

Математичко такмичење „Кенгур без граница” 2020.

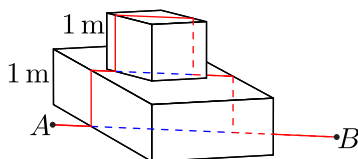
11 – 12. разред

Задаци који вреде 3 поена

1. Збир последње две цифре производа $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ је:

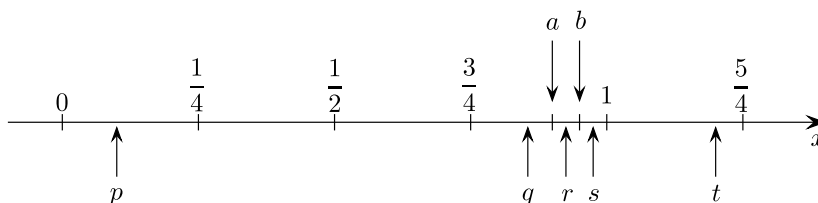
- А) 2 Б) 4 В) 6 Г) 8 Д) 16

2. Мрав је сваког дана ишао дуж праве хоризонталне путање од тачке A до тачке B , које су удаљене 5 m једна од друге (види слику испод). Једног дана човек је на његову путању ставио две чудне препреке које су обе висине по 1 m. Сада мрав иде дуж или изнад исте праве путање изузев што мора и да се вертикално попне на обе препреке и да сиђе са њих, као што је приказано на слици. Колика је дужина његове путање сада?



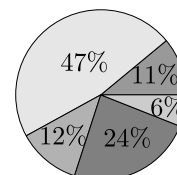
- А) 7 m Б) 9 m
 В) $(5 + 4\sqrt{2})$ m Г) $(9 - 2\sqrt{2})$ m Д) зависи од положаја препрека

3. Вук је на бројевној правој означио тачке a и b најпрецизније што је могао (види слику испод). Која од тачака p, q, r, s или t на бројевној правој најпрецизније представља производ ab ?



- А) p Б) q В) r Г) s Д) t

4. Кружни дијаграм на слици десно приказује како ђаци једне школе долазе у школу. Приближно два пута више њих долази бициклом него јавним превозом и скоро је исти број ученика који долази колима и оних који долазе пешке. Преостали долазе мопедом. Колико процената ученика долази мопедом?



- А) 6% Б) 11% В) 12% Г) 24% Д) 47%

5. Збир пет троцифрених бројева је 2664, као што је приказано на слици десно. Вредност збира $A + B + C + D + E$ једнака је:

$$\begin{array}{r} A B C \\ + B C D \\ + C D E \\ + D E A \\ + E A B \\ \hline 2 6 6 4 \end{array}$$

- А) 4 Б) 14 В) 24 Г) 34 Д) 44

6. Вредност израза $\frac{1010^2 + 2020^2 + 3030^2}{2020}$ једнака је:

- А) 2020 Б) 3030 В) 4040 Г) 6060 Д) 7070

7. Нека су a, b и c цели бројеви такви да је $1 \leq a \leq b \leq c$ и $abc = 1000000$. Која је највећа могућа вредност броја b ?

- А) 2000 Б) 1000 В) 500 Г) 250 Д) 100

8. Ако је маса P паса K килограма и маса S слонова иста као маса M паса, колико килограма има један слон?

- А) $PKSM$ Б) $\frac{PK}{SM}$ В) $\frac{KS}{PM}$ Г) $\frac{KM}{PS}$ Д) $\frac{PM}{KS}$

9. Имамо две коцкице. Свака од њих има по две црвене, две плаве и две беле стране. Ако бацимо обе коцкице истовремено, колика је вероватноћа да падну тако да на обе коцкице на горњој страни буде иста боја?

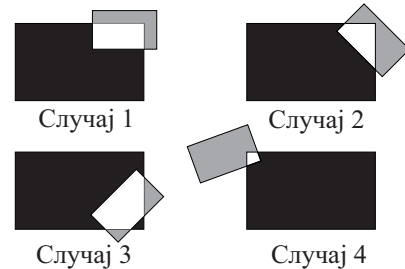
- А) $\frac{1}{12}$ Б) $\frac{1}{9}$ В) $\frac{1}{6}$ Г) $\frac{2}{9}$ Д) $\frac{1}{3}$

10. Који од следећих бројева није дељив бројем 3 ни за један цео број n ?

