



ДРУШТВО МАТЕМАТИЧА СРБИЈЕ

АКРЕДИТОВАНИ СЕМИНАР:

345

ДРЖАВНИ СЕМИНАР О НАСТАВИ
МАТЕМАТИКЕ И РАЧУНАРСТВА
ДРУШТВА МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Компетенција: К1

Приоритети: 3

ТЕМА:

УНАПРЕЂИВАЊЕ КВАЛИТЕТА НАСТАВЕ НА
ДАЉИНУ ИЗ ПОМОЋ ДИНАМИЧКОГ СОФТВЕРА
GEOGEBRA

РЕАЛИЗАТОРИ СЕМИНАРА:

др РАДОСЛАВ БОЖИЋ,
др ЂУРЂИЦА ТАКАЧИ

БЕОГРАД,
20. – 21. 02. 2021.

Настава на даљину

Већина наставника и ученика упознала са наставом на даљину током пандемије вируса COVID-19. Међутим, овакав вид наставе не представља новину. Први облици наставе на даљину у формалном образовању јављају се већ почетком друге половине деветнаестог века у Великој Британији, да би се овакав вид наставе раширио по целом свету. До половине двадесетог века, настава на даљину се примењивала у великом броју земаља, а била је, пре свега, намењена ученицима и студентима из удаљених крајева, којима је путовање до школе, односно факултета, било отежано. Овакав вид наставе нарочито добија на значају развојем телевизије, која се интензивно користила као средство реализације наставе на даљину још шездесетих и седамдесетих година двадесетог века. Настава на даљину добија нову димензију развојем интернета. Крајем двадесетог и почетком двадесет првог века, велики број образовних установа широм света омогућава похађање појединих курсева на даљину, а неки универзитети омогућили су и реализацију појединих студијских програма на даљину. У последњој деценији, и у нашој земљи је доступно све више онлајн обука (вебинара и сл.), а није редак случај да су поједини наставници, повремено, организовали неке облике рада са ученицима, односно студентима онлајн (најчешће менторски рад, консултације и сл. – овакав вид рада је био заступљенији у високом образовању него у доуниверзитетском образовању).

Последњих година, спроведен је већи број истраживања која су имала за циљ унапређивање квалитета наставе на даљину, ради њене даље имплементације у наставни процес. Многе образовне установе, нарочито високошколске, подстицане су да уведу програме наставе на даљину. Међутим, криза изазвана пандемијом вируса COVID-19, довела је образовне системе широм света у ситуацију да морају, у веома кратком року, обезбедити реализацију наставе на даљину.

Образовне установе су се организовале на различите начине, а наставници су се сналазили у складу са могућностима, како би обезбедили одвијање наставног процеса на што је могуће ефикаснији начин. Већ након неколико недеља примене наставе на даљину, ученици су недостаци овог вида наставе. Први недостаци који су дошли до изражаја били су, највећим делом, техничке природе – недостатак средстава за рад (рачунара, интернет везе и сл.), недовољно развијене дигиталне компетенције наставника (али и ученика) и сл. Ови недостаци су делимично отклоњени, а на њиховом отклањању се и даље ради, нарочито када су у питању обуке за наставнике.

Међутим, због оваквих „техничких“ проблема, један од кључних проблема је остао недовољно запажен. Наиме, примећено је да значајан број ученика (укључујући и оне који нису имали проблем са недостатком средстава за рад) није на одговарајући начин приступио испуњавању обавеза и да, самим тим, њихово знање није на одговарајућем нивоу. Основни узрок овог проблема је недовољна мотивисаност ученика, којој су допринели различити фактори – недостатак физичког присуства и сталног контакта ученика и наставника, промењено окружење, недостатак провера знања и сумативног оцењивања (или немогућност организовања адекватних провера знања), али и недовољно прилагођавање наставних метода новонасталим условима. На неке од ових фактора наставници не могу довољно да утичу. Међутим, оно што може сваки наставник да уради, јесте да се потруди да наставу прилагоди

потребама ученика и да, прилагођавањем наставних метода, омогући да се, у датим условима, постигне што је могуће бољи квалитет наставе.

