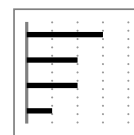


Matematičko takmičenje „Kengur bez granica” 2022.

11 – 12. razred

Zadaci koji vrede 3 poena

1. Dijagram na slici desno prikazuje koliko je Luka vremena proveo koristeći 4 aplikacije na svom telefonu prošle sedmice. Na dijagramu su prikazane aplikacije od najvećeg do najmanjeg utrošenog vremena. Ove sedmice Luka je prepolovio vreme koje je proveo koristeći dve aplikacije, dok je na druge dve aplikacije utrošio isto vremena kao i prošle sedmice. Koji od sledećih dijagrama ne može da predstavlja vreme koje je Luka proveo ove sedmice koristeći posmatrane aplikacije?



- A) B) V) G) D)

2. Koliko ima prirodnih trocifrenih brojeva deljivih sa 13?

- A) 68 B) 69 V) 70 G) 76 D) 77

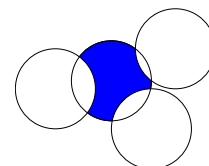
3. Mia je starija od Ane, a mlađa od Ive. Tea je starija od Mie. Koje dve devojke mogu da budu istih godina?

- A) Ana i Tea B) Tea i Iva V) Iva i Ana G) Mia i Iva D) Tea i Mia

4. Proizvod cifara desetocifrenog prirodnog broja je 15. Koliki je zbir cifara tog broja?

- A) 8 B) 12 V) 15 G) 16 D) 20

5. Četiri kruga, svaki poluprečnika 1, seku se kao što je prikazano na slici desno. Koliki je obim obojene figure na slici?



- A) π B) broj između $\frac{3\pi}{2}$ i 2π V) $\frac{3\pi}{2}$ G) 2π D) π^2

6. David ispisuje, u rastućem poretku, prirodne brojeve od 2 do 2022, koji sadrže samo cifre 0 i 2. Koji broj se nalazi tačno u sredini tog niza?

- A) 200 B) 220 V) 222 G) 2000 D) 2002

7. Broj realnih rešenja jednačine $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 = 0$ je

- A) 0 B) 1 V) 2 G) 3 D) 4

8. Neka su a, b i c realni brojevi različiti od nule. Ako su brojevi $-2 \cdot a^4 \cdot b^3 \cdot c^2$ i $3 \cdot a^3 \cdot b^5 \cdot c^{-4}$ istog znaka, koje od sledećih tvrdjenja je sigurno tačno?

- A) $ab > 0$ B) $b < 0$ V) $c > 0$ G) $bc > 0$ D) $a < 0$

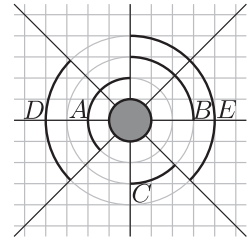
9. Mika je na pravoj označio tačke A, B, C i D kao što je prikazano na slici ispod.



Ako je $AC = 12$ cm i $BD = 18$ cm, koliko je rastojanje između središta duži AB i središta duži CD ?

- A) 15 cm B) 12 cm V) 18 cm G) 6 cm D) 9 cm

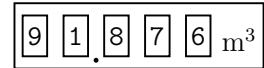
10. Četiri prave se seku i formiraju osam jednakih uglova od po 45° , kao što je prikazano na slici desno. Koji od označenih crnih kružnih lukova ima dužinu jednaku obimu sivog kruga sa najmanjim poluprečnikom?



- A) A B) B V) C G) D D) E

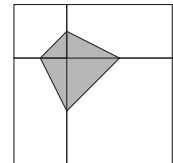
Zadaci koji vrede 4 poena

11. Jovan je primetio da vodomer u njegovom kupatilu prikazuje broj sa slike, čije su sve cifre različite. Koliko vode će biti potrošeno do narednog pojavljivanja broja sa svim različitim ciframa na vodomeru?



- A) $0,006 \text{ m}^3$ B) $0,034 \text{ m}^3$ V) $0,086 \text{ m}^3$ G) $0,137 \text{ m}^3$ D) $1,048 \text{ m}^3$

12. Veliki kvadrat podeljen je na dva različita kvadrata i dva podudarna pravougaonika kao što je prikazano na slici desno. Temena sivog četvorougla su središta stranica dva kvadrata. Ako je površina sivog četvorougla 3, kolika je površina belog dela velikog kvadrata?

