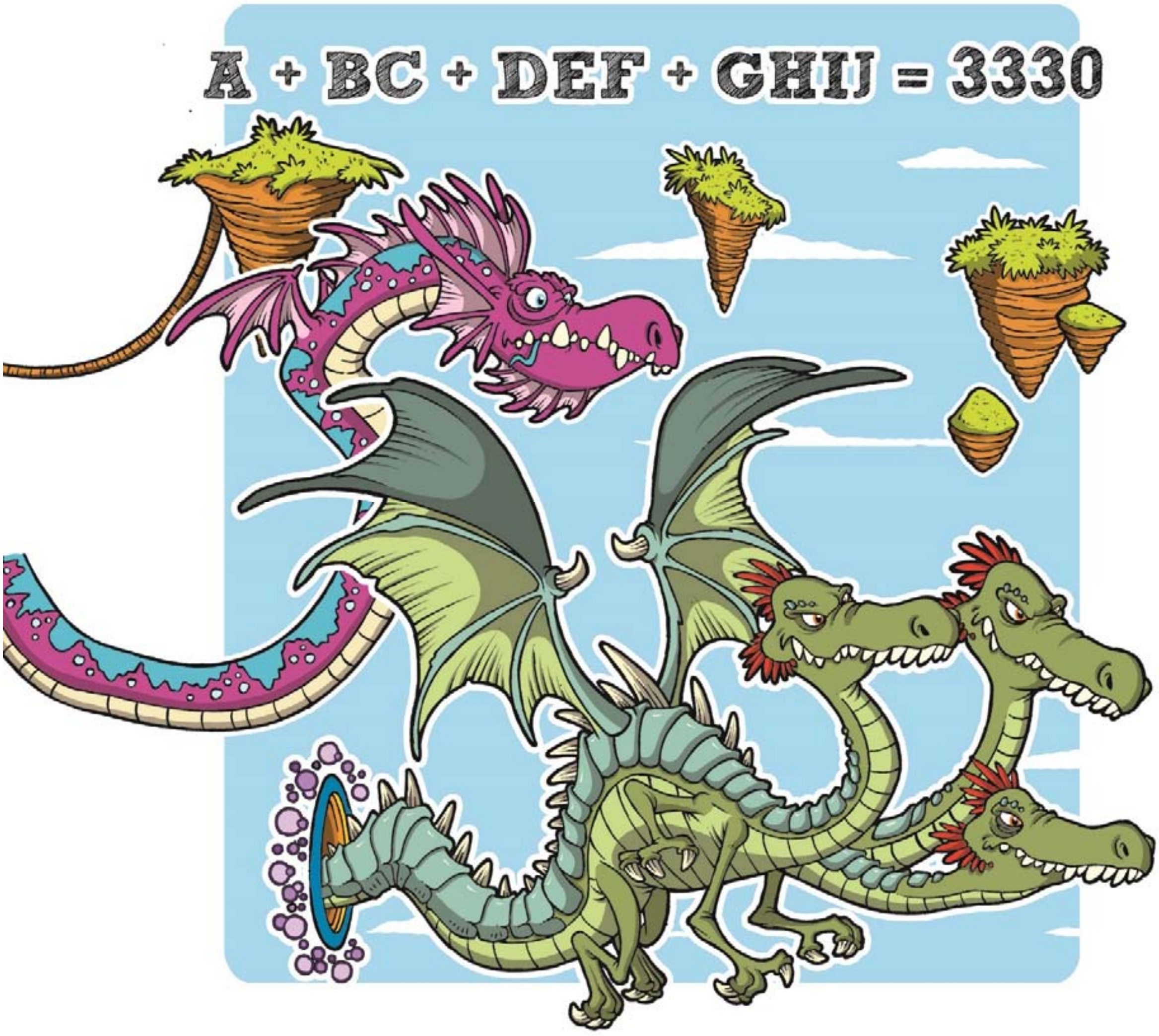
МАТЕМАТИЧКИ ЛИСТ 2020/21. бр. LV- 5



РЕЗУЛТАТИ, УПУТСТВА ИЛИ РЕШЕЊА ЗАДАТАКА ИЗ РУБРИКЕ ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

РЕШЕЊА

III разред

1. 999, 992, 929, 922, 299, 292, 229 и 222.

2. а) 500 D и 750 DCCL;
   б) CXX 120 и CMLXIII 963 .

3. а) $500 : 10 \cdot 2 = 50 \cdot 2 = 100$ б) $252 + 379 - 127 = 631 - 127 = 504$
   в) $(415 + 217) : 2 = 632 : 2 = 316$ г) $959 : 7 - 23 \cdot 4 = 137 - 92 = 45$.