У условима наставе на даљину, у не малом броју случајева, примењиване су наставне методе у којима је интеракција између наставника и ученика, као и између ученика међусобно, била на сувише ниском нивоу, до те мере да је, у одређеним случајевима, није ни било. Недостатак интеракције начинио је ученике пасивним учесницима у наставном процесу, што је довело до смањења њихове заинтересованости за наставне садржаје. Овај проблем захтева да се, у наредном периоду, организацији наставе приступи на такав начин да се ученици активније укључе у рад и да активније изучавају наставне садржаје.

За активно учешће ученика у раду, пожељно је да се барем део часова реализује у реалном времену, што омогућавају различите апликације. Међутим, сама реализација часа у реалном времену није довољна уколико ученици само слушају предавање, јер се такав час не разликује од гледања снимка часа. За активније укључивање ученика потребно је осмислити одговарајући приступ, који подразумева и одговарајуће проблеме. Када је у питању изучавање математичких садржаја, од велике користи у овим околностима може бити образовни софтвер *GeoGebra*, чије су особине многим наставницима математике познате од раније. Овај софтвер може помоћи наставницима да организују наставу на начин који ће обезбедити активно учешће ученика, али и ученицима како би усвојили знање у одговарајућој мери.

***GeoGebra* у настави на даљину**

Несумњиво је да настава на даљину представља новину и за наставнике и за ученике. Ново окружење изискује и прилагођавање наставних метода, као и осмишљавање проблема и задатака који ће заинтересовати ученике и подстаћи их да истражују и да се више ангажују на усвајању знања. Током наставе на даљину, често се дешавало да проблемски приступ и пројектна настава буду неправедно запостављени. Међутим, овакви приступи су од изузетног значаја у новонасталим околностима, јер подстичу истраживачке активности ученика. Образовни софтвер *GeoGebra*, не само да омогућава квалитетнију визуелизацију математичких садржаја и њихово представљање на различите начине, него се може искористити за истраживачке активности ученика. Платформа *GeoGebra Classroom Resources* (са којом ће полазници обуке бити упознати) омогућава размену динамичких радних листова креираних помоћу *GeoGebra* софтвера, чиме је омогућена сарадња међу ученицима који се налазе на удаљеним местима. У наредним примерима, приказане су неке од могућности примене образовног софтвера *GeoGebra* у настави на даљину, укључујући пројектну и проблемску наставу.

Како приближити ученицима векторе и учинити их занимљивијим?

Вектори представљају веома значајан садржај у настави математике. Према новом програму наставе и учења, њихово изучавање почиње у петом разреду основне школе, када се ученици упознају са појмом усмерене дужи и вектора, као и са њиховим најважнијим особинама. Такође, у овом узрасту, ученици се упознају са појмом транслагације. Вектори се

детаљније изучавају у средњој школи (у већини случајева први и трећи разред). Међутим, пракса је показала (као и ранија истраживања) да ученици неретко имају потешкоћа у савладавању овог градива. Класични задаци, који су уобичајени (и неопходни) у овој области, чести нису довољно мотивишући за ученике. Због тога би било добро да их, у настави, комбинујемо са различитим проблемима у чијем се решавању примењују вектори, а нарочито са интересантним примерима примене вектора.

