

Matematičko takmičenje „Kengur bez granica” 2020.

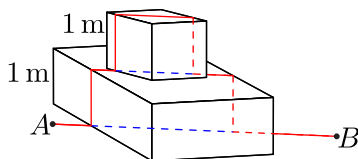
11 – 12. razred

Zadaci koji vrede 3 poena

1. Zbir poslednje dve cifre proizvoda $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ je:

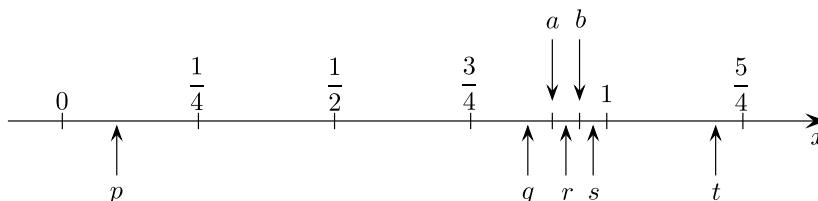
- A) 2 B) 4 V) 6 G) 8 D) 16

2. Mrav je svakog dana išao duž prave horizontalne putanje od tačke A do tačke B , koje su udaljene 5 m jedna od druge (vidi sliku ispod). Jednog dana čovek je na njegovu putanju stavio dve čudne prepreke koje su obe visine po 1 m. Sada mrav ide duž ili iznad iste prave putanje izuzev što mora i da se vertikalno popne na obe prepreke i da siđe sa njih, kao što je prikazano na slici. Kolika je dužina njegove putanje sada?



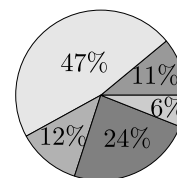
- A) 7 m B) 9 m
V) $(5 + 4\sqrt{2})$ m G) $(9 - 2\sqrt{2})$ m D) zavisi od položaja prepreka

3. Vuk je na brojevnoj pravoj označio tačke a i b najpreciznije što je mogao (vidi sliku ispod). Koja od tačaka p, q, r, s ili t na brojevnoj pravoj najpreciznije predstavlja proizvod ab ?



- A) p B) q V) r G) s D) t

4. Kružni dijagram na slici desno prikazuje kako đaci jedne škole dolaze u školu. Približno dva puta više njih dolazi biciklom nego javnim prevozom i skoro je isti broj učenika koji dolazi kolima i onih koji dolaze peške. Preostali dolaze mopedom. Koliko procenata učenika dolazi mopedom?



- A) 6% B) 11% V) 12% G) 24% D) 47%

5. Zbir pet trocifrenih brojeva je 2664, kao što je prikazano na slici desno. Vrednost zbira $A + B + C + D + E$ jednaka je:

- A) 4 B) 14 V) 24 G) 34 D) 44

$A B C$
$+ B C D$
$+ C D E$
$+ D E A$
$+ E A B$
<hr/>
2 6 6 4

6. Vrednost izraza $\frac{1010^2 + 2020^2 + 3030^2}{2020}$ jednaka je:

- A) 2020 B) 3030 V) 4040 G) 6060 D) 7070

7. Neka su a, b i c celi brojevi takvi da je $1 \leq a \leq b \leq c$ i $abc = 1000000$. Koja je najveća moguća vrednost broja b ?

- A) 2000 B) 1000 V) 500 G) 250 D) 100

8. Ako je masa P pasa K kilograma i masa S slonova ista kao masa M pasa, koliko kilograma ima jedan slon?

- A) $PKSM$ B) $\frac{PK}{SM}$ V) $\frac{KS}{PM}$ G) $\frac{KM}{PS}$ D) $\frac{PM}{KS}$

9. Imamo dve kockice. Svaka od njih ima po dve crvene, dve plave i dve bele strane. Ako bacimo obe kockice istovremeno, kolika je verovatnoća da padnu tako da na obe kockice na gornjoj strani bude ista boja?

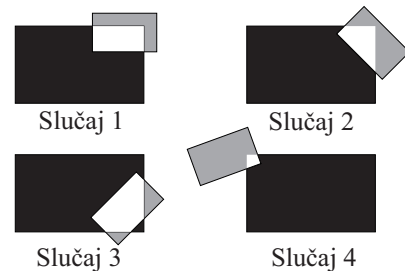
- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{9}$ V) $\frac{1}{6}$ G) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{1}{3}$

10. Koji od sledećih brojeva nije deljiv brojem 3 ni za jedan ceo broj n ?

- A) $5n + 1$ B) n^2 V) $n(n + 1)$ G) $6n - 1$ D) $n^3 - 2$

Zadaci koji vrede 4 poena

11. Crni i sivi pravougaonik se preklapaju. Na slici desno prikazana su 4 različita slučaja. Označimo sa C površinu dela crnog pravougaonika koji nije zajednički za oba pravougaonika na slici, a sa S površinu dela sivog pravougaonika koji nije zajednički za oba pravougaonika. Koje od sledećih tvrdjenja je tačno za razliku $C - S$?

