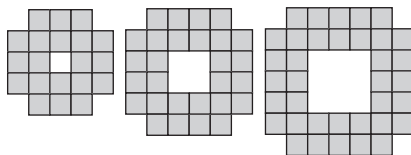


# Математичко такмичење „Кенгур без граница” финале 2022.

## 11 – 12. разред

### Задачи који вреде 3 поена

1. На слици испод су приказане прве три фигуре из низа фигура које су састављене од малих сивих квадрата. Колико малих сивих квадрата има десета фигура у датом низу?



- А) 92      Б) 96      В) 144      Г) 196      Д) 200

2. На колико начина се слова могу заменити цифрама (различита слова различитим цифрама, иста слова истим цифрама) тако да је

$$\frac{R \cdot A \cdot Z}{L \cdot O \cdot M \cdot A \cdot K} = 1?$$

- А) 288      Б) 244      В) 66      Г) 100      Д) 111

3. Ако су ♣, ♠ и ◇ природни бројеви такви да је ♣ = 18 + ♠ и ♠ = 10 – ◇, онда је сигурно:

- А) ♣ < ♠      Б) ♣ < ◇      В) ♠ < ♣      Г) ♠ < ◇      Д) ◇ < ♠

4. Када су питали Радета колико килограма има његов мачак, рекао је: „Ако 1 килограм увећате за још петину масе мачка, добићете тачну масу мачка”. Колико килограма има Радетов мачак?

- А) 1,3      Б) 1,4      В) 1,5      Г) 1,2      Д) 1,25

5. Дужине две наспрамне странице правоугаоника повећане су за по 20%, а дужине друге две наспрамне странице су повећане за по 30%. За колико процената је повећана површина почетног правоугаоника?

- А) 60%      Б) 100%      В) 56%      Г) 66%      Д) 156%

6. Просечна оцена 25 ученика у одељењу је 4,2. Просечна оцена дечака је 4, а девојчица 4,5. Колико има дечака у одељењу?

- А) 20      Б) 14      В) 10      Г) 16      Д) 15

7. Дискови су сложени као на слици десно. На колико начина се ови дискови могу сложити на једну, нову гомилу, један на други, ако се дискови могу слагати само један по један и могу се узимати само одозго на доле са гомиле на којој се налазе?



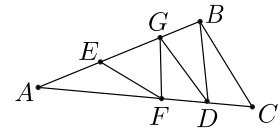
- А) 20      Б) 40  
В) 60      Г) 80  
Д) 100

8. Природни бројеви од 1 до 99 записани су у растућем поретку без размака, а затим је добијени низ цифара подељен у „тројке“: (123)(456)(789)(101)(112) . . . (596)(979)(899). Након тога, прецртане су све „тројке“ које садрже цифру 4. Колико „тројки“ је остало непрецртано?

- А) 43    Б) 46    В) 47    Г) 48    Д) 51

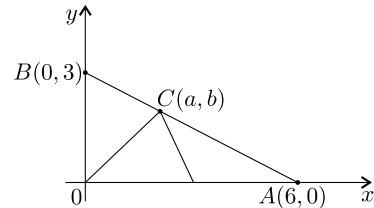
9. Троугао  $ABC$  подељен је на пет троуглова,  $AFE$ ,  $EFG$ ,  $FDG$ ,  $DBG$  и  $DCB$ , међусобно једнаких површина. Тада је однос  $FD : AC$  једнак

- А)  $\frac{1}{3}$     Б)  $\frac{4}{9}$     В)  $\frac{4}{15}$     Г)  $\frac{5}{12}$     Д)  $\frac{5}{18}$



10. Троугао  $OAB$  на слици десно подељен је на три троугла једнаких површина. Тада је  $a + b$  једнако:

- А) 5    Б)  $\frac{11}{3}$     В)  $\frac{9}{2}$     Г) 4    Д)  $\frac{7}{2}$



### Задаци који вреде 4 поена

11. Комад папира на коме су исписани бројеви од 1 до 8 приказан је на слици десно. Ивана савија тај папир 4 пута на било који начин дуж линија мреже. Који бројеви ће бити окренути на исту страну као број 1?

1	2	3	4
5	6	7	8



- А) 1, 4, 5 и 8    Б) 1, 2, 5 и 6  
В) 1, 3, 5 и 7    Г) 1, 3, 6 и 8    Д) зависи од пресавијања папира

12. Селена је купила 5 паковања слаткиша и затим сва паковања отворила и ставила све слаткише у једну кутију. У кутији су била тачно 102 слаткиша. Које од следећих тврђења је сигурно тачно?

- А) У сваком паковању има најмање 20 слаткиша.  
Б) У најмање једном паковању је било више од 21 слаткиша.  
В) У најмање једном паковању је било мање од 21 слаткиша.  
Г) Ни у једном паковању није било више од 21 слаткиша.  
Д) У тачно једном паковању је био тачно 21 слаткиш.

13. Ако је  $p + q = 10$ ,  $q + r = 9$  и  $r + s = 11$ , колика је вредност збира  $p + s$ ?

