

Matematičko takmičenje „Kengur bez granica” 2021.

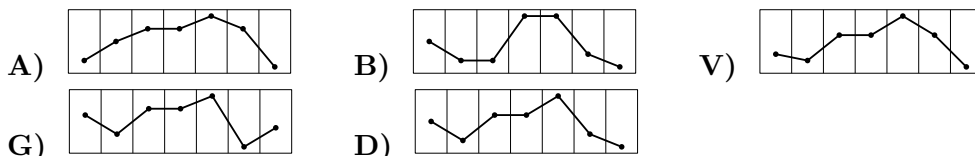
11 – 12. razred

Zadaci koji vrede 3 poena

1. Na Tamarinoj aplikaciji za vremensku prognozu prikazana je prognoza vremena sa maksimalnim temperaturama za narednih sedam dana (videti sliku ispod).

-1 °C	-4 °C	0 °C	0 °C	3 °C	-3 °C	-5 °C
Pet	Sub	Ned	Pon	Uto	Sre	Čet

Na kojoj od sledećih slika je prikazan grafik maksimalnih prognoziranih temperatura?



2. Koliko ima celih brojeva u intervalu $(20 - \sqrt{21}, 20 + \sqrt{21})$?

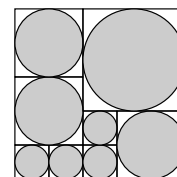
- A) 9 B) 10 V) 11 G) 12 D) 13

3. Kocka ivice dužine 1 je rasečena na dva identična kvadra. Površina jednog dobijenog kvadra jednaka je:

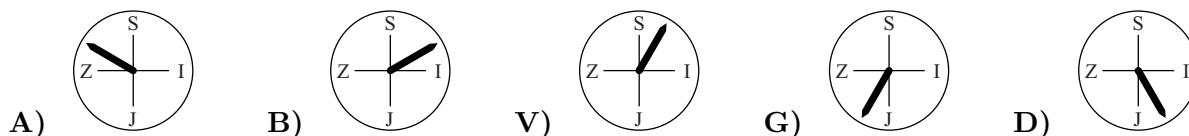
- A) $\frac{3}{2}$ B) 2 V) 3 G) 4 D) 5

4. Veliki kvadrat je podeljen na manje kvadrate kao što je prikazano na slici desno. U svaki od dobijenih manjih kvadrata upisan je osenčeni krug. Koji deo površine velikog kvadrata je osenčen?

- A) $\frac{8\pi}{9}$ B) $\frac{13\pi}{16}$ V) $\frac{3}{\pi}$ G) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{\pi}{4}$



5. Posle sinoćnje oluje jarbol sa zastavom na našoj školi je nagnut. Gledajući iz pravca severozapada, vrh jarbola nalazi se desno od donje tačke. Gledajući iz pravca istoka, vrh jarbola je, takođe, desno od donje tačke. U kom smeru može biti nagnut jarbol?



6. Pravougaoni list papira je dužine x i širine y , pri čemu je $x > y$. Pravougaoni papir se može preklopiti tako da se dobije kružni cilindar na dva različita načina. U kom odnosu su zapremine prostora unutar višeg i unutar nižeg cilindra?

- A) $y^2 : x^2$ B) $y : x$ V) $1 : 1$ G) $x : y$ D) $x^2 : y^2$

7. Neka je $x = \frac{\pi}{4}$. Koji je od sledećih brojeva najveći?

- A) x^4 B) x^2 V) x G) \sqrt{x} D) $\sqrt[4]{x}$

8. Koliko ima trocifrenih brojeva koji sadrže samo cifre 1, 3 i 5 koji su deljivi sa 3, pri čemu se cifre mogu ponavljati?

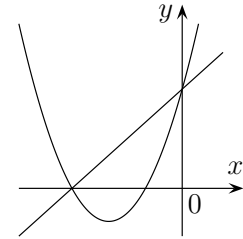
- A) 3 B) 6 V) 9 G) 18 D) 27

9. Odrediti površinu trougla čija su temena u tačkama (p, q) , $(3p, q)$ i $(2p, 3q)$, ako važi $p, q > 0$?

- A) $\frac{pq}{2}$ B) pq V) $2pq$ G) $3pq$ D) $4pq$

10. Jednačina parabole na slici desno je oblika $y = ax^2 + bx + c$ za neke različite realne brojeve a, b i c . Koja od sledećih jednačina može biti jednačina prave na slici?

- A) $y = bx + c$ B) $y = cx + b$ V) $y = ax + b$
 G) $y = ax + c$ D) $y = cx + a$



Zadaci koji vrede 4 poena

11. Koji deo svih delilaca broja $7!$ čine neparni brojevi?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ V) $\frac{1}{4}$ G) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$

12. Ako je $A = (0, 1) \cup (2, 3)$ i $B = (1, 2) \cup (3, 4)$, odrediti skup svih brojeva oblika $a + b$, gde je $a \in A$ i $b \in B$?

