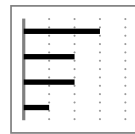


# Matematičko natjecanje „Klokan bez granica” 2022.

## 11 – 12. razred

### Zadaci koji vrijede 3 boda

1. Dijagram na slici desno prikazuje koliko je Luka proveo vremena koristeći 4 aplikacije na svom telefonu prošlog tjedna. Na dijagramu su prikazane aplikacije od najvećeg do najmanjeg utrošenog vremena. Ovog tjedna Luka je prepolovio vrijeme koje je proveo koristeći dvije aplikacije, dok je na druge dvije aplikacije utrošio isto vremena kao i prošlog tjedna. Koji od sljedećih dijagrama ne može predstavljati vrijeme koje je Luka proveo ove sedmice koristeći promatrane aplikacije?



- A) B) C) D) E)

2. Koliko ima prirodnih troznamenastih brojeva djeljivih s 13?

- A) 68    B) 69    C) 70    D) 76    E) 77

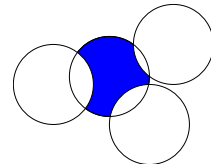
3. Mia je starija od Ane, a mlađa od Ive. Tea je starija od Mie. Koje dvije djevojke mogu biti istih godina?

- A) Ana i Tea    B) Tea i Iva    C) Iva i Ana    D) Mia i Iva    E) Tea i Mia

4. Umnožak znamenki desetoznamenastog prirodnog broja je 15. Koliki je zbroj znamenki tog broja?

- A) 8    B) 12    C) 15    D) 16    E) 20

5. Četiri kruga, svaki polumjera 1, sijeku se kao što je prikazano na slici desno. Koliki je opseg obojanog lika na slici?



- A)  $\pi$     B) broj između  $\frac{3\pi}{2}$  i  $2\pi$     C)  $\frac{3\pi}{2}$     D)  $2\pi$     E)  $\pi^2$

6. David ispisuje, u rastućem poretku, prirodne brojeve od 2 do 2022, koji sadrže samo znamenke 0 i 2. Koji se broj nalazi točno u sredini tog niza?

- A) 200    B) 220    C) 222    D) 2000    E) 2002

7. Broj realnih rješenja jednadžbe  $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 = 0$  je

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

8. Neka su  $a, b$  i  $c$  realni brojevi različiti od nule. Ako su brojevi  $-2 \cdot a^4 \cdot b^3 \cdot c^2$  i  $3 \cdot a^3 \cdot b^5 \cdot c^{-4}$  istog znaka, koja od sljedećih tvrdnji je sigurno točna?

- A)  $ab > 0$     B)  $b < 0$     C)  $c > 0$     D)  $bc > 0$     E)  $a < 0$

9. Mika je na pravcu označio točke  $A, B, C$  i  $D$  kao što je prikazano na slici ispod.

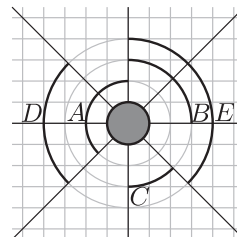


Ako je  $AC = 12$  cm i  $BD = 18$  cm, kolika je udaljenost između polovišta dužine  $AB$  i polovišta dužine  $CD$ ?

- A) 15 cm    B) 12 cm    C) 18 cm    D) 6 cm    E) 9 cm

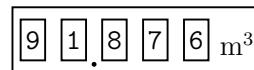
10. Četiri pravca se sijeku i tvore osam jednakih kutova od po  $45^\circ$ , kao što je prikazano na slici desno. Koji od označenih crnih kružnih lukova ima duljinu jednaku opsegu sivog kruga s najmanjim polumjerom?

- A)  $A$     B)  $B$     C)  $C$     D)  $D$     E)  $E$



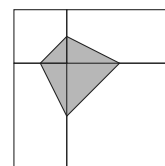
**Zadaci koji vrijede 4 boda**

11. Ivan je primjetio da vodomjer u njegovom kupatilu prikazuje broj sa slike, čije su sve znamenke različite. Koliko vode će biti potrošeno do narednog pojavljivanja broja sa svim različitim znamenkama na vodomjeru?



- A)  $0.006 \text{ m}^3$     B)  $0.034 \text{ m}^3$     C)  $0.086 \text{ m}^3$     D)  $0.137 \text{ m}^3$     E)  $1.048 \text{ m}^3$

12. Veliki kvadrat podjeljen je na dva različita kvadrata i dva sukladna pravokutnika kao što je prikazano na slici desno. Vrhovi sivog četverokuta su polovišta stranica dva kvadrata. Ako je površina sivog četverokuta 3, kolika je površina bijelog dijela velikog kvadrata?