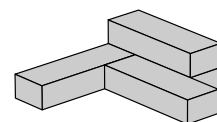


- A) U slučaju 1 je $C - S$ veće nego u ostalim slučajevima.
 B) U slučaju 2 je $C - S$ veće nego u ostalim slučajevima.
 V) U slučaju 3 je $C - S$ veće nego u ostalim slučajevima.
 G) U slučaju 4 je $C - S$ veće nego u ostalim slučajevima.
 D) $C - S$ je isto u svim slučajevima.

12. Na stolu je 5 novčića postavljenih tako da je svima gore „glava”. U svakom koraku igrač mora da okrene tačno tri novčića. Koliko je najmanje koraka potrebno igraču da svi novčići na stolu budu postavljeni tako da je svima gore „pismo”?

- A) 2 B) 3 V) 4 G) 5 D) Nemoguće ih je tako okrenuti.

13. Četiri identične kutije su zalepljene tako da je dobijeno telo prikazano na slici desno. Jedan litara farbe je dovoljan da se ofarba spolja jedna takva kutija. Koliko litara farbe je potrebno da se ofarba spolja telo dobijeno lepljenjem?



- A) 2,5 B) 3 V) 3,25 G) 3,5 D) 4

14. Neka su a , b i c celi brojevi. Koji od sledećih brojeva sigurno nije jednak vrednosti izraza $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$?

- A) 0 B) 1 V) 2 G) 6 D) 8

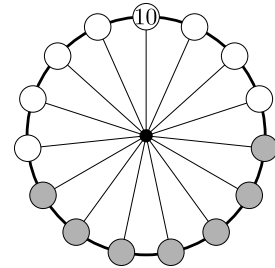
15. Prve dve cifre 100-cifrenog broja su, redom, 2 i 9. Koliko cifara ima kvadrat tog broja?

- A) 101 B) 199 V) 200 G) 201 D) Ne može se odrediti.

16. Niz f_n je dat sa $f_1 = 1$, $f_2 = 3$ i $f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$ za $n \geq 1$. Koliko ima parnih brojeva među vrednostima prvih 2020 elemenata niza?

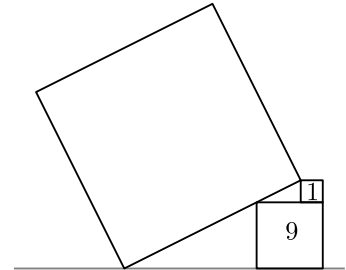
- A) 673 B) 674 V) 1010 G) 1011 D) 1347

17. Milan je upisao 15 brojeva u male krugove točka prikazanog na slici desno. Vidljiv je samo broj 10 na vrhu točka. Zbir brojeva u bilo kojih 7 uzastopnih malih krugova točka, kao onih obojenih sivo, je uvek isti. Ako svih 15 brojeva saberemo, koliko od brojeva 75, 216, 365 i 2020 može biti jednako tom zbiru?



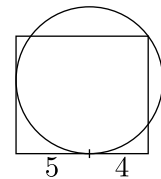
- A) 4 B) 3 V) 2 G) 1 D) 0

18. Veliki kvadrat dodiruje dva mala kvadrata kao što je prikazano na slici desno. Brojevi u malim kvadratima predstavljaju njihove površine. Kolika je površina velikog kvadrata?



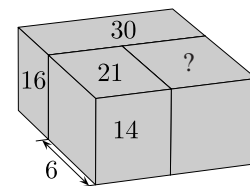
- A) 49 B) 80 V) 81 G) 82 D) 100

19. Krug i pravougaonik su nacrtani tako da krug dodiruje dve stranice pravougaonika i prolazi kroz jedno od njegovih temena (vidi sliku desno). Rastojanja dva temena pravougaonika od tačke u kojoj krug dodiruje stranicu pravougaonika su 5 i 4 kao na slici. Kolika je površina pravougaonika?



- A) 27π B) 25π
V) 72 G) 63 D) nijedan od odgovora A) – G) nije tačan

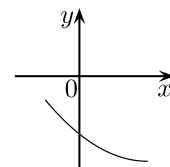
20. Tri kvadra su postavljena tako da formiraju veći kvadar, kao na slici desno. Širina jednog od njih je 6, a površine nekih od njihovih strana su 14, 21, 16 i 30, kao na slici. Kolika je površina strane označene znakom pitanja?



- A) 18 B) 24
V) 28 G) 30 D) ne može se odrediti

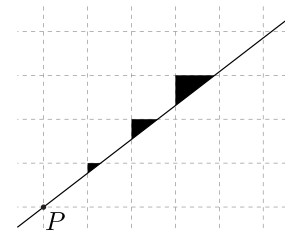
Zadaci koji vrede 5 poena

21. Na slici desno prikazan je deo grafika parabole čija je jednačina $y = ax^2 + bx + c$. Koji od sledećih brojeva je pozitivan?



