

Kenguru Határok Nélkül Matematikaverseny 2022

11-12. osztály

3 pontos feladatok

1. A jobb oldali ábrán látható diagramon az látható, hogy Bálint a múlt héten mennyi ideig használt 4 alkalmazást a telefonján. A diagramon az alkalmazások a legtöbbet használttól a legkevesebbet használtig vannak sorba rendezve. Ezen a héten Bálint két alkalmazásra szánt időt megfeleezett, a maradék két alkalmazásra pedig ugyanannyi időt szánt, mint múlt héten. Az alábbi diagramok közül melyik nem ábrázolhatja azt, hogy ezen a héten mennyi időt szánt Bálint ezekre az alkalmazásokra?



- A) B) C) D) E)

2. Hány 13-mal osztható háromjegyű természetes szám van?

- A) 68 B) 69 C) 70 D) 76 E) 77

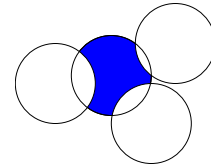
3. Mia idősebb Annánál, de fiatalabb Lilinél. Tea idősebb Miánál. Melyik két lány lehet egyidős?

- A) Anna és Tea B) Tea és Lili C) Lili és Anna D) Mia és Lili E) Tea és Mia

4. Egy tízjegyű természetes szám számjegyeinek szorzata 15. Mennyi ebben a számban a számjegyek összege?

- A) 8 B) 12 C) 15 D) 16 E) 20

5. Négy darab 1 sugarú kör a jobb oldali ábrán látható módon metszi egymást. Mekkora a befestett alakzat kerülete?



- A) π B) egy $\frac{3\pi}{2}$ és 2π közötti szám C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) π^2

6. Józsi leírja növekvő sorrendben azokat a 2-től 2022-ig terjedő természetes számokat, amelyek csak 0 és 2-es számjegyet tartalmaznak. Melyik szám lesz pontosan a közepén a Józsi által leírt sorozatnak?

- A) 200 B) 220 C) 222 D) 2000 E) 2002

7. Az $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 = 0$ egyenlet valós megoldásainak száma:

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. Legyenek a, b és c nullától különböző valós számok. Ha a $-2 \cdot a^4 \cdot b^3 \cdot c^2$ és $3 \cdot a^3 \cdot b^5 \cdot c^{-4}$ számok megegyező előjelűek, akkor az alábbi állítások közül melyik igaz biztosan?

- A) $ab > 0$ B) $b < 0$ C) $c > 0$ D) $bc > 0$ E) $a < 0$

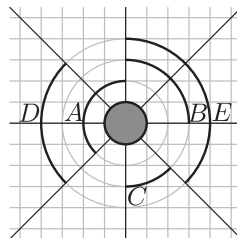
9. Daniella egy egyenesen megjelölte az A, B, C és D pontokat, ahogyan az az alábbi ábrán látható.



Ha $AC = 12$ cm és $BD = 18$ cm, akkora mekkora az AB és a CD szakaszok középpontja közötti távolság?

- A) 15 cm B) 12 cm C) 18 cm D) 6 cm E) 9 cm

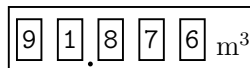
10. Négy egymást metsző egyenes nyolc egyenlő 45° -os szöget határoz meg, ahogyan az a jobb oldali ábrán látható. A megjelölt fekete körívek közül melyiknek egyezik meg a hossza a legkisebb szürke kör kerületével?



- A) A B) B C) C D) D E) E

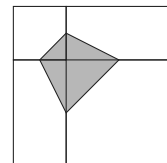
4 pontos feladatok

11. Emesének feltűnt, hogy a fürdőszobájában levő vízóra az ábrán látható számot mutatja, melynek minden számjegye különböző. Mennyi vizet fog elhasználni Emese, mire legközelebb újra különböző számjegyek fognak megjelenni a vízórán?



- A) $0,006 \text{ m}^3$ B) $0,034 \text{ m}^3$ C) $0,086 \text{ m}^3$ D) $0,137 \text{ m}^3$ E) $1,048 \text{ m}^3$

12. Egy nagy négyzetet felosztottunk két különböző négyzetre és két egybevágó téglalpra, ahogyan az a jobb oldali ábrán látható. A szürke négyszög csúcsai a négyzetek oldalainak felezőpontjai. Ha a szürke négyszög területe 3, akkor mennyi a nagy négyzet fehér részének területe?