4.
   а) $529 + x = 700$

   $x = 700 - 529$
   $x = 171$

   б) $403 - x = 187$

   $x = 403 - 187$
   $x = 216$

   в) $8 \cdot x = 280$

   $x = 280 : 8$
   $x = 35$

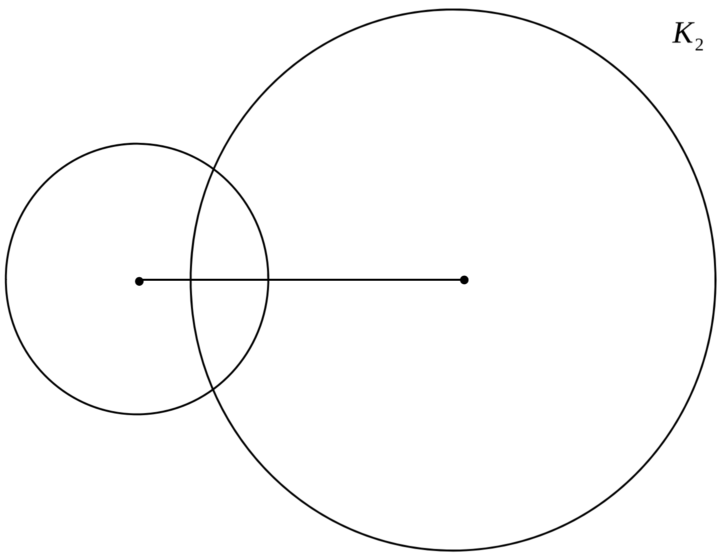
   г) $612 : x = 3$

   $x = 612 : 3$
   $x = 204$

5. а) $358 + 178 = 536$ б) $524 - 245 = 279$ в) $140 \cdot 5 = 700$ г) $296 : 4 = 74$.

6. CCCL, CD, CDL, D, DL, DC, DCL, DCC и DCCL.

7. Полупречник првог круга је 2*cm*, а полупречник другог круга је 4*cm.*



8. $O = 4 \cdot a$; $a = 1dm\ 8cm = 18cm$; $O = 4 \cdot 18cm = 72cm = 7dm\ 2cm$.

9. Разлика остаје непромењена ако се и умањеник и умањилац увећају за исти број.

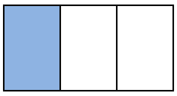
10. Временска разлика је 1 сат више у Београду него у Лондону. Пера би требао брата да назове када у Београду буде 18 сати, те је Пери остало још $18h - 14h\,45$ min $= 17h\,60$ min $- 14h\,45$ min $= 3h\,15$ min. Пера треба брата да назове за 3 сата и 15 минута.

11.

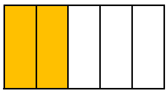
а) $202 - 17 \cdot 6 = 202 - 102 = 100$
б) $777 + (207 - 198) = 777 + 9 = 786$
в) $(412 + 293) : 3 = 705 : 3 = 235$
г) $225 \cdot 4 - (400 - 357) = 900 - 43 = 857$

12. Цену оловке озачимо са x, а оловке са $5 \cdot x$. Тада је $x + 5 \cdot x = 240$; $6 \cdot x = 240$; $x = 240 : 6$, па је $x = 40$. Оловка је коштала 40 динара, а свеска 200 динара.

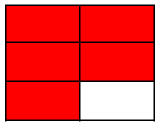
13.



$\frac{1}{3}$



$\frac{2}{5}$



$\frac{5}{6}$

14.

а) $x + 123 < 128$

	0	1	2	3	4	5
x+123	123	124	125	126	127	128

$x \in \{0,1,2,3,4\}$
Најмањи број који је решење ове неједначине је 0, а највећи је 4.

б) $x - 3 < 6$

	3	4	5	6	7	8	9
x - 3	0	1	2	3	4	5	6

$x \in \{3,4,5,6,7,8\}$
Најмањи број који је решење ове неједначине је 3, а највећи је 8.

в) $9 - x > 2$

	0	1	2	3	4	5	6	7
$9 - x$	9	8	7	6	5	4	3	2

$x \in \{0,1,2,3,4,5,6\}$
Најмањи број који је решење ове неједначине је 0, а највећи је 6.

15. Површина је 10 $\square$

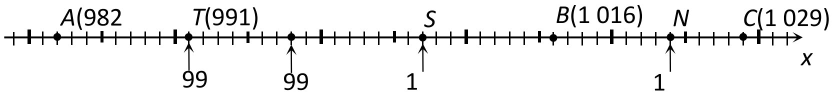
16. $O = 4 \cdot a$, $60cm = 4 \cdot a$, $a = 60cm : 4$, онда $a = 15cm$.
Дужина правоугаоника је $a_1 = 15cm : 5 = 3cm$, а ширина правоугаоника је $b_1 = 12cm : 3 = 5cm$.
Обим правоугаоника је $O = 2 \cdot a_1 + 2 \cdot b_1$, $O = 2 \cdot 3cm + 2 \cdot 5cm$, $O = 6cm + 10cm$, $O = 16cm$.

