

# Kenguru Határok Nélkül Matematikaverseny 2020

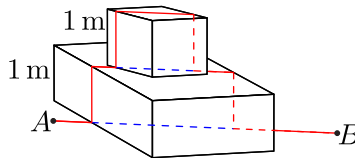
## 11-12. osztály

### 3 pontos feladatok

1. Az  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$  szorzat utolsó két számjegyének összege:

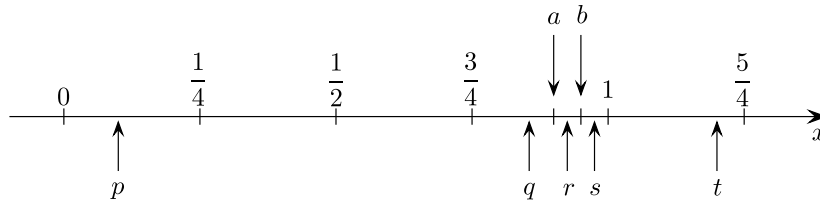
- A) 2    B) 4    C) 6    D) 8    E) 16

2. Egy hangya minden nap megtette az  $A$  ponttól a  $B$  pontig tartó vízszintes utat, melynek hossza 5 m (lásd az alábbi ábrát). Egy nap egy ember két különös akadályt helyezett el ezen az úton, melyek egyenként 1 m magasak. Most a hangya ugyanazon az egyenesen vándorol, azzal a különbséggel, hogy függőlegesen fel kell másznia mindkét akadályra, és az ábrán látható módon le is kell jönnie róluk. Mekkora most az útvonalának hossza?



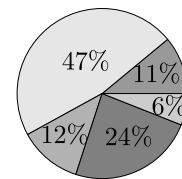
- A) 7 m                      B) 9 m  
 C)  $(5 + 4\sqrt{2})$  m      D)  $(9 - 2\sqrt{2})$  m      E) az akadály helyzetétől függ

3. Dani a számegyenesen megjelölte az  $a$  és  $b$  pontokat, amilyen pontosan csak tudta (lásd az alábbi ábrát). A  $p, q, r, s$  és  $t$  pontok közül melyik ábrázolja a legpontosabban az  $ab$  szorzatot?



- A)  $p$     B)  $q$     C)  $r$     D)  $s$     E)  $t$

4. A jobb oldali ábrán látható kördiagram azt mutatja, hogy egy iskola tanulói hogyan járnak az iskolába. Megközelítőleg kétszer többen járnak biciklivel, mint ahányan tömegközlekedési eszközzel, és majdnem ugyanannyi tanuló jár autóval, mint ahányan gyalog. A többiek robogóval járnak. A tanulók hány százaléka jár robogóval?



- A) 6%    B) 11%    C) 12%    D) 24%    E) 47%

5. Mint ahogy az a jobb oldali ábrán látható, öt háromjegyű szám összege 2664. Az  $A + B + C + D + E$  összeg értéke egyenlő:

- A) 4    B) 14    C) 24    D) 34    E) 44

	A	B	C
+	B	C	D
+	C	D	E
+	D	E	A
+	E	A	B
<hr style="border: none; border-top: 1px solid black;"/>			
	2	6	6
	4		

6. Az  $\frac{1010^2 + 2020^2 + 3030^2}{2020}$  kifejezés értéke egyenlő:

- A) 2020    B) 3030    C) 4040    D) 6060    E) 7070

7. Adottak  $a, b$  és  $c$  egész számok úgy, hogy  $1 \leq a \leq b \leq c$  és  $abc = 1000000$ . Mennyi a  $b$  szám lehető legnagyobb értéke?

- A) 2000    B) 1000    C) 500    D) 250    E) 100

8. Hány kilogramm a tömege egy elefántnak, ha  $T$  darab tigris tömege  $K$  kilogramm, és  $E$  darab elefánt annyi kilogramm, mint  $M$  darab tigris?