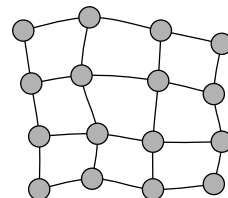


- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

13. Mennyi a $2^{2021} + 2^{2022}$ és $3^{2021} + 3^{2022}$ számok legnagyobb közös osztója?

- A) 2^{2021} B) 1 C) 2 D) 6 E) 12

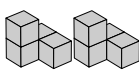
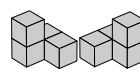
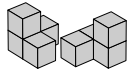
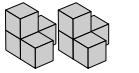
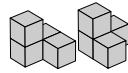
14. A jobb oldali ábrán látható térképen 16 darab, utakkal összekötött város látható. Gergő szeretne ezen városok közül néhányban villanyerőművet építtetni. Mindegyik villanyerőmű elegendő áramot tud termelni ahhoz, hogy ellássa azt a várost, amelyikben található, valamint azokat a városokat, amelyeket pontosan egy út köt össze az adott várossal. Legkevesebb hány villanyerőművet kell Gergőnek építtetnie ahhoz, hogy mindegyik város kapjon elegendő villamos energiát?



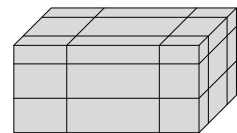
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

15. A felkínált alakzatok közül melyik kettő egyesítésével állíthatjuk elő a jobb oldali ábrán látható alakzatot?



- A)  B)  C)  D)  E) 

16. Egy S felszínű téglatestet hat síkkal feldaraboltunk 27 kisebb darabra, ahogyan az a jobb oldali ábrán látható. Minden sík a téglatest két lapjával párhuzamos, a lapoktól való távolsága viszont tetszőleges. Határozd meg ennek a 27 kisebb darabnak az összfelszínét az S függvényében!



- A) $2S$ B) $\frac{5}{2}S$ C) $3S$ D) $4S$ E) az előzőek közül egyik sem

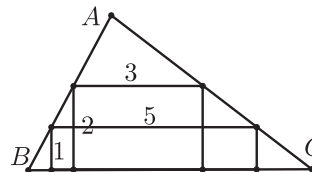
17. Az a_1, a_2, a_3, a_4 és a_5 számok számtani közepe 24. Az a_1, a_2 és a_3 számok számtani közepe 19, az a_3, a_4 és a_5 számok számtani közepe pedig 28. Mennyi az a_3 szám értéke?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

18. Márta egy a 8 versenyző közül egy versenyen. Tudja magáról, hogy le fogja győzni az összes versenytársát, kivéve Olgát, aki győzni fog minden párbajban. Az első körben a versenyzőket véletlenszerűen 4 párra osztják, minden párból a győztes jut tovább a második körbe. A második körben két párbaj lesz, ahonnan a győztesek jutnak tovább a döntőbe. Mennyi a valószínűsége annak, hogy Márta nem fog játszani a döntőben?

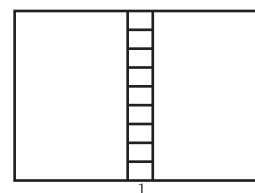
- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{4}{7}$

19. Az ABC háromszögbe beírtunk egy 1×5 -ös és egy 2×3 -as téglalapot, ahogyan az a jobb oldali ábrán látható. Mekkora az ABC háromszög BC oldalához tartozó magassága?



- A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{16}{5}$ E) az előzőek közül egyik sem

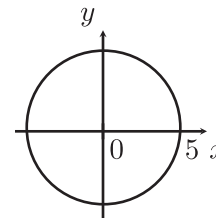
20. A jobb oldali ábrán látható nagy téglalapot 11 kisebb, hasonló téglalpra osztottuk fel. A kapott két nagyobb téglalap egymással egybevágó, és a maradék 9 kis téglalap is egymással egybevágó. Ha a legkisebb téglalap nagyobbik oldalának hossza 1, akkor határozd meg a legnagyobb téglalap területét!



- A) 20 B) 24 C) 27 D) 30 E) 36

5 pontos feladatok

21. Adott egy 5 sugarú körvonal, melynek középpontja a koordináta-rendszer középpontjában helyezkedik el (jobb oldali ábra). A körvonal hány pontjára igaz, hogy mindkét koordinátája egész szám?