17. а) До циља је стигао Јова.
б) Вања је прешао $\frac{3}{5}$ пута од 1000 метара, што износи $(1000m : 5) \cdot 3 = 600m$.

IV разред

1. а) <u>99088</u> , <u>99089</u> , 99090;

б) 909999, <u>910000</u> , <u>910001</u> .

2. 

3. а) 8808 < 8880; б) 80008 > 8008; в) * * * 1 * > * 9 * * (петоцифрени број је већи од четвороцифреног).

4. 92000 – 10019 = 81981.

5. Цифра стотина траженог броја је 3.
То значи да је збир цифара десетица и јединица број 4, па цифре могу бити 4 и 0, 3 и 1, 2 и 2.
Тражени бројеви су 340, 304, 331, 313 и 322.

6. а) 2021 + 43 = **2064**; б) 2021 – 43 = **1978**; в) 2021 · 43 = **86903**: г) 2021 : 43 = **47**.

7. Кад се умањилац повећао за 75, разлика се смањила за 75.

а) Да би се разлика повећала за 100, умањеник треба **повећати за 175**;

б) Да би се разлика смањила за 10, умањеник треба **повећати за 65**.

8. а) 310 – 15 · 4 + 3 = 310 – 60 + 3 = **253**;

б) (310 – 15) · 4 + 3 = 295 · 4 + 3 = 1180 + 3 = **1183**;

в) (310 – 15) · (4 + 3) = 295 · 7 = **2065**;

г) 310 – (15 · 4 + 3) = 310 – 63 = **247**.

9.

(1) $x = 10000 - 1236$	(2) $x = 1256 + 7777$	(3) $x = 1001 - 27$
$x =$ **8764**	$x =$ **9033**	$x =$ **974**
(4) $x = 2021 : 47$	(5) $x = 58 \cdot 29$	(6) $x = 2021 : 43$
$x =$ **43**	$x =$ **1682**	$x =$ **47**

10. а) $x \geq 11$ и $x < 13 + 11$, $\boldsymbol{x \geq 11}$ **и** $\boldsymbol{x < 24, x \in \{11, 12, 13 \ldots 23\}}$;

б) $x \leq 102 - 97$, $\boldsymbol{x \leq 5, x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}}$;

в) $x > 5 \cdot 7$, $\boldsymbol{x > 35, x \in \{36, 37, 38 \ldots\}}$;

г) $9 \cdot x \leq 44 - 35$, $x \leq 9 : 9$, $\boldsymbol{x \leq 1, x \in \{1\}}$.

11. Ако је маса две велике кугле и две мале кугле 400g, онда је маса једне велике кугле и једне мале кугле 200g.
То значи да је укупна маса на другој слици 500g, па на свакој страни има по 250g.
Значи да је маса велике кугле 250g – 100g = **150g**.

12. (88 – 16) : 2 = 36, 36 + 16 = 52, 52 · 3 = 156
Треба му **156** белих дирки.

13. Ако је просечан број година такмичара 10, значи да је збир година свих такмичара $16 \cdot 10 = 160$.
Збир година свих такмичара и тренера је $17 \cdot 11 = 187$. Значи да тренер има $187 - 160 =$ **27 година**.

Други начин: Ако тренерове године означимо са x, тада је

$$16 \cdot 10 + x = 17 \cdot 11$$
$$160 + x = 187$$
$$x = 187 - 160$$
$$x = \mathbf{27}$$

14. а) $(42 : 7) \cdot 3 = 6 \cdot 3 = \mathbf{18}$;

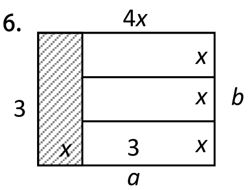
б) $\frac{1}{9}$ од 36 је $36 : 9 = 4$, а $\frac{4}{9}$ од 36 је $(36 : 9) \cdot 4 = \mathbf{16}$;

в) Ако је једна петина 5, онда је пет петина $5 \cdot 5 = \mathbf{25}$.

г) Ако је $\frac{3}{8}$ неког броја 27, онда је $\frac{1}{8}$ тог броја $27 : 3 = 9$, а цео број $\left(\frac{8}{8}\right)$ је $9 \cdot 8 = \mathbf{72}$.

15. Ако је једна половина стуба једнака $1m$ и још трећину стуба, онда је и друга половина стуба $1m$ и још трећину стуба. То значи да је цео стуб $2m$ и две трећине стуба, па је трећина стуба $2m$, а цео стуб је $6m$.

16.