- A)  $TKEM$     B)  $\frac{TK}{EM}$     C)  $\frac{KE}{TM}$     D)  $\frac{KM}{TE}$     E)  $\frac{TM}{KE}$

9. Két kockának 2-2 lapját pirosra, 2-2 lapját fehérre és 2-2 lapját kékre festettük. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a két kockával egyszerre dobva, két egyforma színű lap lesz felül?

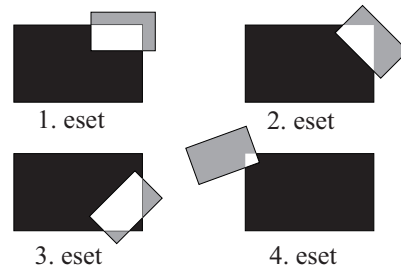
- A)  $\frac{1}{12}$     B)  $\frac{1}{9}$     C)  $\frac{1}{6}$     D)  $\frac{2}{9}$     E)  $\frac{1}{3}$

10. Melyik az a szám az alábbiak közül, amelynek az értéke semelyik  $n$  egész szám esetén sem osztható 3-mal?

- A)  $5n + 1$     B)  $n^2$     C)  $n(n + 1)$     D)  $6n - 1$     E)  $n^3 - 2$

#### 4 pontos feladatok

11. Egy fekete és egy szürke téglalap átfedik egymást. A jobb oldali ábrán látható 4 különböző eset. Jelöljük  $F$ -fel a fekete téglalap területének azon részét, amely nem közös a szürke téglalappal, és  $SZ$ -szel a szürke téglalap területének azon részét, amely nem közös a fekete téglalappal. Az alábbi állítások közül melyik igaz az  $F - SZ$  különbségre?

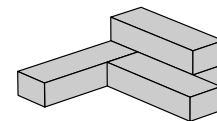


- A) Az 1. esetben  $F - SZ$  nagyobb, mint a többi esetben.  
 B) A 2. esetben  $F - SZ$  nagyobb, mint a többi esetben.  
 C) A 3. esetben  $F - SZ$  nagyobb, mint a többi esetben.  
 D) A 4. esetben  $F - SZ$  nagyobb, mint a többi esetben.  
 E)  $F - SZ$  megegyezik minden esetben.

12. Egy asztalon fekvő öt érme mindegyikének az egyik oldala fej, a másik írás. Jelenleg mind az öt érmének a fej oldala van felül. Egy lépésben pontosan három érmét meg kell fordítanunk. Hányadik lépés után történhet meg először, hogy mindegyik érmének az írás oldala lesz felül?

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) Lehetetlen őket úgy megfordítani.

13. Négy darab egyforma dobozt összeragasztottunk az ábrán látható módon. Egy liter festék elég ahhoz, hogy egy ilyen dobozt kívülről befessünk. Hány liter festék szükséges ahhoz, hogy befessük kívülről a dobozok összeragasztásával kapott alakzatot?



- A) 2,5    B) 3    C) 3,25    D) 3,5    E) 4

14. Legyenek  $a$ ,  $b$  és  $c$  egész számok. Az alábbi számok közül melyikkel biztosan nem egyenlő a  $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$  kifejezés értéke?

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 6    E) 8

15. Egy 100-jegyű szám első két számjegye 2 és 9, ebben a sorrendben. Hány számjegye ennek a számnak a négyzete?

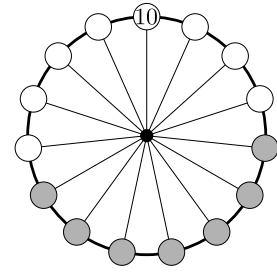
- A) 101    B) 199    C) 200    D) 201    E) Nem lehet meghatározni.

16. Az  $f_n$  sorozat a következőképp van megadva:  $f_1 = 1$ ,  $f_2 = 3$  és  $f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$ , ha  $n \geq 1$ . A sorozat első 2020 eleme között hány páros szám van?