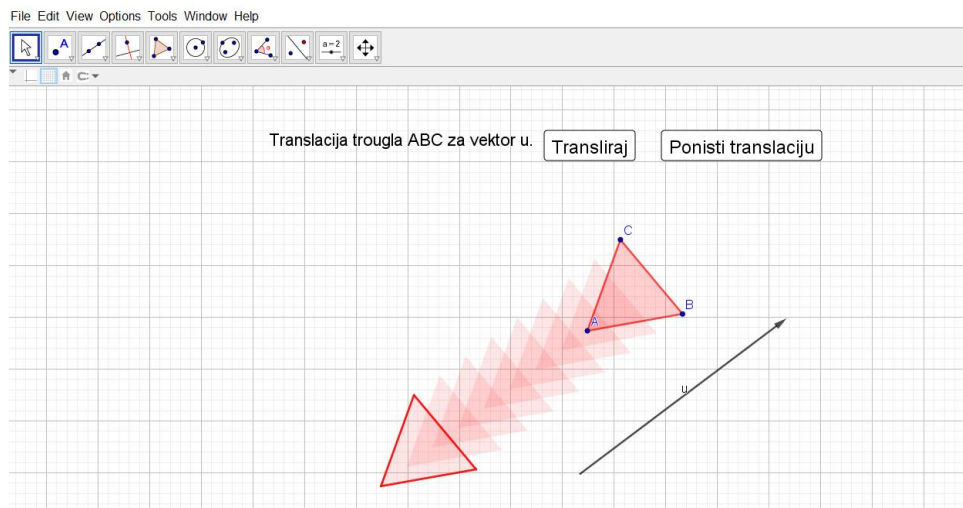
Један од једноставнијих, али веома интересантних примера примене вектора и трансформације јесте теселација. Теселација представља поплочавање равни које се врши применом изометријских трансформација – осне симетрије, ротације и трансформације. Заступљена је у уметности и архитектури, а помоћу ње су настала бројна уметничка дела. По примени теселације је нарочито познат холандски уметник Морис Есхер. Међутим, теселација је примењивана у уметности и архитектури много пре Есхера. На Слици 1 приказано је уметничко дело, настало применом теселације, које се налази у палати Алхамбра, у Шпанији. На основу овог дела, Есхер је креирао један од својих познатијих цртежа.



Слика 1

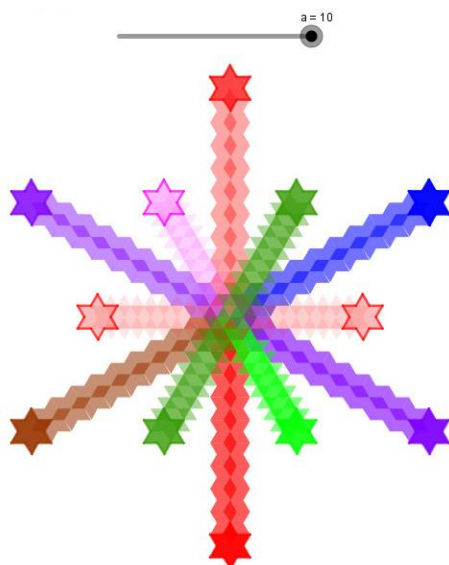
Иако њено изучавање није предвиђено програмом наставе и учења, увођење овог појма не би представљало додатно оптерећење ученицима, а било би корисно због осмишљавања различитих садржаја, односно тема за пројекте, помоћу којих би се ученицима приближило градиво на занимљив начин. Овакав вид уметности се може „преселити“ у дигитално окружење, а ученици могу, у оквиру *GeoGebra* софтвера, да креирају једноставније теселације. На овај начин, ученици могу кроз игру да увежбавају примену осне симетрије, ротације и трансформације. Могуће је осмислити различите теме пројеката у којима би, кроз примену теселације, ученици развијали математичке, али и друге компетенције, попут естетичке и дигиталне. Овде би се лако могла остварити и међупредметна повезаност математике, рачунарства и ликовне културе, али и техничког и информатичког образовања, као и одређених изборних програма – уметност и дизајн и сл. Овакви примери могу се успешно применити и у основној и у средњој школи.

