



ДОДАТНА НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ ЗА УЧЕНИКЕ ОСНОВНЕ ШКОЛЕ
8. РАЗРЕД

БРОЈ ДЕЛИЛАЦА ПРИРОДНОГ БРОЈА n

1. Коликико различитих делилаца укључујући број 1 и само себе има број 108.
2. Колико делилаца има број $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$ ако су различити прости бројеви, а $\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_k$ ненегативни цели бројеви?
3. Колико делилаца има број $m = 2^9 \cdot 3^8 \cdot 4^7 \cdot 5^6 \cdot 6^5$?
4. Ако природан број n има тачно 8 делилаца, онда је $n > 23$. Докажи.
5. Одреди најмањи природан број који има тачно 12 делилаца.
6. Постоји ли природан број који је дељив са 10 и има тачно 10 делилаца?
7. Одреди најмањи природан број који је дељив са 30 и који има тачно 12 делилаца.
8. Одреди најмањи природан број који има 100 делилаца.
9. Колико има природних бројева мањих од 10^{500} који имају 1997 делилаца?
10. Природан број n има 6 делилаца, а n^2 има 15 делилаца. Колико делилаца има број n^3 ?
11. Докажи да ако природан број има непаран број делилаца, онда је он потпун квадрат. Важи ли обрнуто тврђење?
12. Израчунај највећи петодигитни број који има тачно 5 делилаца.
13. Три ученика Раша, Жарко и Лека дали су следеће исказе о природном броју n . Раша: Број n има 14 делилаца; Жарко: Број n^2 има 28 делилаца; Лека: Број n је дељив са 12. Испоставило се да су два од датих исказа били тачни, а један нетачан. Одреди n .
14. Колико решења у скупу природних бројева има једначина: $x^2 - y^2 = 2^\alpha \cdot 3^\beta$ (α и β су ненегативни цели бројеви)?
15. На командном пулту налази се 2020 тастера који су нумерисани бројевима од 1 до 2020. Сваки тастер пали (или гаси) сијалицу која је нумерисана истим бројем. Тренутно су све сијалице угашене. Први ученик притисне сваки тастер и упали све сијалице. Затим други ученик притисне сваки други тастер, трећи ученик сваки трећи тастер ... K -ти ученик притисне сваки k -ти тастер. Колико и које сијалице ће бити упаљене, после проласка 2020. ученика?