- А) $5n + 1$ Б) n^2 В) $n(n + 1)$ Г) $6n - 1$ Д) $n^3 - 2$

Задачи који вреде 4 поена

11. Црни и сиви правоугаоник се преклапају. На слици десно приказана су 4 различита случаја. Означимо са C површину дела црног правоугаоника који није заједнички за оба правоугаоника на слици, а са S површину дела сивог правоугаоника који није заједнички за оба правоугаоника. Које од следећих твђења је тачно за разлику $C - S$?

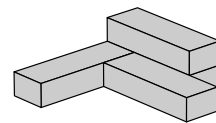


- А) У случају 1 је $C - S$ веће него у осталим случајевима.
 Б) У случају 2 је $C - S$ веће него у осталим случајевима.
 В) У случају 3 је $C - S$ веће него у осталим случајевима.
 Г) У случају 4 је $C - S$ веће него у осталим случајевима.
 Д) $C - S$ је исто у свим случајевима.

12. На столу је 5 новчића постављених тако да је свима горе „глава”. У сваком кораку играч мора да окрене тачно три новчића. Колико је најмање корака потребно играчу да сви новчићи на столу буду постављени тако да је свима горе „писмо”?

- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 5 Д) Немогуће их је тако окренути.

13. Четири идентичне кутије су залепљене тако да је добијено тело приказано на слици десно. Један литар фарбе је довољан да се офарба споља једна таква кутија. Колико литара фарбе је потребно да се офарба споља тело добијено лепљењем?



- А) 2,5 Б) 3 В) 3,25 Г) 3,5 Д) 4

14. Нека су a , b и c цели бројеви. Који од следећих бројева сигурно није једнак вредности израза $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$?

- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 6 Д) 8

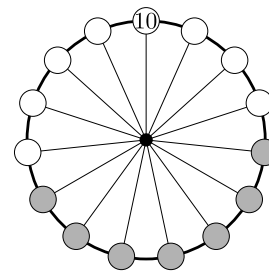
15. Прве две цифре 100-цифреног броја су, редом, 2 и 9. Колико цифара има квадрат тог броја?

- А) 101 Б) 199 В) 200 Г) 201 Д) Не може се одредити.

16. Низ f_n је дат са $f_1 = 1$, $f_2 = 3$ и $f_{n+2} = f_n + f_{n+1}$ за $n \geq 1$. Колико има парних бројева међу вредностима првих 2020 елемената низа?

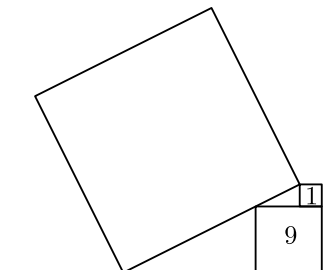
- А) 673 Б) 674 В) 1010 Г) 1011 Д) 1347

17. Милан је уписао 15 бројева у мале кругове точка приказаног на слици десно. Видљив је само број 10 на врху точка. Збир бројева у било којих 7 узастопних малих кругова точка, као оних обојених сиво, је увек исти. Ако свих 15 бројева саберемо, колико од бројева 75, 216, 365 и 2020 може бити једнако том збиру?



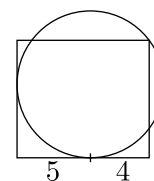
- А) 4 Б) 3 В) 2 Г) 1 Д) 0

18. Велики квадрат додирује два мала квадрата као што је приказано на слици десно. Бројеви у малим квадратима представљају њихове површине. Колика је површина великог квадрата?



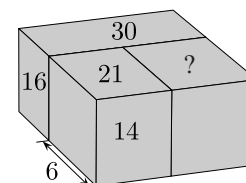
- А) 49 Б) 80 В) 81 Г) 82 Д) 100

19. Круг и правоугаоник су нацртани тако да круг додирује две стране правоугаоника и пролази кроз једно од његових темена (види слику десно). Растојања два темена правоугаоника од тачке у којој круг додирује страну правоугаоника су 5 и 4 као на слици. Колика је површина правоугаоника?



- А) 27π Б) 25π
В) 72 Г) 63 Д) ниједан од одговора А) – Г) није тачан

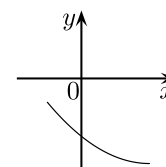
20. Три квадра су постављена тако да формирају већи квадар, као на слици десно. Ширина једног од њих је 6, а површине неких од њихових страна су 14, 21, 16 и 30, као на слици. Колика је површина стране означене знаком питања?



- А) 18 Б) 24
В) 28 Г) 30 Д) не може се одредити

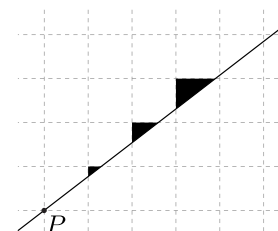
Задачи који вреде 5 поена

21. На слици десно приказан је део графика параболе чија је једначина $y = ax^2 + bx + c$. Који од следећих бројева је позитиван?