Када су у питању ученици петог разреда основне школе, применом *GeoGebra* софтвера можемо, најпре, објаснити ученицима шта је транслација и на који начин се фигура транслира за дати вектор. Један пример транслације троугла приказан је на Слици 2. Ова слика је интерактивна и, кликом на њу, отвориће се динамички радни лист, креиран помоћу *GeoGebra* софтвера, у коме је приказана поменута транслација. За креирање динамичког радног листа, који је приказан на Слици 2, примењене су динамичке особине *GeoGebra* софтвера, које помажу ученицима да схвате како се врши транслација.

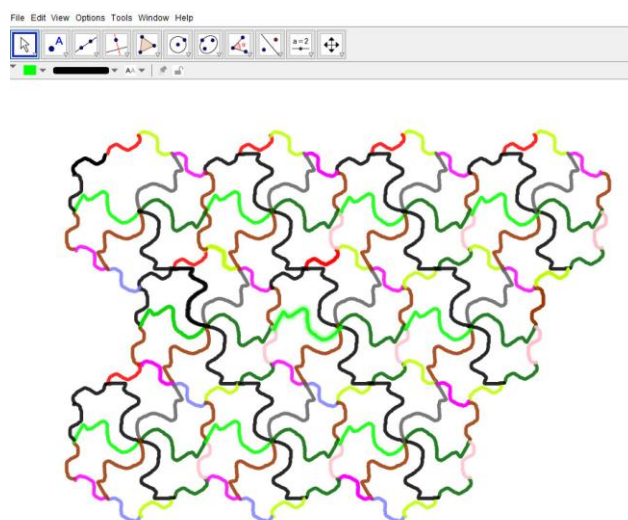


Слика 2

Након што су упознати са појмом транслације и њеним особинама, ученици могу применити ову изометријску трансформацију у креирању једноставнијих теселација. Уколико би били заинтересовани за неке сложеније теселације, могли бисмо их упутити на комбиновање осне симетрије и транслације. Када су у питању средњошколци, они могу примењивати и ротацију. Примери теселација које ученици могу креирати помоћу *GeoGebra* софтвера приказани су на сликама 3 и 4.

