



ДОДАТНА НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ ЗА УЧЕНИКЕ ОСНОВНЕ ШКОЛЕ
8. РАЗРЕД

ЗБИР ЦИФАРА ПРИРОДНОГ БРОЈА n

ПРИМЕР 1.

Сваки природан број n и збир његових цифара $S(n)$ при дељењу са 9 дају једнаке остатке. Докажи.

РЕШЕЊЕ: Ако је $n = a_0 + 10a_1 + 10^2a_2 + \dots + 10^ka_k$, онда је $S(n) = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_k$. Како је $10 \equiv 1 \pmod{9}$, то је за свако природно k број $10^k \equiv 1 \pmod{9}$, то је $n = a_0 + 10a_1 + 10^2a_2 + \dots + 10^ka_k \equiv a_0 + 1 \cdot a_1 + 1 \cdot a_2 + \dots + 1 \cdot a_k \equiv a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_k = S(n) \pmod{9}$. Из чињенице да је $n \equiv S(n) \pmod{9}$ следи да n и $S(n)$ имају исти остатак при дељењу са 9.

ЗАДАЦИ

1. Колики је остатак при дељењу броја 252525...252525 са 9 (цифаре 2 и 5 се понављају по 100 пута)?
2. Да ли је тачна једнакост: $S(3^{98765}) = 43210$?
3. Збир цифара броја 9^{2020} је a . Збир цифара броја a једнак је броју b , а збир цифара броја b једнак је броју c . Одредити збир цифара броја c .
4. Нека је $n = 2^{1111}$. Одредити број $S(S(S(n)))$.
5. Збир цифара броја n је 2020, тј. $S(n) = 2020$. Може ли $S(n+1)$ бити: а) 2019; б) 2021; в) 5; г) 1679? Може ли се конструисати неки од тражених бројева?
6. Одредити све природне бројеве m такве да је: а) $m + S(m) = 2020$; б) $m + S(m) + S(S(m)) = 2020$; в) $m + S(m) + S(S(m)) + S(S(S(m))) = 2020$.
7. Постоје ли природни бројеви a и b такви да је $a + b = 100$ и $S(a) + S(b) = 20$.
8. Ако су a и b природни бројеви, реши систем једначина: $a + b = 100$ и $S(a) + S(b) = 19$.
9. Постоје ли природни бројеви a и b такви да је: $a + b = 40$ и $S(a) = S(b)$? Колико таквих бројева има?
10. Ако су a и b природни бројеви, реши систем једначина: $a + S(b) = 62$ и $b + S(a) = 53$.