- A) 673    B) 674    C) 1010    D) 1011    E) 1347

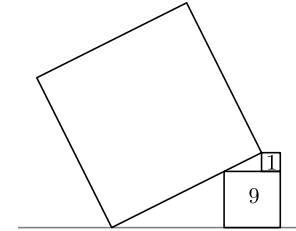
17. Miki beírt 15 számot a jobb oldali ábrán látható körökbe. Csak a 10-es szám látható fenn. Bármely hét egymást követő körben, mint amilyenek a szürkével jelöltek, a számok összege mindig egyforma. Ha mind a 15 számot összeadjuk, a 75, 216, 365 és 2020 számok közül hány lehet a kapott összeg?

- A) 4    B) 3    C) 2    D) 1    E) 0



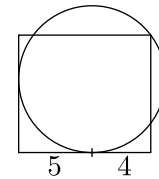
18. Egy nagy négyzet érint két kis négyzetet, ahogy az a jobb oldali ábrán látható. A kis négyzetekbe írt számok a négyzetek területeit jelölik. Mekkora a nagy négyzet területe?

- A) 49    B) 80    C) 81    D) 82    E) 100



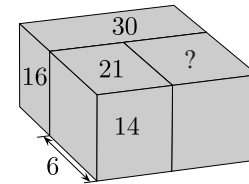
19. Rajzoltunk egy kört és egy téglalapot úgy, hogy a kör érinti a téglalap két oldalát, valamint áthalad annak egyik csúcsán (lásd a jobb oldali ábrát). Az ábrán az is látható, hogy a téglalap két csúcsának a távolsága attól a ponttól, amelyben a kör érinti a téglalapot 4 és 5. Mekkora a téglalap területe?

- A)  $27\pi$     B)  $25\pi$   
 C) 72    D) 63    E) Az A)–D) válaszok közül egyik sem.



20. Három téglatest összeillesztésével kaptunk egy nagyobb téglatestet, ahogy az a jobb oldali ábrán látható. Egynek közülük a szélessége 6, valamint adott némely téglatest néhány oldalának a területe: 14, 21, 16 és 30 (lásd az ábrát). Mekkora a kérdőjellel jelölt oldal területe?

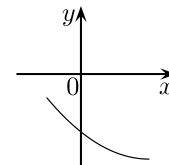
- A) 18    B) 24  
 C) 28    D) 30    E) Nem lehet meghatározni.



### 5 pontos feladatok

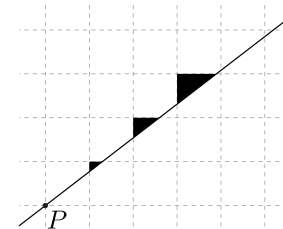
21. A jobb oldali ábrán látható az  $y = ax^2 + bx + c$  parabola grafikonjának egy része. A következő számok közül melyik pozitív?

- A)  $c$     B)  $b + c$     C)  $ac$     D)  $bc$     E)  $ab$



22. Egy négyzetrácsos lapra rajzoltunk egy egyenest, amely áthalad a  $P$  rácsponton, majd három háromszöget feketére festettünk, ahogy az a jobb oldali ábrán látható. Mennyi a három háromszög területének aránya?

- A) 1 : 2 : 3    B) 1 : 2 : 4  
 C) 1 : 3 : 9    D) 1 : 4 : 8    E) Az A)–D) válaszok közül egyik sem.



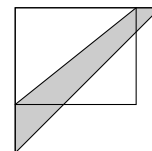
23. Reggel, amikor Anna bement a boltba, 16-féle ízű jégkrém lehetett kapni. Anna két különböző ízű választott. Napközben néhány ízből az összes jégkrém eladták, így amikor este Bea bement a boltba, már csak kevesebb fajtából választhatott. Ő három különböző ízű jégkrém választott. Kiderült, hogy Annának és Beának ugyanannyi választási lehetősége volt az ízek kiválasztásakor. Hányféle íz fogyott el?

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6

24. Az  $N$  szám osztható 2-től 11-ig mindegyik számmal kettő kivételével. Az alábbi természetes számpárok közül melyik pár képezheti a kivételt?

