



ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

АКРЕДИТОВАНИ ПРОГРАМ:
345. ДРЖАВНИ СЕМИНАР О НАСТАВИ
МАТЕМАТИКЕ И РАЧУНАРСТВА
ДРУШТВА МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Компетенција: К1
Приоритети: 3

ТЕМА 28.3.

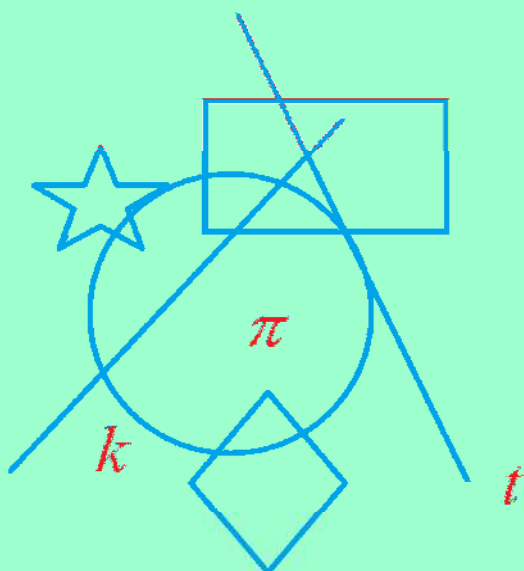
ЛЕТЊА МАТОДИЧКА ШКОЛА
ЗА НАСТАВНИКЕ МАТЕМАТИКЕ

РЕАЛИЗАТОР ТЕМЕ:

др Војислав Андрић, професор (Ваљевска гимназија),

БЕОГРАД,
10. 02. 2020.

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ



**ЛЕТЊА МЕТОДИЧКА
ШКОЛА
ЗА НАСТАВНИКЕ
МАТЕМАТИКЕ**

**ДИВЧИБАРЕ,
25. - 30. 08. 2019.**



ДУНАВ ОСИГУРАЊЕ

ЛЕТЊА МЕТОДИЧКА ШКОЛА ЗА НАСТАВНИКЕ МАТЕМАТИКЕ ДИВЧИБАРЕ 25. ДО 30.08.2019.

Друштво математичара Србије је ове године учинило напор и уз несебичну помоћ својих донатора за резултате на математичким и информатичким такмичењима наградило преко 50 најуспешнијих ученика бесплатним учешћем у наше три летње школе математике и програмирања.

Међутим, сматрамо да награде заслужују и њихови наставници, као и колеге које са великим ентузијазмом подржавају акције ДМС усмерене на популаризацију математике као научне и наставне дисциплине. Зато је Извршни одбор ДМС одлучио да бесплатним, али и радним учешћем у Летњој методичкој школи за наставнике математике награди 20 колега из основних и средњих школа по критеријумима који подразумевају успех ученика, квалитативно и квантитативно присуство у акцијама ДМС и по мало и територијалну заступљеност.

Јединствен циљ Летње методичке школе за наставнике математике – Дивчибаре 2019. је био унапређивање стручних знања и методичких и дидактичких вештина наставника. Метод рада је углавном радионичарски, са што више активног рада учесника, размене мишљења, разговора и са што мање предавања.

Првих десет наставника - учесника Летње методичке школе за наставнике математике – Дивчибаре 2019. су награђени као ментори ученика, а других десет су одредиле школе из редова најзаслужнијих за добијену награду.

Реализацију Летње методичке школе за наставнике математике омогућила је својом донацијом за 20 наставника компанија Компанија „Дунав осигурање“

Детаљније путем линка:

<https://dms.rs/wp-content/uploads/2019/07/ДМС-Информација-Летња-методичка-школа-за-наставнике-математике-Дивчибаре-2019.pdf>

У реализацији Летње методичке школе за наставнике математике учествовало је 15 наставника из 10 основних и средњих школа у Србији.