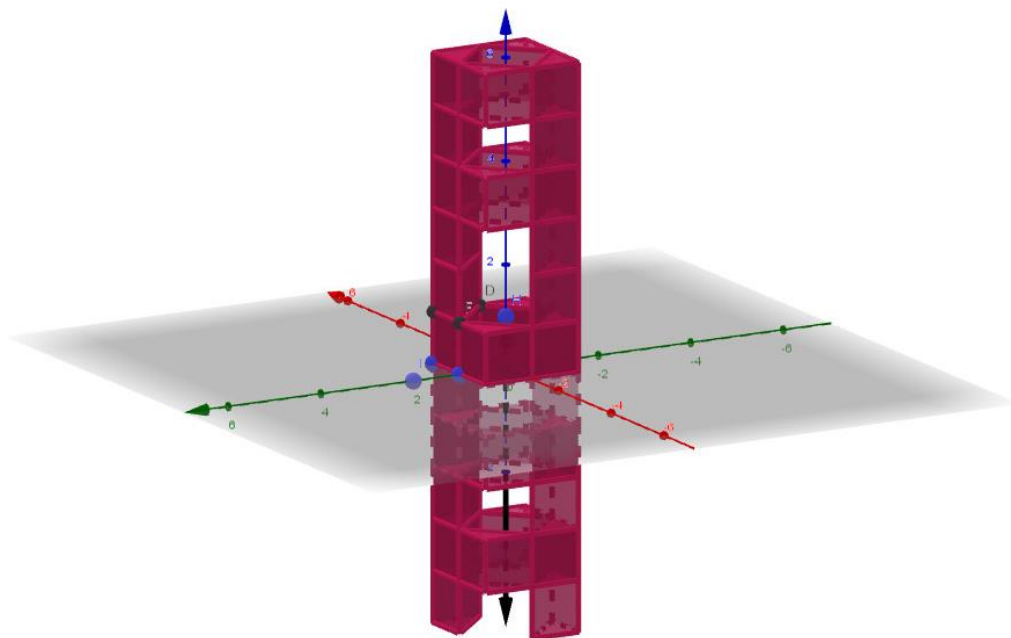


Слика 3



Слика 4

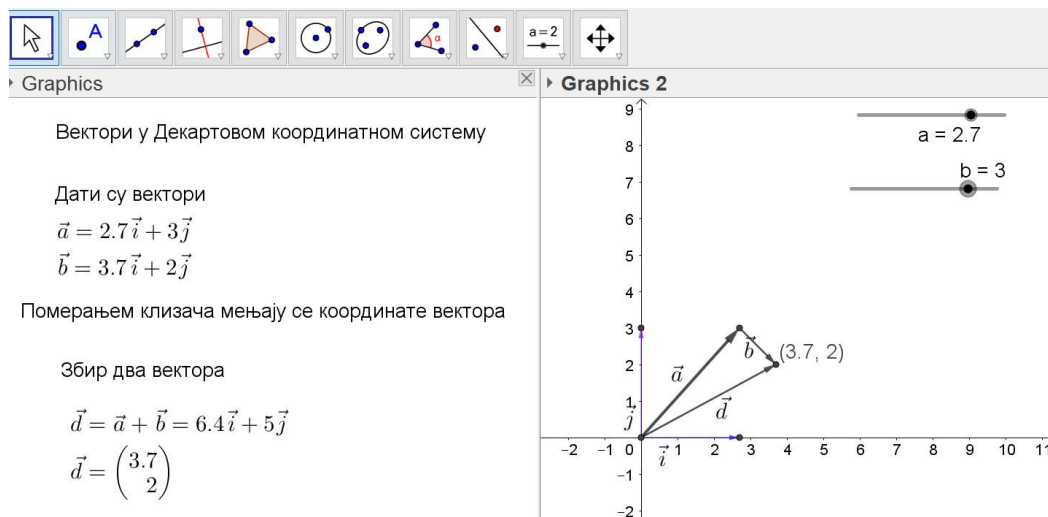
Уколико би се ученици заинтересовали за овакве активности, можемо им сугерисати да се из дводимензионалног преместе у тродимензионално окружење и да, у простору, креирају различите облике применом раванске симетрије, ротације и транслације. Тада би било интересантно подстаћи дискусију међу ученицима – да ли је „попуњавање“ простора на овај начин такође теселација? (има особине теселације, али теселација ипак представља поплочавање равни) Пример фигуре у простору, креиране описаним методама, приказан је на Слици 5. Иако још увек нису много заступљени, 3Д штампачи су све више доступни појединцима, а бројне штампарије пружају услуге 3Д штампања по повољним ценама. Најновија верзија *GeoGebra* софтвера омогућава и припрему за 3Д штампање. Могуће је преузети и сачувати креирани фајл у формату који се може одштампати помоћу 3Д штампача (у питању је STL формат). На овај начин, ученици би могли да организују изложбу својих 3Д радова.



