ДОДАТНА НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ ЗА УЧЕНИКЕ ОСНОВНЕ ШКОЛЕ
7. РАЗРЕД

МАТЕМАТИЧКЕ ИГРЕ

1. РЕШЕНИ ПРИМЕРИ

Пример 1. На столу су две гомиле са по 10 палидрваца. Два играча наизменично узимају произвољан број палидрваца са једне од гомила. Побеђује онај играч који одигра последњи потез. Који играч има победничку стратегију?

Решење. Победничку стратегију има други играч. Колико год палидрваца да први играч узме са једне од гомила, други играч у наредном потезу, узимајући исти толики број палидрваца са друге гомиле, обезбеђује себи да може одиграти последњи потез у игри. За овакву стратегију каже се да је тзв. ,,симетрична" стратегија.

Пример 2. Аница и Даница играју игру у којој наизменично узимају бомбоне из кутије. У једном потезу је могуће узети једну, две, три или четири бомбоне. У игри побеђује онај играч који последњи узме бомбоне. Која од девојчица има победничку стратегију ако игру започиње Аница, а у кутији је:
а) 30 бомбона;
б) 33 бомбоне?

Решење. а) Победничку стратегију има Даница. Ако Аница у свом потезу узме x бомбона, а Даница у следећем потезу узме $5-x$, тако ће након сваког пара потеза у кутији бити за 5 бомбона мање. Како је број 30 дељив са 5, то играч који игра као други може контролисати игру и има победничку стратегију.
б) Победничку стратегију има Аница. Ако у првом потезу узме 3 бомбоне у кутији ће остати 30 бомбона, што је број дељив са 5. Након тога на сваки потез у коме Даница узима x бомбона Аница узима $x-5$ бомбона и на тај начин обезбеђује себи последњи потез.

Пример 3. Две екипе A и B се на једном математичком квизу боре за гомилу на којој је 2017 бомбона. У овој игри капитени екипа вуку наизменично потезе, а почиње екипа A. У једном потезу је могуће или узети једну бомбону са неке од постојећих гомила или неку од постојећих гомила поделити на две или више мањих гомила са истим бројем бомбона у свакој. У игри побеђује она екипа чији капитен узме последњу бомбону. Докажи да екипа B има победничку стратегију. (*Државно такмичење, Седми разред, 2017.*)

Решење. У првом потезу екипа A има две могућности. Или да узме једну бомбону или, пошто је 2017 прост број, да подели ову гомилу на 2017 гомила са по 1 бомбоном.

Ако екипа A узме 1 бомбону тада екипа B може поделити гомилу од 2016 бомбона на две гомиле и у наставку играти симетрично екипи A и на тај начин победити. Ако екипа A подели ову гомилу на 2017 гомила са по 1 бомбоном у наставку игре би наизменичним узимањем по 1 бомбоне последњу бомбону узела и победила екипа B. Дакле, победничку стратегију има екипа B.

Пример 4. У сваком потезу са гомиле бомбона, која се налази на столу, могуће је узети било који број бомбона мањи од половине или тачно једну бомбону. Побеђује онај играч који узме последњу бомбону. Који, од два играча, има победничку стратегију, ако је на столу:
а) 16 бомбона;
б) 50 бомбона?

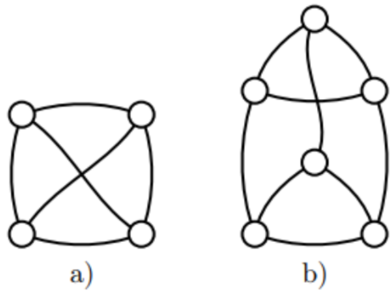
Решење. а) Нека први играч узме са гомиле x бомбона ($x < 8$), други треба да узме $8 - x$ бомбона. Настављајући оваквим играњем, у коме у сваком потезу други играч узима онолико бомбона колико је неопходно да на столу остане тачно половина бомбона у односу на број оних које су остале након његовог претходног потеза, други играч има победничку стратегију.
б) Први играч има победничку стратегију. Ако у првом потезу узме 18 бомбона, он своди број преосталих бомбона на столу на број који је једнак степену двојке, па касније следећи стратегију из дела а) побеђује у игри.

2. ЗАДАЦИ ЗА ВЕЖБУ

1. На столу су две гомиле палидрваца. На једној је 20, а на другој 30. Два играча наизменично узимају произвиољан број палидрваца са једне од гомила. Побеђује онај играч који одигра последњи потез. Који играч има победничку стратегију?

2. У доњем левом углу табле 7×7 постављен је ,,хроми краљ” који може да се помери за једно поље горе-право или дијагонално-десно-горе. Два играча наизменично померају ову фигуру. Партију губи онај играч који не може одиграти потез. Ко има победничку стратегију?

3. Неколико балона је повезано нитима у целину, као на слици. Два играча играју игру у којој наизменично кидају по једну нит. Партију губи онај такмичар након чијег потеза један балон бива откачен од целине. Ко има победничку стратегију?



a) b)

4. На табли је записано 10 јединица и 10 двојки. Два играча играју игру по следећим правилима: у једном потезу је могуће обрисати два иста броја и записати број 2 или избрисати два разлилита броја и записати број 1. Ако је последњи број у игри који остаје на табли 1 побеђује први играч, а ако је 2 побеђује други играч. Који играч има победничку стратегију?

5. Аца и Бобан играју игру са чоколадом „*Најлепше жеље*" са 4×8 коцкица. У једном потезу могуће је преломити чоколаду праволинијски по означеним линијама између коцкица. Партију губи онај играч који не може да одигра потез. Који играч има победничку стратегију?

6. Ана и Тања једу бомбоне са стола на коме је гомила са 40 бомбона. У једном потезу се мозе појести 2, 3 или 4 бомбоне. Побеђује она девојчица која последња поједе бомбоне са стола. Ко има победничку стратегију?

7. У кутији је 50 куглица. Два играча наизменично додају у кутију неки број од 1 до 9 куглица. Побеђује онај играч након чијег потеза у кутију буде тачно 200 куглица.

8. Шаховски почетник игра игру у којој истовремено игра партије са два велемајстора, при чему са једним противником игра као бели (започиње партију), а са другим као црни (игра као други играч). Да ли постоји стратегија по којој може да освоји бар 1 поен у ове две партије? У шаху се за победу добија 1 поен, а за нерешен резултат по 0,5 поена.

9. Два играча наизменично постављају кружне жетоне на сто кружног облика. Партију губи онај играч који не може да одигра потез. Који играч има победничку стратегију?

10. На сваком пољу квадратне табле 7×7 постављен је жетон. Два играча у наизменичним потезима склањају са табле један или више суседних жетона који се налазе у хоризонталном или вертикалном реду. Побеђује онај играч који одигра последњи потез. Који играч има победничку стратегију?

11. Два играча А и Б, играју игру у којој сваки од њих наизменично записује на таблу по једну цифру, почевши са цифром различитом од 0, дописујући цифре слева на десно, све док не формирају шестоцифрени број. Ако је тај број дељив са 7 побеђује други играч, а иначе победник је први играч.

12. Перица и Јоца су ушли у учионицу и видели да је на табли написано

    СРПСКА МАТЕМАТИЧКА ОЛИМПИЈАДА

    Они су се договорили да играју следећу игру. Наизменично ће брисати слова тог записа, при чему се једним потезом може избрисати само неколико истих слова (бар једно и не морају сва иста слова да се избришу). Победник је играч који избрише последње слово. Перица почиње први. Који играч има победничку стратегију? (*Државно такмичење, Осми разред, 2016.*)