Радило се у три дневне сесије:

- У преподневним терминима од (09 до 12 часова) реализоване су методичке радионице и предавања.
- У поподневним терминима (од 17 до 19 часова) учесници ЛШ су преносили своја наставна и организациона искуства и
- У вечерњим часовима (од 21 – 22:30 часова) организовани су разговори – округли столови о појединим наставним и организационим питањима.

Гости програма су биле колегинице Драгана Станојевић (Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања) и Татјана Мишовић (Завод за унапређивање образовања и васпитања) које су значајно допринеле информисаности учесника, приказивањем најактуелних новина из рада оба Завода у области математике.

Ментор програма је био др Војислав Андрић.

Евалуациони упитници показали су опште задовољство учесника програмом, атмосфером и дружењем, али и условима за орагнизацију такмичења.

Као илустрацију шта смо и како радили објављујемо сдржаје интер-активних стручних радионица:



ЛЕТЊА МЕТОДИЧКА ШКОЛА
ЗА НАСТАВНИКЕ МАТЕМАТИКЕ
ДИВЧИБАРЕ, 25. – 30. 08. 2019.



ПРОЈЕКТНИ ЗАДАТАК 1. ТАНГЕНТНИ ЧЕТВОРОУГАО

* Дат је тангентни четвороугао чије су све странице целобројне и чији је обим 14.

Треба одговорити на питања:

1. Да ли једна страница тог четвороугла може бити: а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) 5; њ) 6; е) 7; ж) 8, 9, 10 ...
2. Да ли једна дијагонала тог четвороугла може бити: а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) 5; њ) 6; е) 7; ж) $3\sqrt{5}$; з) 8, 9, 10 ...
3. Да ли један угао тог четвороугла може бити: а) 60° ; б) 30° ; в) 45° ; г) 90° ; д) 73° ; њ) α° ?
4. Може ли тај четвороугао бити тетивни? Колико таквих, тетивних четвороуглова има?
5. Да ли површина тог четвороугла може бити: а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) 5; њ) 6; е) 10; ж) 12?
6. Колико има тангентних четвороуглова чије су све странице целобројне и чији је обим 14?

ПРОЈЕКТНИ ЗАДАТАК 2 ПАЛИНДРОМИ

У свакодневном животу често се сусрећу речи или реченице које се читају с лева у десно исто као и с десна у лево (ања, ана воли милована, музика је јак изум ...). Таквих примера има и међу бројевима (77, 111, 2442, 5678765 ...). Речи, реченице, бројеви ... који се једнако читају с лева у десно као и с десна у лево називају се *палиндром*.

Бројевним палиндромима, (скраћено – палиндромима) називамо природне бројеве који имају најмање две цифре и записују се у облику *AA, ABA, ABBA, ABCBA, ABCCBA, ABCDCBA* ... што значи да се читају с лева у десно исто као и с десна у лево.

При том цифре $A, B, C, D \dots$ могу (али не морају бити различите). То значи и да прва цифра, а самим тим и последња цифра, у палиндрому никада није нула.

Скуп свих палиндрома означимо са великим грчким словом Π , појединачне палиндроме, тј. елементе скупа Π означаваћемо са малим грчким словима $\pi, \pi_1, \pi_2, \pi_3 \dots$

1 - 7

1. Да ли постоји сабирање $*** + **** = *****$ у коме су и сабирци и збир палиндроми? Колико таквих сабирања је могуће?

2. Може ли производ три и више палиндрома бити палиндром? Колико таквих множења је могуће?

2 - 8

3. Колико има седмоцифрених палиндрома чији је производ цифара паран?

4. Да ли је више палиндрома који имају $2n$ цифара или палиндрома који имају $(2n - 1)$ цифру?

3 - 9

5. Колико има потпуних квадрата међу троцифреним палиндромима? Да ли палиндрома који су потпуни квадрати има коначно или бесконачно много?

6. Постоји ли палиндром π такав, да су бројеви π^2, π^3 и π^4 палиндроми?

