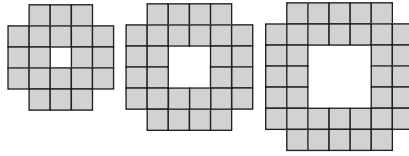


Kenguru Határok Nélkül Matematikaverseny döntő 2022

11-12. osztály

3 pontos feladatok

1. Az alábbi ábrán egy alakzatsorozat első három eleme látható, amelyek kis szürke kockákból tevődnek össze. Hány kis szürke kockából áll ennek a sorozatnak a tizedik eleme?



- A) 92 B) 96 C) 144 D) 196 E) 200

2. Hányféleképpen cserélhetjük ki az alábbi kifejezésben a karaktereket számjegyekre (az egyforma karaktereket egyforma számjegyekre, a különböző karaktereket különböző számjegyekre) úgy, hogy teljesüljön a következő egyenlőség:

$$\frac{F \cdot \ddot{U} \cdot G}{G \cdot V \cdot \acute{E} \cdot N \cdot Y} = 1?$$

- A) 288 B) 244 C) 66 D) 100 E) 111

3. Ha ♣, ♠ és ♦ természetes számok, amelyekre teljesül, hogy ♣ = 18 + ♠ és ♠ = 10 - ♦, akkor biztosan:

- A) ♣ < ♠ B) ♣ < ♦ C) ♠ < ♣ D) ♠ < ♦ E) ♦ < ♠

4. Amikor megkérdezték Krisztát, hogy hány kilogrammos a macskája, ezt felelte: „Ha az 1 kilogrammot megnövelitek a macska tömegének ötödével, pontosan a macska tömegét fogjátok megkapni. Hány kilogrammos Kriszta macskája?

- A) 1,3 B) 1,4 C) 1,5 D) 1,2 E) 1,25

5. Egy téglalap két szemközti oldalának hosszát megnöveltük 20%-kal, a másik két szemközti oldalának hosszát pedig 30%-kal. Hány százalékkal növekedett meg így az eredeti téglalap területe?

- A) 60% B) 100% C) 56% D) 66% E) 156%

6. Egy 25 fős osztály átlagosztályzata 4,2. Az osztály fiútanulóinak átlaga 4, a lányoké 4,5. Hány fiú van ebben az osztályban?

- A) 20 B) 14 C) 10 D) 16 E) 15

7. Hányféle sorrendben lehet a jobb oldali ábrán látható korongokat egymás tetejére rakni egy új kupacban, ha teljesülnie kell a következőknek: a korongokat egyesével rakjuk egymás tetejére, és minden alkalommal csak a legfelső elemet vehetjük le egy adott kupac tetejéről?



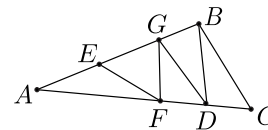
- A) 20 B) 40
C) 60 D) 80
E) 100

8. Az 1-től 99-ig terjedő természetes számokat leírtuk növekvő sorrendben, szóközök nélkül, majd az így kapott számjegysorozatot hármass csoportokba osztottuk: (123)(456)(789)(101)(112) ... (596)(979)(899). Ezt követően áthúztunk minden olyan „hármast”, amelyben szerepel a 4-es számjegy. Hány darab „hármast” nem húztunk át?

- A) 43 B) 46 C) 47 D) 48 E) 51

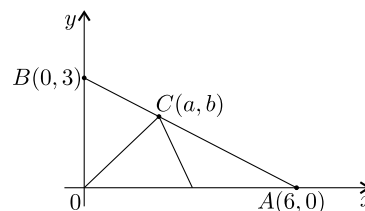
9. Az ABC háromszöget felosztottuk öt háromszögre: AFE , EFG , FDG , DBG és DCB , amelyeknek egyenlő a területük. Mekkora az $FD : AC$ arány?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{5}{18}$



10. A képen látható OAB háromszöget felosztottuk három egyenlő területű háromszögre. Ekkor az $a + b$ értéke:

- A) 5 B) $\frac{11}{3}$
C) $\frac{9}{2}$ D) 4 E) $\frac{7}{2}$



4 pontos feladatok

11. Egy papírdarabra felírtuk 1-től 8-ig a számokat a jobb oldali ábrán látható módon. Ilcsi 4-szer összehajtja ezt a papírdarabot tetszőleges módon a négyzetháló vonalainak mentén. Mely számok fognak ugyanabba az irányba nézni, mint az 1-es szám?



- A) 1, 4, 5 és 8 B) 1, 2, 5 és 6
C) 1, 3, 5 és 7 D) 1, 3, 6 és 8 E) Attól függ, hogyan hajtogatja a papírt.

12. Szani vásárolt 5 csomag édességet, majd mindegyik csomag tartalmát beletette egy dobozba. A dobozba így pontosan 102 darab édesség került. Az alábbi állítások közül melyik igaz biztosan?