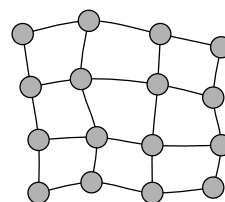


- A) 12    B) 15    C) 18    D) 21    E) 24

13. Koji je najveći zajednički djelitelj brojeva  $2^{2021} + 2^{2022}$  i  $3^{2021} + 3^{2022}$ ?

- A)  $2^{2021}$     B) 1    C) 2    D) 6    E) 12

14. Na mapi desno predstavljena je oblast sa 16 gradova povezanih putevima. Vlada želi sagraditi elektrane u nekim od ovih gradova. Svaka elektrana može osigurati dovoljnu količinu električne energije za grad u kom se nalazi i za gradove koji su povezani s tim gradom točno jednim putem. Koji je najmanji broj elektrana koji je potrebno izgraditi kako bi svaki grad imao dovoljno električne energije?



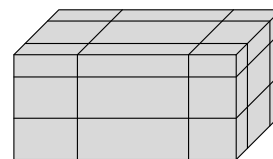
- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7

15. Koji se par prikazanih dijelova može spojiti kako bi se dobio predmet prikazan na slici desno?



- A)    B)    C)    D)    E)

16. Kvadar oplošja  $S$  isječen je pomoću šest ravnina na 27 manjih djelova, kao što je prikazano na slici desno. Svaka ravnina je paralelna s dvije strane kvadra, ali njezino rastojanje od strana je proizvoljno. U ovisnosti o  $S$ , kolika je ukupno oplošje svih 27 manjih djelova?



- A)  $2S$     B)  $\frac{5}{2}S$   
 C)  $3S$     D)  $4S$     E) ništa od prethodnog

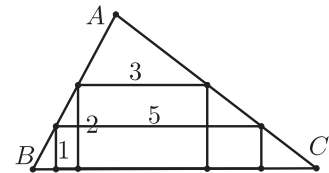
17. Aritmetička sredina brojeva  $a_1, a_2, a_3, a_4$  i  $a_5$  je 24. Aritmetička sredina brojeva  $a_1, a_2$  i  $a_3$  je 19, dok je aritmetička sredina brojeva  $a_3, a_4$  i  $a_5$  28. Kolika je vrijednost broja  $a_3$ ?

- A) 20    B) 21    C) 22    D) 23    E) 24

18. Marta je jedan od 8 sudionika na turniru. Ona zna da će pobijediti sve osim Marka, koji će pobijediti u svim mečevima. U prvoj rundi su natjecatelji podijeljeni na slučajnan način u 4 para i svi pobjednici mečeva prolaze u drugu rundu. U drugoj rundi se igraju dva meča i pobjednici prolaze u finale. Koja je vjerojatnost da Marta neće igrati u finalu?

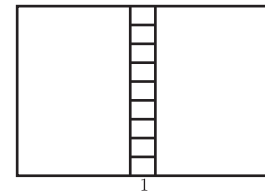
- A) 1    B)  $\frac{1}{2}$     C)  $\frac{2}{7}$     D)  $\frac{3}{7}$     E)  $\frac{4}{7}$

19. Dva pravokutnika dimenzija  $1 \times 5$  i  $2 \times 3$  upisana su u trokut  $ABC$ , kao što je prikazano na slici desno. Kolika je visina trokuta  $ABC$  koja odgovara stranici  $BC$ ?



- A) 3    B)  $\frac{7}{2}$     C)  $\frac{8}{3}$     D)  $\frac{16}{5}$     E) ništa od prethodnog

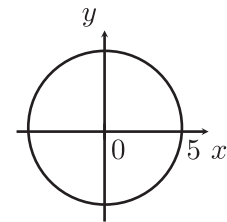
20. Veliki pravokutnik na slici desno podijeljen je na 11 manjih pravokutnika koji su slični velikom pravokutniku. Dva dobivena veća pravokutnika su sukladna, a međusobno su sukladni i preostalih 9 manjih. Ako je duljina duže stranice najmanjeg pravokutnika jednaka 1, koliki je opseg najvećeg pravokutnika?



- A) 20    B) 24    C) 27    D) 30    E) 36

**Zadaci koji vrijede 5 bodova**

21. Dana je kružnica sa središtem u ishodištu, polumjera duljine 5 (slika desno). Za koliko točaka koje pripadaju kružnici vrijedi da su obje koordinate te točke cjelobrojne?