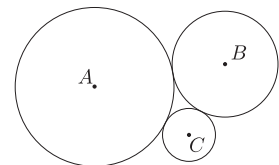
- А) 8    Б) 9    В) 10    Г) 11    Д) 12

14. Колико има природних бројева таквих да је остатак при дељењу 2022 тим бројем једнак 42?

- А) 5    Б) 11    В) 19    Г) 21    Д) 36

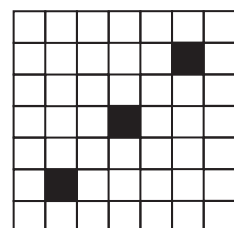
15. Три кружнице са центрима у тачкама  $A$ ,  $B$  и  $C$ , које се споља међусобно додирују (види слику десно), имају полупречнике дужине 6, 4 и 2 тим редом. Обим круга чија кружница садржи тачке  $A$ ,  $B$  и  $C$  је

- А)  $12\pi$     Б)  $8\pi$     В)  $16\pi$     Г)  $14\pi$     Д)  $10\pi$



16. Колико квадрата на слици десно не садржи ниједан црни квадрат?

- А) 50    Б) 55    В) 64    Г) 80    Д) 81



17. Одредити природан број  $n$  тако да је  $(2n)^{2n} = 2^{384}$ .

- А) 12    Б) 16    В) 24    Г) 32    Д) више од 84

18. Аритметичка средина 3 позитивна броја је за 30% мања од првог од тих бројева, а једнака је са другим од тих бројева. За колико процената је већа од трећег броја?

- А) 75%    Б) 70%    В) 30%    Г) 25%    Д) 20%

19. Ана баца четири стандардне коцкице за игру истовремено. Производ бројева који су пали на тим коцкицама једнак је 144. Који од понуђених бројева не може бити једнак збиру та четири броја?

- А) 14    Б) 15    В) 16    Г) 17    Д) 18

20. Број  $n(n+2)$  има четири делиоца који су природни бројеви. Који од следећих бројева може да буде један од тих делилаца?

- А) 23    Б) 37    В) 41    Г) 53    Д) 89

*Загацки који вреде 5 поена*

21. Ако за природне бројеве  $a, b, c$  и  $d$  важи  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$ ,  $a < b < c < d < 15$ , тада је број  $c$  једнак

- А) 2    Б) 4    В) 6    Г) 8    Д) 10

22. Нека је  $K = \{a, b, c\}$  трочлани подскуп скупа  $S = \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$  тако да важи  $b = \frac{a+c}{2}$ . Колико различитих подскупова  $K$  скупа  $S$  постоји?

- А) 499    Б) 500    В)  $499 \cdot 500$     Г)  $499^2$     Д)  $500^2$

23. У низу је 1001 природан број, тако да сваки паран број има бар једног непарног суседа. Колико највише парних бројева може бити у том низу?

- А) 500    Б) 601    В) 650    Г) 666    Д) 667

24. Који је највећи степен броја 3 који дели број  $7! + 8! + 9!$ ?

- А)  $3^1$     Б)  $3^2$     В)  $3^4$     Г)  $3^6$     Д)  $3^7$

25. Ако је домен реалне функције  $f(x) = \frac{x}{x^2 + (a+1)x + b}$  скуп  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ , тада је вредност израза  $5a - 3b$  једнака

- А) 3    Б) 7    В) 11    Г) 13    Д) 27

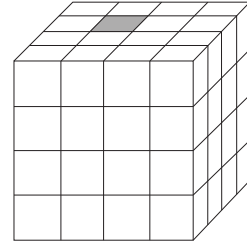
26. Ако су  $m$  и  $n$  природни бројеви, колико парова  $(m, n)$  задовољава једнакост  $6m + 7n = 1000$ ?

- А) 16    Б) 20    В) 24    Г) 26    Д) 27

27. Постоје седмоцифрени бројеви чије су све цифре различите и који су дељиви са сваком од својих цифара. Које три цифре се не појављују у таквим бројевима?

- А) 0, 7, 9    Б) 0, 5, 7    В) 0, 4, 5    Г) 0, 5, 9    Д) 0, 4, 8

28. Коцка на слици се састоји од 64 коцкице. Тачно једна коцкица је сива. Првог дана све суседне коцкице сиве коцкица промене боју у сиву (коцкице су суседне ако имају заједничку страну). Другог дана такође, све суседне беле коцкице сивих коцкица промене боју у сиву. Колико коцкица ће променити боју другог дана?



- А) 5    Б) 11    В) 15    Г) 17    Д) 32

29. Који је најмањи број бројева које морамо изабрати из скупа првих 100 природних бројева да би њихов производ био дељив свим бројевима од 1 до 100?

- А) 21    Б) 22    В) 23    Г) 24    Д) 25

30. Ако су  $x_1$  и  $x_2$  решења квадратне једначине  $x^2 - x - 2022 = 0$ , одреди вредност израза:  $2x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - x_1 - 2022$ ?

- А) 0    Б) 1    В) 2021    Г) 2022    Д) 2023