Слика 5

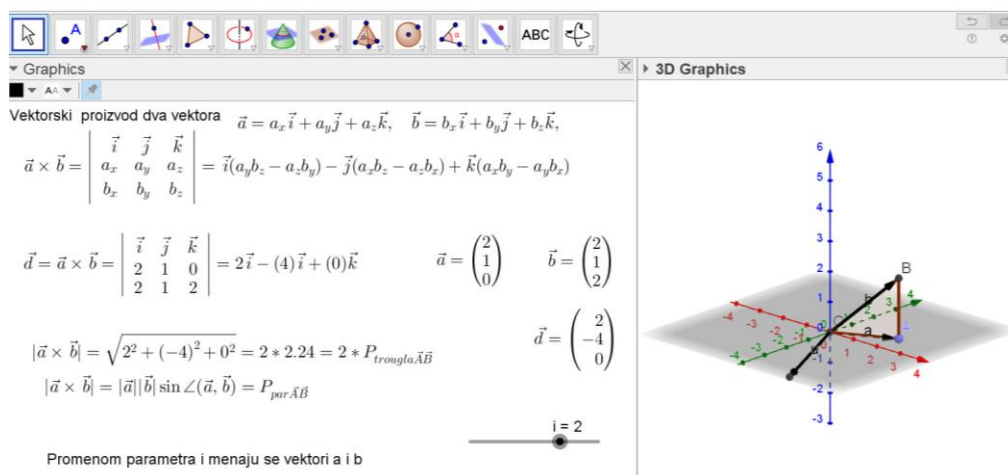
Реализација оваквих активности је погодна у условима онлајн наставе. Помоћу апликација које обезбеђују комуникацију у реалном времену, може се остварити сарадња ученика на изузетно високом нивоу. Заједнички рад у оквиру софтвера *GeoGebra* је могућ тако што, на пример, један ученик подели екран, а други му сугеришу шта треба да уради, док је, за размену динамичких радних листова, креираних на овај начин, најпогоднија платформа *GeoGebra Classroom Resources*. Поједине апликације омогућавају још напреднији ниво сарадње – да један ученик дозволи другим ученицима да, на даљину, раде у оквиру апликације на његовом рачунару. Уколико се овакве активности реализују у школи, пожељно је да се користи рачунарска учионица. Међутим, то није и неопходно, јер ученици поседују телефоне који могу заменити рачунаре.

GeoGebra софтвер је погодан и за обраду сложенијих садржаја из области вектора. Помоћу овог софтвера могуће је комбиновати алгебарско и графичко представљање вектора, како у равни, тако и у простору. На овај начин постиже се квалитетна визуелизација операција са векторима. На Слици 6 приказано је сабирање вектора у графичком приказу *GeoGebra* софтвера. Ова слика је такође интерактивна. Кликом на њу, отворићете динамички радни лист у оквиру којег, померањем клизача, можете мењати векторе и посматрати како ове измене утичу на њихов збир. Ово је веома важно за ученике који имају потешкоћа са усвајањем основних операција са векторима.

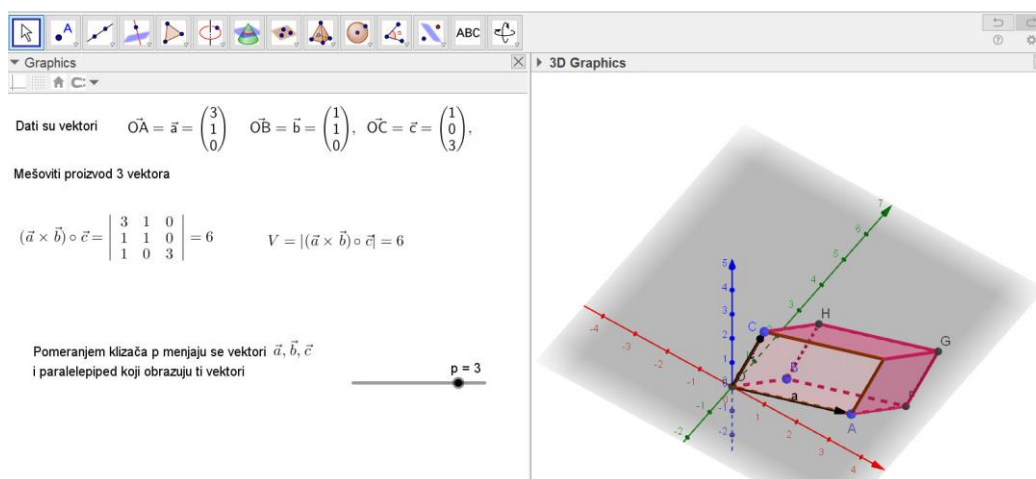


Слика 6

На сличан начин се могу представити и остале операције са векторима, попут векторског и мешовитог производа. Ученици често имају потешкоћа да разумеју векторски и мешовити производ вектора. Због тога је корисно визуелизовати ове појмове. Такође, кроз визуелизацију је могуће представити везу између векторског производа и површине троугла и паралелограма, односно мешовитог производа и запремине паралелепипеда, који образују вектори. Примена *GeoGebra* софтвера у обради векторског производа је приказана на Слици 7, а мешовитог на Слици 8.