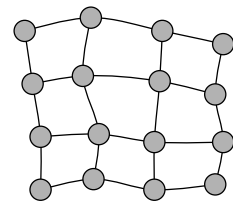


- A) 12 B) 15 V) 18 G) 21 D) 24

13. Koji je najveći zajednički delilac brojeva $2^{2021} + 2^{2022}$ i $3^{2021} + 3^{2022}$?

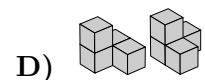
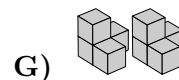
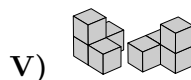
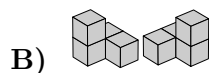
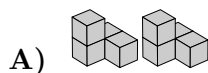
- A) 2^{2021} B) 1 V) 2 G) 6 D) 12

14. Na mapi desno predstavljena je oblast sa 16 gradova povezanih putevima. Vlada želi da sagradi elektrane u nekim od ovih gradova. Svaka elektrana može da obezbedi dovoljnu količinu električne energije za grad u kom se nalazi i za gradove koji su povezani sa tim gradom tačno jednim putem. Koji je najmanji broj elektrana koji je potrebno izgraditi kako bi svaki grad imao dovoljno električne energije?

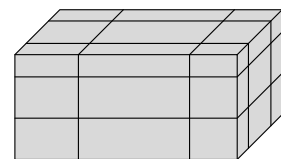


- A) 3 B) 4 V) 5 G) 6 D) 7

15. Koji par prikazanih delova se može spojiti kako bi se dobio predmet prikazan na slici desno?



16. Kvadar površine S isečen je pomoću šest ravni na 27 manjih delova, kao što je prikazano na slici desno. Svaka ravan je paralelna sa dve strane kvadra, ali njeno rastojanje od strana je proizvoljno. U zavisnosti od S , kolika je ukupna površina svih 27 manjih delova?



- A) $2S$ B) $\frac{5}{2}S$ V) $3S$ G) $4S$ D) ništa od prethodnog

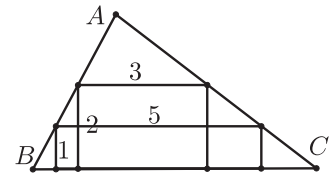
17. Aritmetička sredina brojeva a_1, a_2, a_3, a_4 i a_5 je 24. Aritmetička sredina brojeva a_1, a_2 i a_3 je 19, dok aritmetička sredina brojeva a_3, a_4 i a_5 je 28. Kolika je vrednost broja a_3 ?

- A) 20 B) 21 V) 22 G) 23 D) 24

18. Marta je jedan od 8 učesnika na turniru. Ona zna da će pobediti sve osim Uroša, koji će pobediti u svim mečevima. U prvoj rundi su takmičari podeljeni na slučajan način u 4 para i svi porednici mečeva prolaze u drugu rundu. U drugoj rundi se igraju dva meča i porednici prolaze u finale. Koja je verovatnoća da Marta neće igrati u finalu?

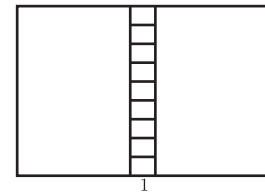
- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ V) $\frac{2}{7}$ G) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{7}$

19. Dva pravougaonika dimenzija 1×5 i 2×3 su upisana u trougao ABC , kao što je prikazano na slici desno. Kolika je visina trougla ABC koja odgovara stranici BC ?



- A) 3 B) $\frac{7}{2}$ V) $\frac{8}{3}$ G) $\frac{16}{5}$ D) ništa od prethodnog

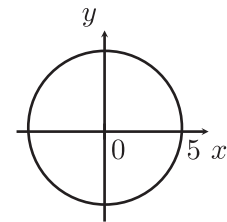
20. Veliki pravougaonik na slici desno je podeljen na 11 manjih pravougaonika koji su slični velikom pravougaoniku. Dva dobijena veća pravougaonika su podudarna, a podudarni su međusobno i preostalih 9 manjih. Ako je dužina duže stranice najmanjeg pravougaonika jednaka 1, koliki je obim najvećeg pravougaonika?



- A) 20 B) 24 V) 27 G) 30 D) 36

Zadaci koji vrede 5 poena

21. Data je kružnica sa centrom u koordinatnom početku, poluprečnika dužine 5 (slika desno). Za koliko tačaka koje pripadaju kružnici važi da su obe koordinate te tačke celobrojne?

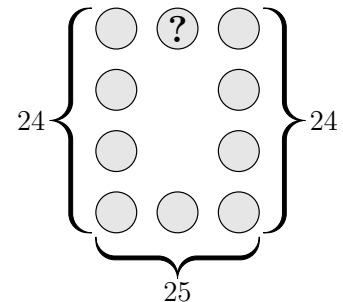


- A) 5 B) 8 V) 12 G) 16 D) 20

22. Koliko trocifrenih prirodnih brojeva je jednako petostrukoj vrednosti proizvoda cifara tog broja?

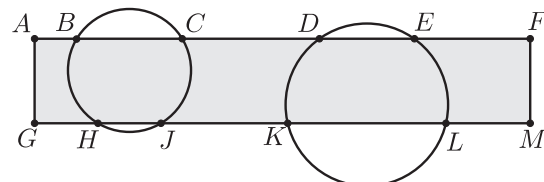
- A) 1 B) 2 V) 3 G) 4 D) 5

23. Prvih 10 prirodnih brojeva je upisano u krugove na slici desno, tako da je svaki broj upisan tačno jednom. Zbir brojeva u obe kolone posebno jednak je 24, dok je zbir brojeva u donjoj vrsti jednak 25. Koji broj je upisan u krug označen znakom pitanja?



