе, односно с наставних садржаја на процес учења и његове резултате. Школско учење треба да буде осмишљено тако да ученик заузима активну улогу у процесу стицања знања и развоја вештина. Основни циљ наставе јесте да подстакне развој ученика, који ће стечена знања умети да примени у практичном, свакодневном животу. Викимедија Србије од почетка свог рада 2005. године ради на остваривању ових циљева и на промовисању употребе Вики пројеката на исправан начин кроз пројекту наставу.

**Образовни програм** Викимедије Србије намењен је свим образовно-научним институцијама у земљи (школе, факултети, институти) и има за циљ ширење слободног и свима доступног знања, као и подизање свести о његовом значају. Основна визија је да се Википедија и њој сродни Вики пројекти популаризују и обогате новим садржајем, у академском окружењу. Образовни програм сачињен је од низа пројеката, који су прилагођени различитим циљним групама. Бројни су подаци који показују успех на овом пољу, међу којима су и лекција о Википедији у уџбенику из Информатике за други разред гимназије у издању Клета, четири акредитације семинара за стручно усавршавање наставника који су регистровани у Каталогу Завода за унапређење образовања и васпитања, навођење Википедије у новом Оквиру дигиталних компетенција наставника као примера за коришћење дигиталних технологија током процеса заједничког идентификовања потреба и решавања проблема локалне и шире друштвене заједнице.

Уколико бисмо пројектну наставу дефинисали као посебан вид рада с децом који подразумева образовање искуством кроз увођење истраживачке методе у наставу, видели бисмо да се задаци засновани на Вики пројектима уклапају у поменути концепт стицања знања кроз сопствена искуства у социјалном контексту, а на основу личних афинитета ученика. Како би оснажила, између осталих, наставнике математике и информатике да користе Вики пројекте у настави, Викимедија Србије годишње расписује конкурс за финансирање пројеката који подразумевају организовање предавања и радионица о уређивању Википедије у оквиру одређених предмета у средњим, вишим школама и факултетима и осмишљавање нових модела сарадње са образовним институцијама формалног или неформалног образовања. Циљ је да на овај начин подржимо наставнике који имају идеје и услове за реализацију пројеката, а немају финансијских средстава да их спроведу у дело. Кроз ово предавање радионичарског типа ћемо указати учесницима који су услови за конкурисање на пројекатима, које су све могућности и начини за реализацију пројеката и како се попуњава конкурсна документација. Желимо да као резултат радионице буде осмишљено неколико идеја с којима ће учесници моћи да аплицирају на конкурс Викимедије Србије који ће бити расписан у јулу 2023. године.

Небојша Ратковић

**Примена виртуелне реалности у настави у сврху јачања меких вештина ученика**

У овом раду биће представљена могућност примене виртуелне реалности у основном и средњошколском образовању. Данас помоћу виртуелне реалности можемо да унапређујемо вештине и способности на

иновативнији и креативнији начин, директно постављајући ученике у симулиране ситуације које нам представљају проблем. На овај начин учесници доживљавају ново искуство, али такође могу покренути читав низ процеса у мозгу кроз присећање старих доживљаја и осећаја. Виртуелна реалност (VR) је технологија путем које се ствара интерактиван, тродимензионалан, компјутерски генерисан простор са сценама и објектима који се корисницима чине стварним чиме се постиже реалистичност у погледу изазваних емоција које исти простор ствара. Ова технологија сваким даном шири поље примене, па се осим у гејминг индустрији, користи у архитектури, војсци, спорту, медицини, али и у образовању и у многим другим областима. Ова презентација има за циљ да прикаже потенцијал примене виртуелне реалности у настави превасходно у смислу коришћења ове технологије за јачање меких вештина ученика које ће их припремити да буду конкурентнији на тржишту рада. Презентација ће представити начине на које ученици могу коришћењем виртуелне реалности да унапреде меке вештине: јавни наступ, презентационе вештине, разговор за посао, ефикасна комуникација итд. Традиционалне методе само у одређеној мери помажу ученицима, због чега се у пракси не осећају добро припремљеним за будућу каријеру, док се коришћењем виртуелне реалности постиже до четири пута брже усвајање знања. Коришћење виртуелне реалности укључује холистички процес искуственог учења који је оријентисан на праксу. Сви сценарији у којима се учесници налазе представљају реалне ситуације, због чега је учење брже и ефикасније, при чему се одвија у сигурном окружењу.