$O_м = 16 \rightarrow 2 \cdot (x + 3x) = 16 \rightarrow 8x = 16 \rightarrow x = 2$

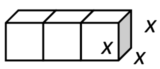
$a = 8\text{cm}$, $b = 6\text{cm}$

$O = 2 \cdot (8 + 6) \rightarrow O = 28\text{cm}$

$\downarrow$

$\boldsymbol{O_1 = 28\text{cm} \rightarrow a_1 = 7\text{cm} \rightarrow P_1 = 49\text{cm}^2}$.

17. $12\,x = 120cm$
$x = 10cm$

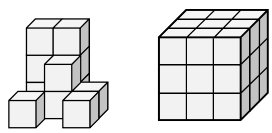


Ивица коцке је $10cm$, а ивице квадра су $30cm$, $10cm$ и $10cm$.
Збир свих ивица квадра је $4 \cdot (30cm + 10cm + 10cm) = \mathbf{200}\,\boldsymbol{cm}$.

$P = 4 \cdot (30 \cdot 10) + 2 \cdot 10 \cdot 10 \rightarrow \boldsymbol{P = 1400\,cm^2}$.

Други начин: $P = 14 \cdot x^2 \rightarrow P = 14 \cdot 100 \rightarrow \boldsymbol{P = 1400\,cm^2}$.

18. Фигура на слици ни у једном правцу нема више од 3 коцкице.
То значи да најмања коцка може бити састављена од три реда у којима има по 9 коцкица, укупно $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ коцкица.
У доњем реду има 6 коцкица, значи треба додати још 3. У средњем реду су 3 коцкице, значи да треба додати још 6, а у горњем реду су две коцкице, па треба додати још 7.
Укупно треба додати $6 + 3 + 7 = 16$ коцкица.
Ако је ивица мале коцкице 1cm, ивица велике коцке је 3cm, а њена површина је $6 \cdot 9cm^2 = 54cm^2$.



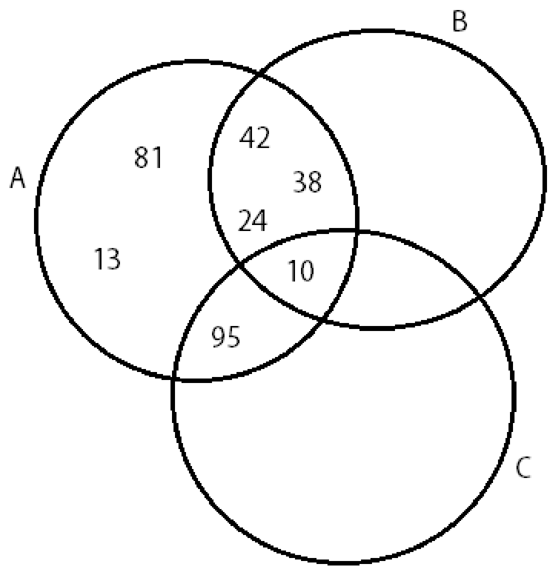
V разред

1. $(43 \cdot 47 - 2021) \cdot 202020212022 = 0.$

2.

а) $A = \{10, 13, 24, 38, 42, 81, 95\}$, $B = \{10,\ 24,\ 38,\ 42\}$, $C = \{10,\ 95\}$.

б) $B \cup C = \{10,\ 24,\ 38,\ 42, 95\}$, $A \cap B = \{10,\ 24,\ 38,\ 42\} = B$.



3. $\frac{3}{8},\ 1,\ \frac{13}{7},\ 2,\ \frac{31}{15}.$

4. $A = \{125, 131, 207, 381, 400, 819, 950\}$, $B = \{125, 400, 950\}$, $C = \{207, 819\}$.

$A \setminus (B \cap C) = A \setminus \emptyset = A$, $(A \setminus B) \cap C = \{131, 207, 381, 819\} \cap \{207, 819\} = C$.

5. Тачан одговор је: В) 5.

6. Упутство: Дате бројеве није обавезно множити већ раставити на чиниоце $25 \cdot 42 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$ и $52 \cdot 24 = 2^5 \cdot 3 \cdot 13$.

НЗД($25 \cdot 42,\ 52 \cdot 24$) = 6 и НЗС ($25 \cdot 42,\ 52 \cdot 24$) = $2^6 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 13$.

7. Одговор. Тражени количник је 5.

8. Тачан одговор је: в) .

9. Већа је реципрочна вредност броја $\frac{4}{15} : \frac{1}{3}$.