- A) 2 és 3    B) 4 és 5    C) 6 és 7    D) 7 és 8    E) 10 és 11

25. Egy téglalap alakú kert egyik oldalának hosszát 20%-kal, a másik oldalának hosszát 50%-kal megnöveltük, így az ábrán látható négyzetet kaptuk. A négyzet és az eredeti téglalap alakú kert átlói közötti szürke rész területe  $30 \text{ m}^2$ . Mekkora az eredeti téglalap alakú kert területe?

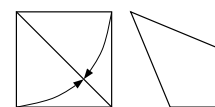


- A)  $60 \text{ m}^2$     B)  $65 \text{ m}^2$     C)  $70 \text{ m}^2$     D)  $75 \text{ m}^2$     E)  $80 \text{ m}^2$

26. Tominak van 71 üveggolyója egy dobozban. A következő két művelet engedélyezett: (1) kivehet a dobozból pontosan 30 üveggolyót; (2) visszatehet a dobozba pontosan 18 üveggolyót. Mindkét műveletet annyiszor hajthatja végre, ahányszor szeretné. Legkevesebb hány üveggolyó maradhat a dobozban?

- A) 1    B) 3    C) 5    D) 7    E) 11

27. Panni egy 1 oldalhosszúságú négyzet alakú lap két szemközti csúcsát a jobb oldali ábrán látható módon a másik két csúcsot összekötő átlóhoz hajtotta. Így egy négyszöget kapott. Mekkora ennek a négyszögnek a területe?

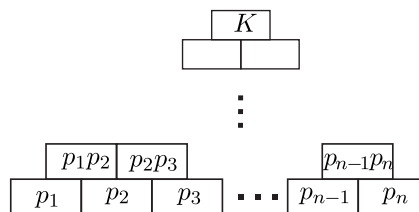


- A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     B)  $2 - \sqrt{2}$     C)  $\sqrt{2} - 1$     D)  $\frac{7}{10}$     E)  $\frac{3}{5}$

28. Egy kocka alakú jéghegy térfogatának pontosan 90%-a van a víz felszíne alatt. A kockának három éle részben kilátszik a vízből. Az élek látható részeinek hossza 24 m, 25 m és 27 m. Milyen hosszú a kocka éle?

- A) 30 m    B) 33 m    C) 34 m    D) 35 m    E) 39 m

29. A jobb oldali ábrán látható táblázat alsó sorába beírtunk  $n$  darab különböző  $p_1, \dots, p_n$  prímszámot. A többi sor mindegyik cellájába a közvetlenül alatta lévő két cellába írt szám szorzatát írjuk. A táblázat tetején levő mezőbe a  $K = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_n^{\alpha_n}$  szám kerül. Ha egy táblázatban  $\alpha_2 = 8$ , akkor hány szám osztható  $p_4$ -gyel?



- A) 4    B) 16    C) 24    D) 28    E) 36

30. Anna és Bori szeretnék kideríteni, hogy a következő alakzatok közül melyik Cili kedvence: ☆ ★ △ ▲ □ ■ ◇ ● ○. Anna tudja, hogy Cili elárulta Borinak, hogy milyen alakú az alakzat. Bori tudja, hogy Cili elárulta Annának, hogy milyen színű az alakzat. A következő beszélgetés zajlott le: Anna: „Nem tudom melyik Cili kedvenc alakzata, és tudom, hogy Bori sem tudja.” Bori: „Én először nem tudtam, melyik Cili kedvenc alakzata, de most már tudom.” Anna: „Most már én is tudom.” Melyik Cili kedvenc alakzata?

- A) ★    B) □    C) ▲    D) ■    E) ●

Feladatok: „Kangaroo Meeting 2019”, Chicago, USA  
 A verseny szervezője: Szerbiai Matematikusok Egyesülete  
 Fordította: Ágó Balog Krisztina  
 Lektorálta: Béres Zoltán  
 E-mail: drustvomatematicara@yahoo.com  
 URL: <http://www.dms.rs>