- A) $(1, 7)$ B) $(1, 5) \cup (5, 7)$
 V) $(1, 3) \cup (3, 7)$ G) $(1, 3) \cup (3, 5) \cup (5, 7)$ D) nijedan od ponuđenih odgovora A) – G)

13. Koliko trocifrenih prirodnih brojeva ima osobinu da se, kada mu se cifre napišu obrnutim redosledom, dobije trocifren broj koji je za 99 veći od polaznog broja?

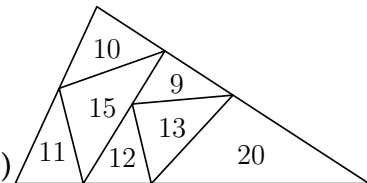
- A) 8 B) 64 V) 72 G) 80 D) 81

14. Prvih 1000 prirodnih brojeva su napisani u niz u nekom redosledu i izračunati su zbirovi svaka tri uzastopna broja. Koliko se najviše neparnih zbirova može dobiti?

- A) 997 B) 996 V) 995 G) 994 D) 993

15. Veliki trougao je podeljen na manje trouglove kao što je prikazano na slici desno. Broj upisan u trougao predstavlja njegov obim. Odrediti obim velikog trougla?

- A) 31 B) 34
 V) 41 G) 62 D) nijedan od ponuđenih odgovora A) – G)





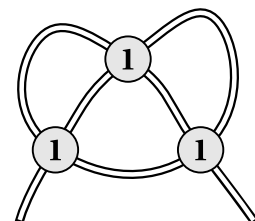
16. Za prirodan broj N sa $p(N)$ ćemo obeležiti proizvod cifara broja N zapisanog u dekadnom zapisu. Na primer, $p(23) = 2 \cdot 3 = 6$. Odrediti vrednost zbira

$$p(10) + p(11) + p(12) + \dots + p(99) + p(100).$$

- A) 2025 B) 4500
 V) 5005 G) 5050 D) nijedan od ponuđenih odgovora A) – G)

17. Na stolu leži komad kanapa koji je prekriven sa tri novčića kao što je prikazano na slici desno. Ispod svakog novčića podjednako je

verovatno da kanap preko sebe prelazi ovako:  ili ovako: . Kolika je verovatnoća da će se kanap zavezati kada se povuku njegovi krajevi?



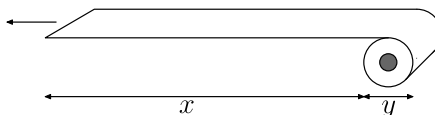
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ V) $\frac{1}{8}$ G) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{8}$

18. U kvadratu 5×5 na slici desno zbrojevi brojeva u svakoj vrsti i u svakoj koloni su jednaki. U svako polje je upisan po jedan broj, ali neki od brojeva nisu prikazani na slici. Koji broj je upisan u polje sa znakom pitanja?

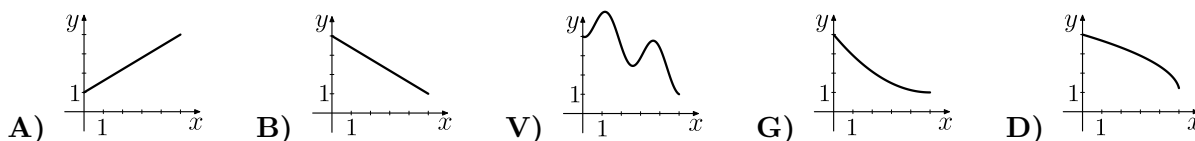
	16		22	
20		21		2
	25		1	
24		5		6
	4		?	

- A) 8 B) 10 V) 12 G) 18 D) 23

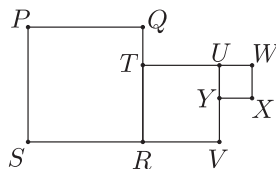
19. Nestašno štene je uhvatilo kraj rolne toalet papira i kretalo se konstantnom brzinom odmotavajući papir (videti sliku ispod).



Koja od sledećih funkcija najbolje opisuje zavisnost debljine rolne y kao funkcije odmotanog dela x ?



20. Na slici ispod prikazana su tri kvadrata $PQRS$, $TRVU$ i $UWXY$ pozicionirana tako da se dodiruju. Tačke P , T i X leže na istoj pravou. Površina kvadrata $PQRS$ je 36, a površina kvadrata $TRVU$ je 16.



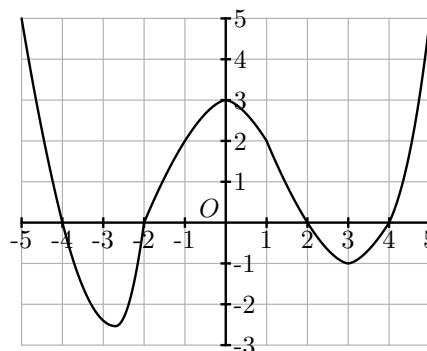
Površina trougla PXV jednaka je:

- A) $14\frac{2}{3}$ B) $15\frac{1}{3}$ V) 16 G) $17\frac{2}{3}$ D) 18

Zadaci koji vrede 5 poena

21. Na slici desno prikazan je grafik funkcije $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$. Koliko različitih rešenja ima jednačina $f(f(x)) = 0$?