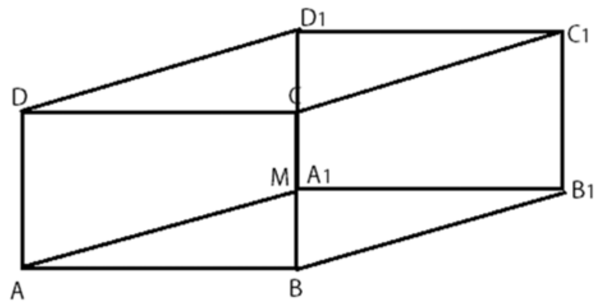
10. Резултати. а) $\frac{11}{15}$; б) $\frac{39}{20}$.

11. Резултат. $x = 8$.

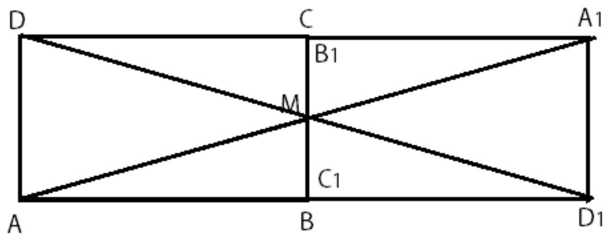
12. Резултат. $a = 4{,}4$ и $b = 3{,}6$.

13. Упутство. Користи трансверзалне углове.
Резултат. $\measuredangle ABD = 106^{0}$ и $\measuredangle ACD = 106^{0}$.

14.
Прво конструиши симетралу странице BC и одреди тачку M.
а)



б)



15. Одговор. Разлику бројева 1 и $\frac{1}{7}$ треба помножити са $\frac{4}{3}$ да би се добио збир истих бројева.

16. Резултат. Размера бројева $1 + \frac{3}{7}$ и $2 - \frac{3}{7}$ је 10 : 11.

17. а) Резултат. $\alpha = 55^{0}\ 45'\ 19''$.
б) Резултат. $\alpha = 100^{0}$, $\beta = 80^{0}$.

18. Резултат. $x > 1$.

VI разред

1. $\left(12\cdot(-6)-(-72):(-6)\right)\cdot(-2)=-84\cdot(-2)=168$

2. Решења једначине $|x|=2$ су 2 и -2, а њихов количник -1.
Решења неједначине $|x|<5$ су $-4,-3,-2,-1,0,1,2,3$ и 4, а њихов производ 0.
Већи је производ целих бројева који су решење неједначине $|x|<5$.

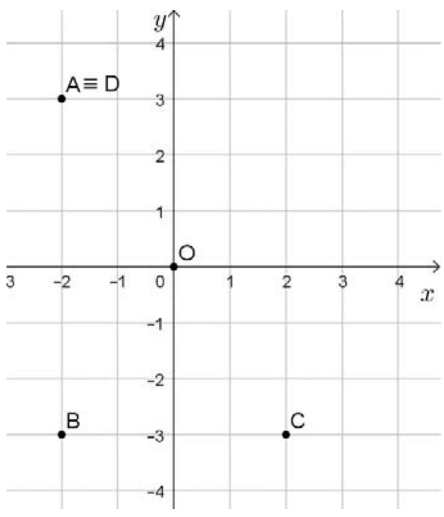
3. а) $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{8}\right):(-2)-16\frac{1}{4}:(-4)=\frac{3}{8}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{65}{4}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{3}{16}+\frac{65}{16}=\frac{62}{16}=\frac{31}{8}=3\frac{7}{8}$
б) $\left(-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right):(-3)+\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{6}\right):(-2)=-\frac{5}{4}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{12}+\frac{4}{12}-\frac{1}{12}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$
в) $8-(-4):0{,}4+0{,}6+(-1{,}8):3=8+10+0{,}6-0{,}6=18$

4. $\frac{1}{2}-\frac{2}{5}=0{,}5-0{,}4=0{,}1$
$0{,}1\cdot x=350,\ \ x=350:0{,}1=3500:1=3500$
Дужина целог пута је $3500\ m$.

5. $x\geq-8$, најмањи цео број који припада скупу решења неједначине је -8.

6. $\frac{3}{4}-x\leq4{,}5+\left(-1\frac{1}{3}\right),\ \ x\geq-2\frac{5}{12}$
Производ свих негативних целих бројева је $-2\cdot(-1)=2$.

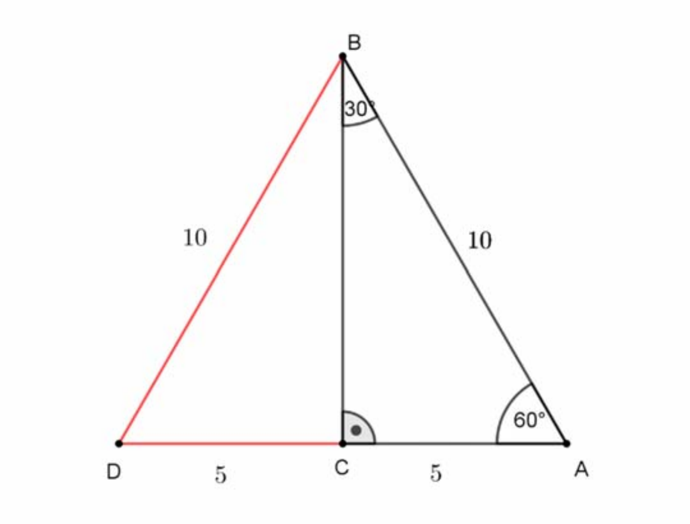
7.



