

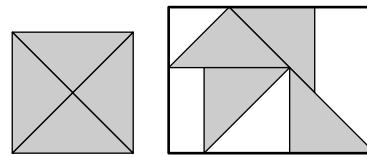
---

## Математичко такмичење „Кенгур без граница” финале 2022.

### 9 – 10. разред

#### Задаци који вреде 3 поена

1. Вредност израза  $(1 - 2) - (3 - 4) - (5 - 6) - \dots - (2019 - 2020) - (2021 - 2022)$  је  
A)  $-1$     B)  $1009$     C)  $-1010$     D)  $2021$     D)  $1011$
2. Колико цифара има најмањи природан број састављен само од цифара 0 и 1, а који је делив са 30?  
A)  $2$     B)  $3$     C)  $4$     D)  $5$     D)  $6$
3. Дат је број 1234565432123456..., у коме су цифре 1, 2, 3, 4, 5 и 6 записиване у растућем и опадајућем поретку, наизменично. Која се цифра налази на 2022. позицији овог броја?  
A)  $2$     B)  $3$     C)  $4$     D)  $5$     D)  $6$
4. Збир цифара петоцифреног броја је 44. Производ цифара тог броја је:  
A)  $2^3 \cdot 3^8$     B)  $2^3 \cdot 9^3$   
B)  $8 \cdot 4^9$     C)  $8 \cdot 3^4$     D) ниједан од одговора A) – G) није тачан
5. Марко у школи има 12 предмета и просечну оцену 3,5. Затим је из три предмета оцену 3 поправио на оцену 4. Колика је сада Маркова просечна оцена?  
A)  $3,7$     B)  $3,6$     C)  $3,75$     D)  $3,8$     D)  $3,65$
6. Колико различитих природних делилаца има број 1 000 000?  
A)  $36$     B)  $49$     C)  $37$     D)  $48$     D)  $47$
7. Богдан трансформише низ бројева од 1 до 100 на следећи начин: сваки број мења бројем који се добије када се тај број сабере са збиром његових цифара. Колико има парних бројева међу бројевима новодобијеног низа?  
A)  $49$     B)  $50$     C)  $51$     D)  $45$     D)  $55$
8. Сваком слову у речи КЕНГУР додели различиту цифру тако да добијеш најмањи шестоцифрен број делив са 12? Која је цифра јединице у том добијеном броју?  
A)  $8$     B)  $4$     C)  $1$     D)  $0$     D)  $6$
9. Квадрат странице 10 см подељен је на четири подударна троугла, која су потом постављена унутар правоугаоника, као што је приказано на слици десно. Колика је површину белог дела датог правоугаоника са слике десно?  
A)  $75\sqrt{2} \text{ cm}^2$     B)  $125\sqrt{2} - 100 \text{ cm}^2$   
B)  $75 + 25\sqrt{2} \text{ cm}^2$     C)  $50 + 50\sqrt{2} \text{ cm}^2$   
D)  $250 - 100\sqrt{2} \text{ cm}^2$



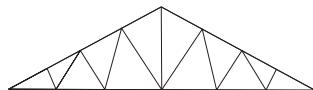
10. Природни бројеви од 1 до 99 записани су у растућем поретку без размака, а затим је добијени низ цифара подељен у „тројке”: (123)(456)(789)(101)(112) ... (596)(979)(899). Након тога, прецртане су све „тројке” које садрже цифру 4. Колико „тројки” је остало непрецртано?

- A) 43     B) 46     C) 47     D) 48     E) 51

*Zadaci koji vredne 4 poena*

11. Колико троуглова се може уочити на слици десно?

- A) 22     B) 23     C) 21     D) 20     E) 19

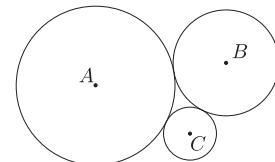


12. На столу се налази 8 карата обележених цифрама 1, 2, 3, ..., 8. Два дечака и две девојчице седе око стола у неком распореду. Почеквши од једног детета и идући у смеру кретања казаљке на сату, свако дете узима по једну од карата и ставља је редом слева надесно. На тај начин они формирају један број од цифара којима су карте обележене. Дечаци желе да коначан број приказан картама буде што је могуће већи, а девојчице желе да он буде што је могуће мањи. Који од следећих бројева не може бити коначан број приказан картама?

- A) 81726354     B) 12873465     C) 18723654     D) 81276435     E) 18273645

13. Три кружнице са центрима у тачкама  $A$ ,  $B$  и  $C$ , које се споља међусобно додирују (види слику десно), имају полу пречнике дужине 6, 4 и 2 тим редом. Површина троугла  $ABC$  је

- A)  $4\sqrt{3}$      B)  $6\sqrt{3}$      C)  $16\sqrt{2}$      D) 24     E)  $4\sqrt{6}$

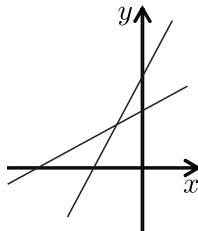


14. Колико има природних бројева таквих да је остатак при дељењу 2022 тим бројем једнак 42?

- A) 5     B) 11     C) 19     D) 21     E) 36

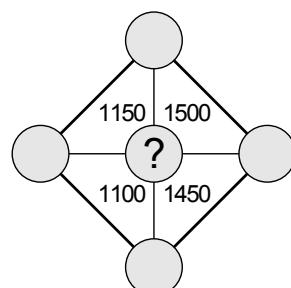
15. Једначина једне од правих датих у координатном систему на слици десно је  $y = ax + b$  за неке реалне бројеве  $a$  и  $b$ . Која од следећих једначина може бити једначина друге праве на слици?