Слика 7



Слика 8

У приказаним примерима нарочито долазе до изражаја динамичке особине *GeoGebra* софтвера. Оне омогућавају да ученик, померајући клизач, мења векторе и да прати утицај ових промена на векторски, односно мешовити производ. Такође је могуће заједно (у оквиру истог динамичког радног листа) посматрати скаларни, векторски и мешовити производ. То би омогућило ученицима да боље сагледају сличности и разлике између ових производа. Све наведено указује на то да *GeoGebra* софтвер може успешно да се употреби у обради и приликом увежбавања наставних садржаја у области вектора, без обзира на узраст ученика (наравно уз прилагођавање проблема и задатака).

Примери са векторима су само део садржаја који се могу успешно обрађивати уз помоћ *GeoGebra* софтвера, како у настави у учионици, тако и у настави на даљину, односно хибридној настави. Сви наведени примери, као и други примери примене овог софтвера у настави, биће детаљно обрађени током радионице на семинару. Учесници ће, такође, имати прилику да виде могућности коришћења графичке табле у оквиру *GeoGebra* софтвера, као и комбиновање коришћења овог софтвера са другим софтверским пакетима.

Предвиђено је да један део радионице буде посвећен дискусији и излагањима учесника који буду желели да представе своја искуства у настави на даљину. На почетку радионице, учесници који раније нису користили *GeoGebra* софтвер, имаће прилику да се, у посебној групи, упознају са основама коришћења овог софтвера. Препоручујемо учесницима радионице да, пре почетка, инсталирају на своје рачунаре *GeoGebra* софтвер. Могуће га је бесплатно преузети на страници <https://www.geogebra.org/download>. Пожељно је инсталирати верзију *GeoGebra classic 6*, али уколико се инсталира на старији рачунар сигурније је инсталирати верзију *GeoGebra classic 5*. Овај софтвер је могуће инсталирати и на паметне телефоне.

Литература

Beyer, J. (1999). *Designing Tessellations: The Secrets of Interlocking Patterns*. McGraw-Hill Education, New York.

Божић, Р. (2019). *Методичка обрада функција са параметрима уз помоћ рачунара (докторска дисертација)*. Универзитет у Новом Саду, Природно-математички факултет, Нови Сад.

Božić, R., Takači, Đ., & Stankov, G. (2019). Influence of dynamic software environment on students' achievement of learning functions with parameters. *Interactive Learning Environments*. DOI: [10.1080/10494820.2019.1602842](https://doi.org/10.1080/10494820.2019.1602842)

Јешић, С., Росић, А., & Благојевић, Ј. (2018). *Математика за пети разред основне школе*. Герундијум, Београд.

Кечкић, Ј. (1992). *Математика са збирком задатака за трећи разред средње школе*. Научна књига, Београд; Завод за уџбенике, Нови Сад.

Chan Lin, L-J. (2008). Technology integration applied to project-based learning in science. *Innovations in Education and Teaching International*, 45(1), 55-65.

<https://www.geogebra.org/materials>

Tomaschko, M., Kocadere, S. A., & Hohenwarter, M. (2018). Opportunities for participation, productivity, and personalization through geogebra mathematics apps. In A. Ali Khan & S. Umair, (Eds.), *Handbook of research on mobile devices and smart gadgets in K-12 education* (pp. 45–56). IGI Global.