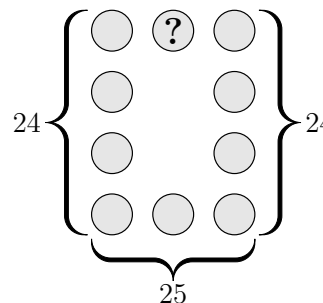


- A) 5 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

22. Hány háromjegyű természetes szám egyenlő a saját számjegyei szorzatának ötszörösével?

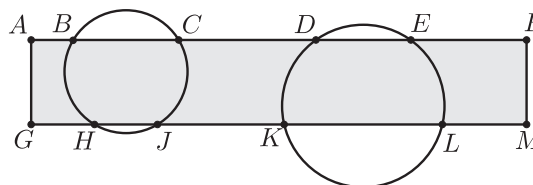
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

23. Az első 10 természetes számot beírtuk a jobb oldali ábrán látható körökbe úgy, hogy minden számot pontosan egyszer használtunk fel. A számok összege mindkét oszlopban külön-külön 24, az alsó sorban pedig 25. Melyik szám kerülhet a kérdőjel helyére?



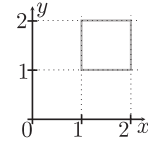
- A) 2 B) 4 C) 5
D) 6 E) az előzőek közül egyik sem

24. Két kört elmesztettünk az $AGMF$ téglalappal, ahogyan az a jobb oldali ábrán látható. Ha $AB = 8$, $CD = 26$, $EF = 22$, $GH = 12$ és $JK = 24$, akkor mekkora az LM szakasz hossza?



- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

25. A jobb oldali ábrán látható négyzet alakú zárt vonal összes (x, y) pontját leképezzük az $\left(\frac{1}{x}, \frac{1}{y}\right)$ pontra. Melyik zárt vonalat kapjuk ezzel a leképezéssel?



- A) B) C) D) E)

26. Egy 20-szög szögeit megszámoztuk különböző 1-től 20-ig terjedő számokkal úgy, hogy a szomszédos csúcsok különbségének abszolút értéke mindig 1 vagy 2. A 20-szög azon oldalait, amelyek végpontjai között a különbség 1, pirosra festettük. A 20-szög hány oldalát festettük pirosra?

- A) 1 B) 2 C) 5 D) 10 E) több különböző megoldás létezik

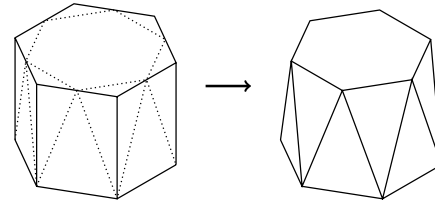
27. Adott egy N természetes szám. Hány $\sqrt{N^2 + N + 1}$ -nél nagyobb, de $\sqrt{9N^2 + N + 1}$ -nél kisebb természetes szám létezik?

- A) $N + 1$ B) $2N - 1$ C) $2N$ D) $2N + 1$ E) $3N$

28. Legyen (a_n) egy olyan racionális számokból álló sorozat, amelynek első tagja nagyobb 0-nál, de kisebb 1-nél, valamint minden n természetes számra igaz, hogy $a_{2n} = a_2 \cdot a_n + 1$ és $a_{2n+1} = a_2 \cdot a_n - 2$. Ha $a_7 = 2$, akkor mennyi az a_2 értéke?

- A) egyenlő a_1 -gyel B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

29. Egy szabályos hatoldalú hasábnak levágtuk egyes darabjait a jobb oldali ábrán látható módon. A felső alaplappja most egy kisebb szabályos hatszög, a palástját pedig 12 egyenlő szárú háromszög alkotja, pontosabban 6-6, páronként egybevágó háromszög. Az eredeti hasáb térfogatának hányad részét vágtuk le?



- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4\sqrt{3}}$ D) $\frac{1}{6\sqrt{2}}$ E) $\frac{1}{6\sqrt{3}}$

30. Az Áfalu és a Béfalu közötti futballmeccset egy olyan pályán játszották, amelynek nézőtere téglalap alakú. Ha tudjuk, hogy minden sorban 11 Áfalu-szurkoló ült és minden oszlopban 14 Béfalu-szurkoló ült, valamint 17 hely maradt üresen a nézőtéren, akkor legkevesebb hány ülőhely lehetett ezen a téglalap alakú nézőtéren?

- A) 500 B) 660 C) 690 D) 840 E) 994

Feladatok: „Kangaroo Meeting 2021”, Antwerpen, Belgium
 A verseny szervezője: Szerbiai Matematikusok Egyesülete
 Fordította: dr. Ágó Krisztina
 Lektorálta: Béres Zoltán