8. одлично: $\frac{6}{25}=\frac{24}{100}=24\ \%$, врло добро: $\frac{8}{25}=\frac{32}{100}=32\ \%$, добро: $\frac{4}{25}=\frac{16}{100}=16\ \%$, довољно: $\frac{7}{25}=\frac{28}{100}=28\ \%$.

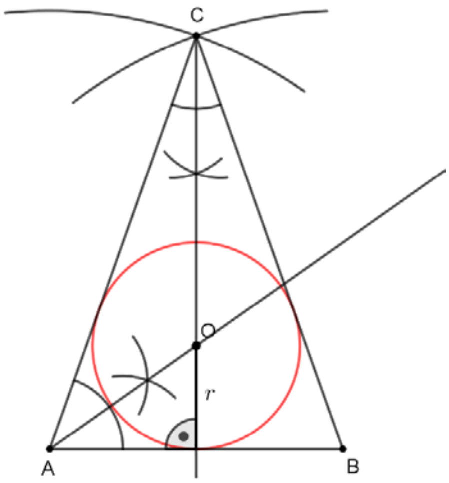
9. После годину дана $0{,}95\cdot24000=22800$ динара, после две године $0{,}95\cdot22800=21660$ динара, после три године $0{,}95\cdot21660=20577$ динара.

10. Троугао ΔABC пресликамо у осносу на праву $p(B, C)$. Троугао ΔABD је једнакостранични странице $10\ cm$, а катета $|AC| = 5\ cm$.

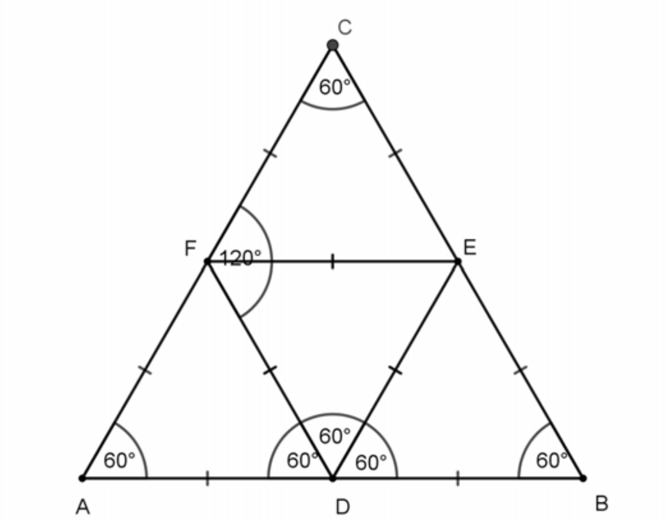


11. Прво конструишемо основицу $|AB| = 4\ cm$, а затим кружнице $k(A, 6\ cm)$ и $k(B, 6\ cm)$. У пресеку кружница је теме C.

Центар уписане кружнице се налази у пресеку симетрала углова. Полупречник уписане кружнице је растојање од центра до странице.



12.



$AD = DB = BE = EC = CF = FA$

$\measuredangle BAC = 60°, AD = AF \;\rightarrow \Delta ADF$ једнакостранични, као и троуглови DBE, DEF и FEC.

У једнакостраничном троуглу ABC, тачке D, E и F су средишта страница AB, BC и AC.

а) Четвороуглови $ADEF$ и $DBEF$ су ромбови, а четвороугао $FDBC$ је трапез.

б) Унутрашњи углови свих четвороуглова су $60°, 60°, 120°$ и $120°$.

в) $|FD| = |DB| = |BE| = |EC| = |CF| = 3\ cm$

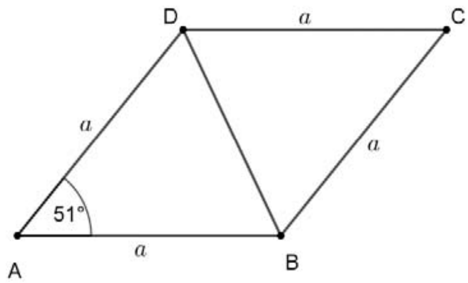
Обим трапеза $FDBC$ је $FD + DB + BE + EC + CF = 15\ cm$.