- A)  $y = ax - b$      B)  $y = bx + a$      C)  $y = \frac{b}{a}x + b$   
D)  $y = -bx + a$      E)  $y = \frac{a}{b}x + a$



16. У сваки од пет кругова на слици десно уписан је по један природан број и потом су сабрани бројеви који су уписани у темена четири правоугла троугла. Ти збиркови су уписани у датим троугловима. Уколико је збир свих пет бројева уписаних у кругове једнак 2022, који број је уписан у поље обележено знаком питања?

- A) 220     B) 450     C) 550     D) 578     E) 1000



17. Комад папира на коме су исписани бројеви од 1 до 8 приказан је на слици десно. Ивана савија тај папир 4 пута на било који начин дуж линија мреже. Који бројеви ће бити окренути на исту страну као број 1?

1	2	3	4
5	6	7	8

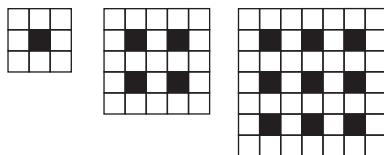


- A) 1, 4, 5 и 8     B) 1, 2, 5 и 6  
C) 1, 3, 5 и 7     D) 1, 3, 6 и 8     E) зависи од пресавијања папира

18. Остатак при дељењу броја  $2018^2 + 2019^2 + 2020^2 + 2021^2 + 2022^2 + 2023^2 + 2024^2$  бројем 4 је

- A) 0      Б) 1      В) 2      Г) 3      Д) 4

19. На слици испод дата су прва три члана низа квадрата који су састављени од белих и црних малих квадрата. Колико белих малих квадрата је потребно за десети квадрат у низу?



- A) 100      Б) 119      В) 141      Г) 341      Д) 389

20. Ако је  $p + q = 10$ ,  $q + r = 9$  и  $r + s = 11$ , колика је вредност збира  $p + s$ ?

- A) 8      Б) 9      В) 10      Г) 11      Д) 12

**Задаци који вреде 5 поена**

21. У низу је 1001 природан број, тако да сваки паран број има бар једног непарног суседа. Колико највише парних бројева може бити у том низу?

- A) 500      Б) 601      В) 650      Г) 666      Д) 667

22. Колико природних бројева  $A$  има особину да тачно један од бројева  $A$  и  $A + 200$  је четворочифрен?

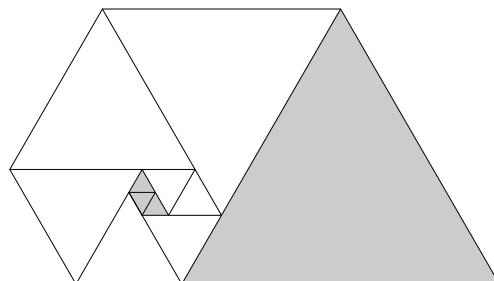
- A) 400      Б) 300      В) 250      Г) 201      Д) 200

23. Нека је  $x^2 \cdot y^3 = 64$ . Ако су  $x, y > 0$  која је најмања могућа вредност израза  $8x + 3y$ ?

- A) 0      Б) 11      В) 14      Г) 20      Д) 67

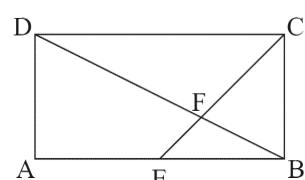
24. Ако је површина сваког од три мала, обојена једнакостранична троугла, на слици десно једнака 1, колика је површина највећег обојеног једнакостраничног троугла?

- A) 49      Б) 64      В) 100  
Г) 144      Д) 150



25. Тачка  $E$  је средиште странице  $AB$  правоугаоника  $ABCD$ , а тачка  $F$  пресек дужи  $BD$  и  $CE$ . Ако је  $BF = 3$  см и  $CF = 4$  см, тада је дужина краће странице правоугаоника  $ABCD$  једнака:

- A)  $\sqrt{31}$  см      Б)  $\sqrt{21}$  см  
В)  $\sqrt{11}$  см      Г)  $\sqrt{13}$  см  
Д)  $\sqrt{33}$  см



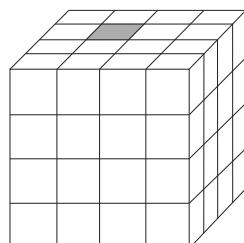
---

**26.** Нека је  $K = \{a, b, c\}$  тројчани подскуп скупа  $S = \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$  тако да важи  $b = \frac{a+c}{2}$ . Колико различитих подскупова  $K$  скупа  $S$  постоји?

- A) 499      B) 500      B)  $499 \cdot 500$       Г)  $499^2$       Д)  $500^2$

**27.** Коцка на слици се састоји од 64 коцкице. Тачно једна коцкица је сива. Првог дана све суседне коцкице сиве коцкица промене боју у сиву (коцкице су суседне ако имају заједничку страну). Другог дана такође, све суседне беле коцкице сивих коцкица промене боју у сиву. Колико коцкица ће променити боју другог дана?

- A) 5      Б) 11      В) 15      Г) 17      Д) 32



**28.** Аритметичка средина 3 позитивна броја је за 30% мања од првог од тих бројева, а једнака је са другим од тих бројева. За колико процената је већа од трећег броја?

- A) 75%      Б) 70%      В) 30%      Г) 25%      Д) 20%

**29.** Који је највећи степен броја 3 који дели број  $7! + 8! + 9!$ ?

- A)  $3^1$       Б)  $3^2$       В)  $3^4$       Г)  $3^6$       Д)  $3^7$

**30.** Који је најмањи број бројева које морамо изабрати из скупа првих 100 природних бројева да би њихов производ био дељив свим бројевима од 1 до 100?

- A) 21      Б) 22      В) 23      Г) 24      Д) 25