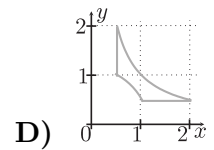
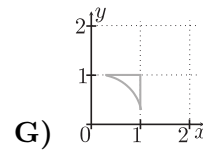
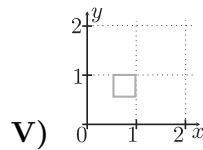
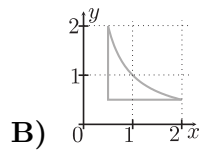
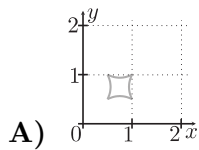
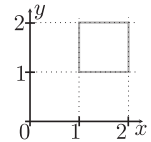
- A) 2 B) 4 V) 5
G) 6 D) ništa od navedenog

24. Dva kruga su presečena pravougaonikom $AGMF$, kao na slici desno. Ako je $AB = 8$, $CD = 26$, $EF = 22$, $GH = 12$ i $JK = 24$, kolika je dužina duži LM ?



- A) 14 B) 15 V) 16 G) 17 D) 18

25. Svaka tačka (x, y) koja pripada zatvorenoj liniji oblika kvadrata (slika desno) se slika u tačku $\left(\frac{1}{x}, \frac{1}{y}\right)$. Koja zatvorena linija se dobija tim preslikavanjem?



26. Temena 20-ougla su numerisana brojevima od 1 do 20 tako da je svako teme numerisano različitim brojem i pri tome je razlika brojeva kojima su obeležena susedna temena jednaka 1 ili 2 (po apsolutnoj vrednosti). Stranice 20-ougla kod kojih se brojevi, kojima su označeni njihovi krajevi, razlikuju za 1, obojene su crvenom bojom. Koliko stranica 20-ougla je obojeno crvenom bojom?

- A) 1 B) 2 V) 5 G) 10 D) postoji više različitih rešenja

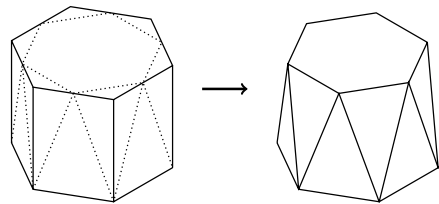
27. Neka je N prirodan broj. Koliko ima prirodnih brojeva većih od $\sqrt{N^2 + N + 1}$, a manjih od $\sqrt{9N^2 + N + 1}$?

- A) $N + 1$ B) $2N - 1$ V) $2N$ G) $2N + 1$ D) $3N$

28. Neka je (a_n) niz racionalnih brojeva takav da je prvi član niza veći od 0, a manji do 1, a za svaki prirodan broj n važi da je $a_{2n} = a_2 \cdot a_n + 1$ i $a_{2n+1} = a_2 \cdot a_n - 2$. Ako je $a_7 = 2$, kolika je vrednost člana a_2 ?

- A) jednaka je a_1 B) 2 V) 3 G) 4 D) 5

29. Od pravilne šestostrane prizme odsečeni su njeni delovi, kao na slici desno. Od gornje osnove, dobijen je manji, pravilan šestougao dok omotač dobijenog tela čine dvanaest jednakokrakih trouglova, tačnije dve šestorke međusobno podudarnih trouglova. Koji deo zapremine početne prizme je odsečen?



- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ V) $\frac{1}{4\sqrt{3}}$ G) $\frac{1}{6\sqrt{2}}$ D) $\frac{1}{6\sqrt{3}}$

30. Meč malog fudbala između Asela i Besela odigran je na terenu čije je gledalište pravougaonog oblika. Ako je poznato da je u svakom redu (vrsti) sedelo 11 navijača Asela, da je u svakoj koloni sedelo 14 navijača Besela i da je ostalo 17 upražnjenih mesta tokom meča, koliki je najmanji broj mogućih mesta za sedenje na tom pravougaonom gledalištu?

- A) 500 B) 660 V) 690 G) 840 D) 994

Zadaci: „Kangaroo Meeting 2021”, Antwerpen, Kraljevina Belgija
 Organizator takmičenja: Društvo matematičara Srbije
 Prevod: Teodora Trifunović, Marko Dabić,
 doc. dr Aleksandar Milenković, doc. dr Nenad Stojanović
 Recenzent: prof. dr Zoran Kadelburg