- А) c Б) $b + c$ В) ac Г) bc Д) ab

22. На папиру са уцртаном квадратном мрежом нацртана је права која пролази кроз теме мреже P и обојена су три троугла као на слици десно. Који до следећих односа може представљати однос површина ових троуглова?



- А) 1 : 2 : 3 Б) 1 : 2 : 4
В) 1 : 3 : 9 Г) 1 : 4 : 8 Д) ниједан од одговора А) – Г) није тачан

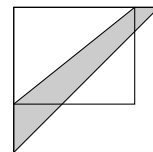
23. Ујутру је посластичарница нудила 16 укуса сладоледа. Ујутру је Ана желела да изабере сладолед са два укуса. Увече је неколико укуса распродато и Бојана је желела да изабере сладолед са три од преосталих укуса. И Ана и Бојана су изабрале сладолед какав су желеле и обе су имале исти број могућих комбинација. Колико укуса је распродато?

- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 5 Д) 6

24. Број N је дељив свим бројевима од 2 до 11 изузев са два од њих. Који од следећих парова природних бројева могу бити та два броја који нису делиоци броја N ?

- А) 2 и 3 Б) 4 и 5 В) 6 и 7 Г) 7 и 8 Д) 10 и 11

25. Дужина једне стране правоугаоне баште је повећана за 20%, а дужина друге стране је повећана за 50%. Нова башта је квадратног облика, као што је приказано на слици десно. Површина сивог дела између дијагонале квадратне баште и дијагонале оригиналне правоугаоне баште је 30 m^2 . Колика је површина оригиналне правоугаоне баште?

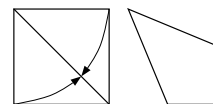


- А) 60 m^2 Б) 65 m^2 В) 70 m^2 Г) 75 m^2 Д) 80 m^2

26. Тома има 71 кликер у кутији на располагању. Њему су дозвољене следеће две операције: (1) да извади из кутије тачно 30 кликера и (2) да врати у кутију тачно 18 кликера. Сваку операцију може да примени онолико пута колико жели. Колико најмање кликера може да остане у кутији?

- А) 1 Б) 3 В) 5 Г) 7 Д) 11

27. Злата је комад папира облика квадрата странице дужине 1 пресавила тако да се две стране квадрата преклапају са дијагоналном, као што је приказано на слици десно. На тај начин Злата је добила четвороугао. Колика је површина тог четвороугла?



- А) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Б) $2 - \sqrt{2}$ В) $\sqrt{2} - 1$ Г) $\frac{7}{10}$ Д) $\frac{3}{5}$

28. Санта леда је облика коцке. Тачно 90% њене запремине је скривено испод површине воде. Три ивице коцке су делимично видљиве ван воде. Дужине видљивих делова ивица су 24 m, 25 m и 27 m. Колика је дужина ивице коцке?

- А) 30 m Б) 33 m В) 34 m Г) 35 m Д) 39 m

29. Различитих n простих бројева од p_1 до p_n су уписани слева на десно у доњу врсту табеле приказане на слици десно. Производ два суседна броја из једне врсте уписан је у поље које је директно изнад њих. Број $K = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_n^{\alpha_n}$ уписан је у поље на врху табеле. У табели где је $\alpha_2 = 8$, колико бројева је дељиво бројем p_4 ?

K										
$p_1 p_2$	$p_2 p_3$...				$p_{n-1} p_n$				
p_1	p_2	p_3	...				p_{n-1}	p_n		

- А) 4 Б) 16 В) 24 Г) 28 Д) 36

30. Адам и Бојан желе да открију која од следећих фигура је Владина омиљена. Адам зна да је Влада рекао Бојану њен облик. Бојан зна да је Влада рекао Адаму њену боју. Вођен је следећи разговор. Адам: „Ја не знам која је Владина омиљена фигура и знам да ни Бојан не зна.” Бојан: „Ја прво нисам знао која је Владина омиљена фигура, али сада знам.” Адам: „Сада знам и ја.” Која је Владина омиљена фигура?

- А) Б) В) Г) Д)

Задаци: „Kangaroo Meeting 2019”, Чикаго, САД
 Организатор такмичења: Друштво математичара Србије
 Превод: проф. др Марија Станић
 Рецензент: проф. др Зоран Каделбург
 E-mail: drustvomatematicara@yahoo.com
 URL: <http://www.dms.rs>