- A) c B) $b + c$ V) ac G) bc D) ab

22. Na papiru sa ucrtanom kvadratnom mrežom nacrtana je prava koja prolazi kroz teme mreže P i obojena su tri trougla kao na slici desno. Koji do sledećih odnosa može predstavljati odnos površina ovih trouglova?



- A) 1 : 2 : 3 B) 1 : 2 : 4
V) 1 : 3 : 9 G) 1 : 4 : 8 D) nijedan od odgovora A) – G) nije tačan

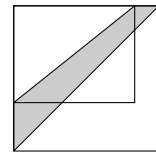
23. Ujutru je poslastičarnica nudila 16 ukusa sladoleda. Ujutru je Ana želela da izabere sladoled sa dva ukusa. Uveče je nekoliko ukusa rasprodato i Bojana je želela da izabere sladoled sa tri od preostalih ukusa. I Ana i Bojana su izabrale sladoled kakav su želele i obe su imale isti broj mogućih kombinacija. Koliko ukusa je rasprodato?

- A) 2 B) 3 V) 4 G) 5 D) 6

24. Broj N je deljiv svim brojevima od 2 do 11 izuzev sa dva od njih. Koji od sledećih parova prirodnih brojeva mogu biti ta dva broja koji nisu delioci broja N ?

- A) 2 i 3 B) 4 i 5 V) 6 i 7 G) 7 i 8 D) 10 i 11

25. Dužina jedne stranice pravougaone bašte je povećana za 20%, a dužina druge stranice je povećana za 50%. Nova bašta je kvadratnog oblika, kao što je prikazano na slici desno. Površina sivog dela između dijagonale kvadratne bašte i dijagonale originalne pravougaone bašte je 30 m^2 . Kolika je površina originalne pravougaone bašte?

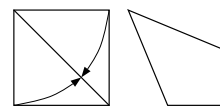


- A) 60 m^2 B) 65 m^2 V) 70 m^2 G) 75 m^2 D) 80 m^2

26. Toma ima 71 kliker u kutiji na raspolaganju. Njemu su dozvoljene sledeće dve operacije: (1) da izvadi iz kutije tačno 30 klikera i (2) da vrati u kutiju tačno 18 klikera. Svaku operaciju može da primeni onoliko puta koliko želi. Koliko najmanje klikera može da ostane u kutiji?

- A) 1 B) 3 V) 5 G) 7 D) 11

27. Zlata je komad papira oblika kvadrata stranice dužine 1 presavila tako da se dve stranice kvadrata preklapaju sa dijagonalom, kao što je prikazano na slici desno. Na taj način Zlata je dobila četvorougao. Kolika je površina tog četvorougla?

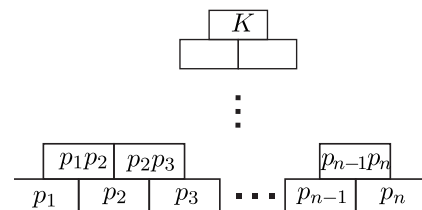


- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $2 - \sqrt{2}$ V) $\sqrt{2} - 1$ G) $\frac{7}{10}$ D) $\frac{3}{5}$


28. Santa leda je oblika kocke. Tačno 90% njene zapremine je skriveno ispod površine vode. Tri ivice kocke su delimično vidljive van vode. Dužine vidljivih delova ivica su 24 m, 25 m i 27 m. Kolika je dužina ivice kocke?






- A) 30 m B) 33 m V) 34 m G) 35 m D) 39 m

29. Različitih n prostih brojeva od p_1 do p_n su upisani sleva na desno u donju vrstu tabele prikazane na slici desno. Proizvod dva susedna broja iz jedne vrste upisan je u polje koje je direktno iznad njih. Broj $K = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_n^{\alpha_n}$ upisan je u polje na vrhu tabele. U tabeli gde je $\alpha_2 = 8$, koliko brojeva je deljivo brojem p_4 ?



- A) 4 B) 16 V) 24 G) 28 D) 36

30. Adam i Bojan žele da otkriju koja od sledećih figura  je Vladina omiljena. Adam zna da je Vlada rekao Bojanu njen oblik. Bojan zna da je Vlada rekao Adamu njenu boju. Vođen je sledeći razgovor. Adam: „Ja ne znam koja je Vladina omiljena figura i znam da ni Bojan ne zna.“ Bojan: „Ja prvo nisam znao koja je Vladina omiljena figura, ali sada znam.“ Adam: „Sada znam i ja.“ Koja je Vladina omiljena figura?

- A)  B)  V)  G)  D) 

Zadaci: „Kangaroo Meeting 2019“, Čikago, SAD
 Organizator takmičenja: Društvo matematičara Srbije
 Prevod: prof. dr Marija Stanić
 Recenzent: prof. dr Zoran Kadelburg
 E-mail: drustvomatematicara@yahoo.com
 URL: <http://www.dms.rs>