- A) Mindegyik csomagban van legalább 20 édesség.
B) Legalább egy csomagban több, mint 21 édesség volt.
C) Legalább egy csomagban kevesebb, mint 21 édesség volt.
D) Egy csomagban sem volt több, mint 21 édesség.
E) Pontosán egy csomagban volt pontosan 21 édesség.

13. Ha $p + q = 10$, $q + r = 9$ és $r + s = 11$, akkor mennyi a $p + s$ összeg értéke?

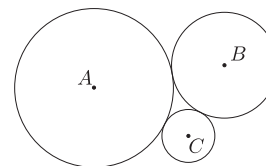
- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

14. Hány olyan természetes szám van, amellyel ha elosztjuk a 2022-et, a maradék 42?

- A) 5 B) 11 C) 19 D) 21 E) 36

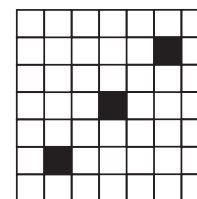
15. Három körvonal, amelyeknek a középpontjai az A , B és C pontok, kívülről érintik egymást, sugaraik hossza pedig rendre 6, 4 és 2. Mekkora az ABC háromszög köré írható körének kerülete?

- A) 12π B) 8π C) 16π D) 14π E) 10π



16. A jobb oldali ábrán hány négyzet nem tartalmaz egyetlenegy fekete négyzetet sem?

- A) 50 B) 55 C) 64 D) 80 E) 81



17. Határozd meg azt az n természetes számot, amelyre $(2n)^{2n} = 2^{384}$.

- A) 12 B) 16 C) 24 D) 32 E) több, mint 84

18. 3 pozitív szám számtani közepe 30%-kal kisebb az első számnál, valamint egyenlő a második számmal. Hány százalékkal nagyobb a harmadik számnál?

- A) 75% B) 70% C) 30% D) 25% E) 20%

19. Anna négy dobókockával dob egyszerre. A négy kocka által kapott számok szorzata 144. A felkínáltak közül melyik nem lehet a kapott négy szám összege?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

20. Az $n(n+2)$ számnak négy pozitív osztója van. A következő számok közül melyik lehet az egyik osztó?

- A) 23 B) 37 C) 41 D) 53 E) 89

5 pontos feladatok

21. Ha az a, b, c és d természetes számokra teljesül, hogy $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$, $a < b < c < d < 15$, akkor mennyi a c szám?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

22. Legyen $K = \{a, b, c\}$ az $S = \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ halmaz olyan részhalmaza, amelyre teljesül, hogy $b = \frac{a+c}{2}$. Hány különböző ilyen K részhalmaza létezik az S halmaznak?

- A) 499 B) 500 C) $499 \cdot 500$ D) 499^2 E) 500^2

23. Egy 1001-tagú természetes számokból álló sorozatra teljesül, hogy minden páros számnak van legalább egy páratlan szomszédja. Legtöbb hány páros szám lehet ebben a sorozatban?

- A) 500 B) 601 C) 650 D) 666 E) 667

24. Melyik a 3-as szám legnagyobb olyan hatványa, amely osztja a $7! + 8! + 9!$ számot?

- A) 3^1 B) 3^2 C) 3^4 D) 3^6 E) 3^7

25. Ha a valós $f(x) = \frac{x}{x^2 + (a+1)x + b}$ függvény értelmezési tartománya az $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ halmaz, akkor mennyivel egyenlő az $5a - 3b$ kifejezés értéke?

- A) 3 B) 7 C) 11 D) 13 E) 27

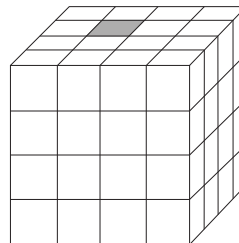
26. Ha m és n természetes számok, akkor hány (m, n) rendezett párra igaz a következő egyenlőség: $6m + 7n = 1000$?

- A) 16 B) 20 C) 24 D) 26 E) 27

27. Léteznek olyan hétjegyű számok, amelyeknek minden számjegye különböző, és amelyek oszthatóak minden számjegyükkel. Melyik három számjegy nem szerepelhet egy ilyen hétjegyű számban?

- A) 0, 7, 9 B) 0, 5, 7 C) 0, 4, 5 D) 0, 5, 9 E) 0, 4, 8

28. Az ábrán látható kocka 64 kis kockából áll. Pontosan egy kis kocka szürke színű. Első nap a szürke kis kocka minden szomszédját szürkére változtatja (két kis kocka szomszédos, ha van közös oldaluk). Második nap ugyanezt teszi minden szürke kis kocka. Hány kis kocka változtatja meg a színét a második nap?



- A) 5 B) 11 C) 15 D) 17 E) 32

29. Legkevesebb hányat kell kiválasztanunk az első 100 természetes számból ahhoz, hogy a kiválasztott számok szorzata osztható legyen az összes számmal 1-től 100-ig?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

30. Ha az $x^2 - x - 2022 = 0$ másodfokú egyenlet megoldásai x_1 és x_2 , akkor határozd meg a következő kifejezés értékét: $2x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - x_1 - 2022$.

- A) 0 B) 1 C) 2021 D) 2022 E) 2023