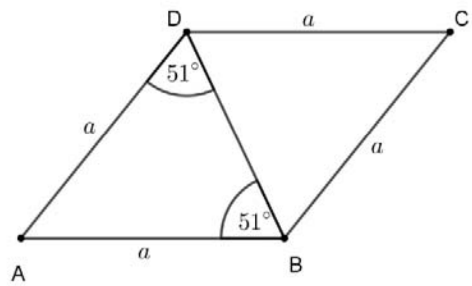
13. $\alpha : \beta = 2 : 3$, $\alpha = 2k$, $\beta = 3k$, $\alpha + \beta = 180°$, $5k = 180°$, $k = 180° : 5 = 36°$

$\alpha = 2 \cdot 36° = 72°$, $\beta = 3 \cdot 36° = 108°$

Углови паралелограма су $72°, 108°, 72°$ и $108°$.

14.





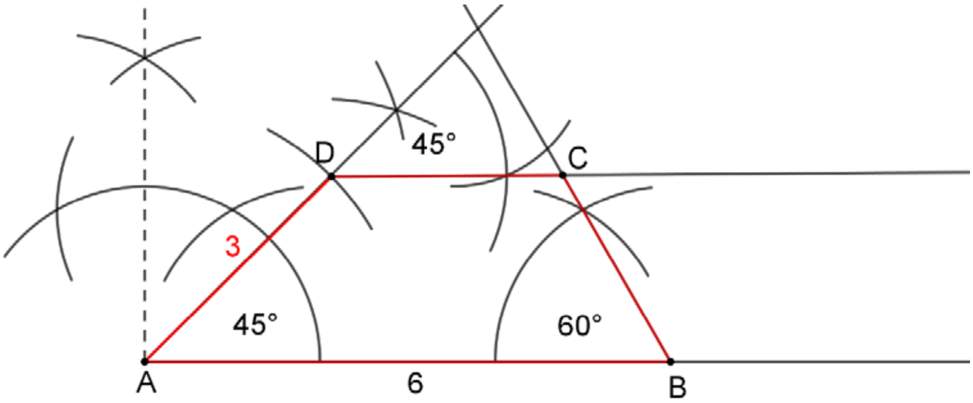
Имамо два случаја.

У првом случају $\measuredangle A = \measuredangle C = 51°$, $\measuredangle B = \measuredangle D = 180° - 51° = 129°$.

У другом случају, дијагонала BD је симетрала углова код темена B и D, $\measuredangle B = \measuredangle D = 102°$

$\measuredangle A = \measuredangle C = 180° - 102° = 78°$

15. Прво конструишемо $|AB| = 6\ cm$, а затим налегле углове $\measuredangle A = 45°$ и $\measuredangle B = 60°$. Конструишемо кружницу $k(A, 3\ cm)$ и у пресеку крака угла $\measuredangle A$ и кружнице добијемо теме D. На крају конструишемо спољашњи угао углу $\delta_1 = 45°$, и у пресеку кракова угла $\measuredangle B$ и δ_1 добијемо теме C.

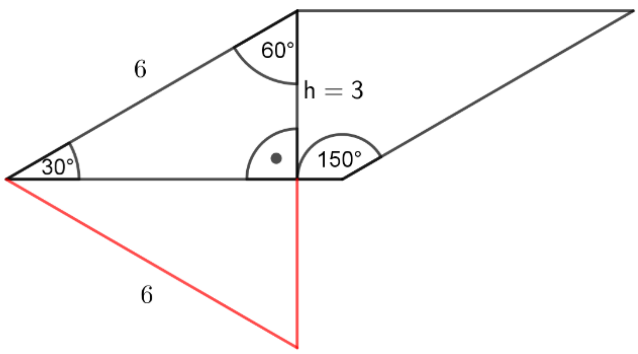


16. *Квадрат*: $O = 4a,\ 24 = 4a,\ a = 24cm\ : 4,\ a = 6\ cm,\ P = a \cdot a,\ P = 6\ cm \cdot 6\ cm,\ P = 36\ cm^2$

Правоугли троугао: $O = a + b + c,\ 24\ cm = a + 6\ cm + 10\ cm,\ a = 24\ cm - 16\ cm\ ,\ a = 8\ cm$

$P = \frac{a \cdot b}{2},\ P = \frac{6 \cdot 8}{2},\ P = 24\ cm^2$

Ромб: $O = 4a,\ 24\ cm = 4a,\ a = 24\ cm : 4,\ a = 6\ cm,\ P = a \cdot h,\ P = 6\ cm \cdot 3\ cm,\ P = 18\ cm^2$



Правоугаоник: $O = 2a + 2b,\ 24\ cm = 2 \cdot 8cm\ + 2b,\ a = (24\ cm - 16\ cm) : 2,\ a = 4\ cm$

$P = 8\ cm \cdot 4\ cm, \qquad P = 32\ cm^2$

Највећу површину има квадрат.