- A) 2 B) 4 V) 6 G) 7 D) 8



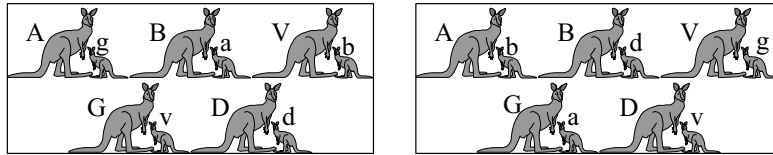
22. Na tabli su napisani brojevi 1, 2, 7, 9, 10, 15 i 19. Dva igrača naizmenično brišu po jedan broj sve dok ne ostane samo jedan broj na tabli. Zbir brojeva koje je obrisao jedan od igrača je dva puta veći od zbira brojeva koje je obrisao drugi igrač. Koji broj je ostao na tabli?

- A) 7 B) 9 V) 10 G) 15 D) 19

23. Funkcija $f(x)$ je takva da je $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ za sve realne brojeve x i y i $f(1) = 2$. Odrediti vrednost izraza $\frac{f(2)}{f(1)} + \frac{f(3)}{f(2)} + \dots + \frac{f(2021)}{f(2020)}$.

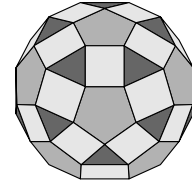
- A) 0 B) $\frac{1}{2}$ V) 2 G) 2020 D) nijedan od odgovora A) – G) nije tačan

24. Svaka od pet kengurica, koje se zovu A, B, V, G i D, ima po jedno dete. Deca se zovu a, b, v, g i d. Na prvoj slici ispod tačno dvoje dece stoji pored svojih majki. Na drugoj slici ispod tačno troje dece stoji pored svojih majki. Kako se zove majka kengura a?



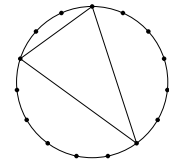
- A) A B) B V) V G) G D) D

25. Poliedar dat na slici desno ima 12 strana koje su pravilni petouglovi, a ostale strane su ili jednakostranični trouglovi ili kvadrati. Svaka petougaona strana je okružena sa 5 kvadratnih strana i svaka trougaona strana je okružena sa 3 kvadratne strane. Jovan je napisao broj 1 na svakoj trougaonoj strani, broj 5 na svakoj petougaonoj strani i -1 na svakom kvadratu. Zbir svih brojeva napisanih na stranama poliedra jednak je:



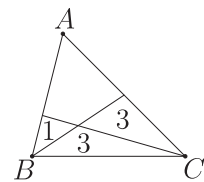
- A) 202 B) 50 V) 60 G) 80 D) 120

26. Na krugu je raspoređeno 15 tačaka, tako da su rastojanja između svake dve susedne jednaka. Spajajući bilo koje tri tačke od njih formiramo trougao. Za dva trougla kažemo da su ista ako se jedan dobija rotacijom i/ili refleksijom drugog. Koliko različitih trouglova se može nacrtati?



- A) 19 B) 91 V) 46 G) 455 D) 23

27. Trougao ABC je dvema dužima podeljen na 4 dela, kao što je prikazano na slici desno. Površine manjih trouglova su 1, 3 i 3. Kolika je površina trougla ABC ?

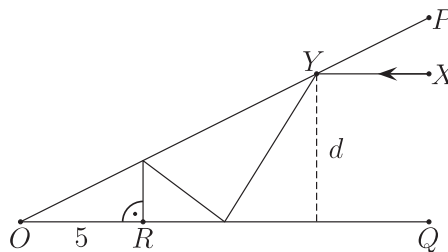


- A) 12 B) 12,5 V) 13 G) 13,5 D) 14

28. Neka je $M(k)$ maksimalna vrednost od $|4x^2 - 4x + k|$ za x iz intervala $[-1, 1]$, gde k može biti bilo koji realan broj. Odrediti minimalnu moguću vrednost za $M(k)$?

- A) 4 B) $\frac{9}{2}$ V) 5 G) $\frac{11}{2}$ D) 8

29. Dva ravna ogledala OP i OQ su nagnuta pod ostrim uglom (videti sliku ispod). Zrak svetlosti XY , paralelan ogledalu OQ udara u ogledalo OP u tački Y . Zrak se zatim odbija i pogađa ogledalo OQ , pa se ponovo odbija i pogađa ogledalo OP i odbija se treći put i pogađa ogledalo OQ pod pravim uglom u tački R , kao što je prikazano na slici.



Dužina duži OR jednaka je 5 cm. Zrak XY je d cm udaljen od ogledala OQ . Tada je d jednako:

- A) 4 B) 4,5 V) 5 G) 5,5 D) 6

30. U izvesnoj igri pobeđuje igrač koji stekne 3 poena prednosti. Dva igrača A i B igraju tu igru i u jednom trenutku A ima 1 poen prednosti. Svaki igrač ima jednaku verovatnoću da osvoji sledeći poen. Kolika je verovatnoća da igrač A pobeđi u igri?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ V) $\frac{3}{4}$ G) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{6}$