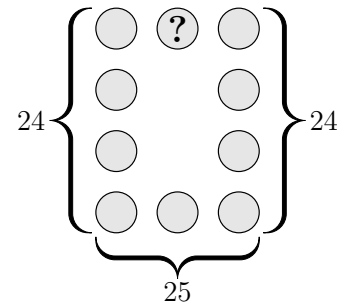


- A) 5    B) 8    C) 12    D) 16    E) 20

22. Koliko troznamenkastih prirodnih brojeva je jednako peterostrukoj vrijednosti umnoška znamenki tog broja?

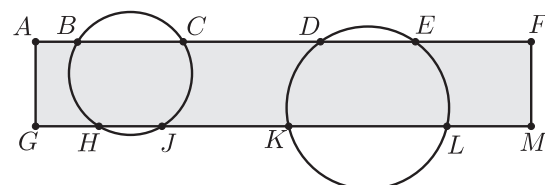
- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

23. Prvih 10 prirodnih brojeva je upisano u krugove na slici desno, tako da je svaki broj upisan točno jednom. Zbroj brojeva u oba stupca posebno jednak je 24, dok je zbroj brojeva u donjem retku jednak 25. Koji je broj upisan u krug označen znakom pitanja?



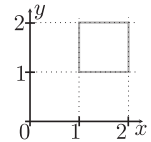
- A) 2    B) 4    C) 5  
D) 6    E) ništa od navedenog

24. Dva kruga su presječena pravokutnikom  $AGMF$ , kao na slici desno. Ako je  $AB = 8$ ,  $CD = 26$ ,  $EF = 22$ ,  $GH = 12$  i  $JK = 24$ , kolika je duljina dužine  $LM$ ?



- A) 14    B) 15    C) 16    D) 17    E) 18

25. Svaka točka  $(x, y)$  koja pripada zatvorenoj crti oblika kvadrata (slika desno) preslika se u točku  $\left(\frac{1}{x}, \frac{1}{y}\right)$ . Koja se zatvorena crta dobiva tim preslikavanjem?



- A) B) C) D) E)

26. Vrhovi 20-kuta su numerirani brojevima od 1 do 20 tako da je svaki vrh numeriran različitim brojem i pri tome je razlika brojeva kojima su obilježeni susjedni vrhovi jednak 1 ili 2 (po apsolutnoj vrijednosti). Stranice 20-kuta kod kojih se brojevi, kojima su označeni njihovi krajevi, razlikuju za 1, obojane su crvenom bojom. Koliko je stranica 20-kuta obojano crvenom bojom?

- A) 1    B) 2    C) 5    D) 10    E) postoji više različitih rješenja

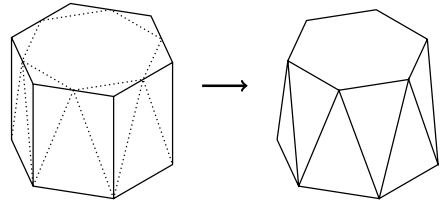
27. Neka je  $N$  prirodan broj. Koliko ima prirodnih brojeva većih od  $\sqrt{N^2 + N + 1}$ , a manjih od  $\sqrt{9N^2 + N + 1}$ ?

- A)  $N + 1$     B)  $2N - 1$     C)  $2N$     D)  $2N + 1$     E)  $3N$

28. Neka je  $(a_n)$  niz racionalnih brojeva takav da je prvi član niza veći od 0, a manji do 1, a za svaki prirodan broj  $n$  važi da je  $a_{2n} = a_2 \cdot a_n + 1$  i  $a_{2n+1} = a_2 \cdot a_n - 2$ . Ako je  $a_7 = 2$ , kolika je vrijednost člana  $a_2$ ?

- A) jednaka je  $a_1$     B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

29. Od pravilne šesterostrane prizme odjsečeni su njeni dijelovi, kao na slici desno. Od gornje osnovke, dobiven je manji, pravilan šesterokut dok plašt dobivenog tijela tvori dvanaest jednakočnih trokuta, točnije dvije šestorke međusobno sukladnih trokuta. Koji dio obujma početne prizme je odsječen?



- A)  $\frac{1}{12}$     B)  $\frac{1}{6}$     C)  $\frac{1}{4\sqrt{3}}$     D)  $\frac{1}{6\sqrt{2}}$     E)  $\frac{1}{6\sqrt{3}}$

30. Meč malog nogometa između Asela i Besela odigran je na terenu čije je gledalište pravokutnog oblika. Ako je poznato da je u svakom redu (retku) sjedilo 11 navijača Asela, da je u svakom stupcu sjedilo 14 navijača Besela i da je ostalo 17 upražnjenih mjesta tijekom meča, koliki je najmanji broj mogućih mjesta za sjedenje na tom pravokutnom gledalištu?

- A) 500    B) 660    C) 690    D) 840    E) 994