17. $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = \frac{97\ cm \cdot 58\ cm}{2} = 2813\ cm^2$

Потребно је најмање 2813 квадратних центиметара папира за израду змаја на слици.

VII разред

1. в).
2. г).
3. д).
4. г).
5. в).
6. а).
7. б).
8. в).
9. г).
10. г).
11. Ирационалан је само број $\sqrt{3} - 1$.
12. Не постоје. Лева страна једначине је дељива са 5, а десна није.
13. $x^2 - y^2 + z^2 + 2xz = x^2 + z^2 + 2xz - y^2 = (x+z)^2 - y^2 = (x+z-y)(x+z+y)$.
14. $\frac{32^5 \cdot 16^4 \cdot 8^3}{64^2} = 2^{38} = 4^{19}$, па је $s = 4, p = 19$.
15. Из $\frac{n(n-3)}{2} = 19n$ је $n = 41$.
16. $\frac{1}{4}\ cm^2$.
17. $\frac{168}{25} = 6,72\ cm$.
18. $1296\ cm^2$.

VIII разред

1. Странице њему сличног троугла су $4\ cm$, $8\ cm$ и $12\ cm$.

2.
$AB : EF = BC : CE = CA : CF$
$12\ cm : x = 8\ cm : 6\ cm = 9\ cm : y$
$12\ cm : x = 8\ cm : 6\ cm, x = 9\ cm$
$8\ cm : 6\ cm = 9\ cm : y,\ y = 6{,}75\ cm.$

3. Теменима седмоугла је одређена $\frac{7\cdot 6}{2} = 21$ права.

4. Тачан одговор је: в) $x = -4$.

5.
$2x + 1 + 2x + 3 + 2x + 5 + 2x + 7 = 456$
$8x + 16 = 456$
$8x = 456 - 16$
$8x = 440,\ x = 55$
Тражени бројеви су: 111, 113, 115 и 117.

6. Тачан одговор је: б) $x \geq -1$.

7.
$(1 - 3x)^2 - (1 + 3x)(3x - 4) \geq -2$
$1 - 6x + 9x^2 - (3x + 9x^2 - 4 - 12x) \geq -2$
$x \geq -2\frac{1}{3}$
Природни бројеви мањи од 10 који припадају скупу решења су: $\{1,2,3,\ldots,9\}$.

8. $a = H,\ 16\sqrt{3}\ cm^3 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot a,\ a^3 = 64\ cm^3,\ a = 4cm.$

9. $B = 81\sqrt{3}\ cm^2,\ M = 135\sqrt{3}\ cm^2,\ h = 5\sqrt{3}\ cm,\ H = 4\sqrt{3}\ cm,\ V = 324\ cm^3.$

10. $a = s,\ a = 4\sqrt{2}\ cm,\ B = 32\ cm^2,\ V = \frac{128}{3}cm^3.$

11.
$r_u = 6,\ h = 12\ cm,\ B = 72\sqrt{3}\ cm^2,\ M = 144\sqrt{3}\ cm^2,\ P = 216\sqrt{3}\ cm^2.$

12.
а) $m + 2 = -2,\ m = -4$
б) $1 - m = 4,\ m = -3$
в) $0 = -2x + 4,\ 2x = 4,\ x = 2,$ секу се у тачки $(2,0)$
$0 = (m + 2)\cdot 2 + 1 - m,\ 0 = 2m + 4 + 1 - m,\ m = -5.$

13. Када убацимо координате тачака $A(-3,2)$ и $B(5,-6)$ у функцију $y = kx + n$, добијемо систем једначина:

$$2 = -3k + n$$
$$-6 = 5k + n$$
$$(k, n) = (-1, -1)$$

Тражена функција је $y = -x - 1$, и тачка T припада графику функције.

14. $(x, y) = (-5, -2)$.

15.

$a = b + 10$

$\underline{(a-3)(b+4) = a \cdot b + 33}$

$a = b + 10$

$\underline{(b + 10 - 3)(b+4) = (b+10) \cdot b + 33}$

$a = b + 10$

$\underline{b^2 + 11b + 28 = b^2 + 10b + 33}$

$a = 15$

$\underline{b = 5}$

Странице правоугаоника износе $15\ cm$ и $5\ cm$.

16.

$$r_o = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{6\sqrt{3}}{3} cm = 2\sqrt{3}\ cm.$$

$$P_{op} = 2r \cdot H = 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 8\ cm^2 = 32\sqrt{3}\ cm^2.$$

17. $r = \sqrt{3}\ cm,\ s = 2\ cm,\ H = 1\ cm,\ M = 2\sqrt{3}\pi\ cm^2,\ P = \pi\left(3 + 2\sqrt{3}\right)cm^2,\ V = \pi\ cm^3.$