4 - 10

7. Постоје ли палиндроми који се могу представити као збир квадрата два природна беоја. Колико има палиндроми који се могу представити као разлика квадрата два природна беоја.

8. Постоји ли палиндром чије су све цифре једнаке који је дељив са 7? Колико има таквих палиндрома?

5 - 11

9. Да ли је палиндром који су дељиви са 35 коначано или бесконачно много?

10. Који је најмањи, а који највећи троцифрен прост број, који је истовремено и палиндром?

6 - 12

11. Да ли постоје бинарни палиндроми који су истовремено и декадни?

12. Природан бој n је осмоцифрен бинарни број. Ако се n напише у декадном запису добија се палиндром. Која је најмања, а која највећа декадна вредност природног броја n ?

13. Да ли је више парних бинарних или парних декадних палиндрома?

14. Да ли је више бинарних или декадних палиндрома?

ПРОЈЕКТНИ ЗАДАТАК 3 МЕТОД ПОСЛЕДЊЕ ЦИФРЕ

1. Постоје ли природни бројеви x и y такви да је $x^2 + 6^y = 9\,876\,543$?

2. Да ли је број $3^{2020} + 4^{2019} + 5^{2018}$ дељив са 10?

3. Да ли једначина $9^n + 11^n = 4^n$ има решење у скупу природних бројева?

4. Одреди све природне бројеве n такве да израз $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$ није дељив са 5.

5. Докажи да је број $m = 6^{555} + 7^{555} + 8^{555} + 9^{555}$ дељив са 10.

6. Дата је једначина $m^4 + n^4 = 33333333$. Да ли дата једначина има решења ако су бројеви m и n цели бројеви?
7. Дата је једнакост $1 + 2 + \dots + (n - 1) + n = 444444444444$. Да ли је дата једнакост могућа?
8. Да ли је број $2^9 + 2^{99}$ дељив са 800?
9. Одреди последње три цифре броја $2^{2021} - 2^{2019} + 2^{2016}$.
10. Одредити природне бројеве x и y такве да је $x! + 35y = 9789$.
11. Одреди сва решења једначине $x! + y! = 5046$ у скупу природних бројева.
12. Решити у скупу природних бројева једначину $2x^2 + y! = 6051$.
13. Колико решења има једначина $1! + \dots + x! = y^2$, ако су x и y природни бројеви?
14. Одредити сва решења једначине $x! + y! = z!$ у скупу природних бројева.

ПРОЈЕКТНИ ЗАДАТАК 4 КОМБИНАТОРИКА

1. Колико има четвороцифрених природних бројева који при дељењу са 67 дају количник једнак остатку? Који је најмањи, а који највећи од тих бројева?
2. Да ли је могуће на шаховској табли распоредити 32 скакача тако да се они међусобно не нападају?
3. Колико има троцифрених бројева који нису дељиви ни са 2, ни са 3 ни са 5?
4. Колико различитих делилаца (укључујући број 1 и самог себе) има број $n = 2^6 \cdot 3^5 \cdot 4^4 \cdot 5^3 \cdot 6^2$?
5. На великом тениском турниру учествује 2020 такмичара који играју по систему: победник наставља такмичење, а побеђени испада из такмичења. Колико треба одиграти мечева да би се добио победник турнира?
6. На кружници је изабрано 17 тачака. Пребројавају се седмоуглови чија су темена – темена датог седмоугла и сви десетоуглови чија су темена – темена датог тринаестоугла. Да ли је више седмоуглова или десетоуглова?
7. Да ли је више природних бројева мањих од 1000 чији је збир цифара једнак 13, или је више таквих природних бројева чији је збир цифара једнак 14?
8. Колико има n -тоцифрених бројева код којих производ цифара паран?
9. Да ли је међу n -тоцифреним бројевима више оних чији је производ цифара нула, него оних чији производ цифара није нула?
10. Колико има петоцифрених бројева са различитим цифрама код којих су цифре 1 и 2 једна до друге?
11. Постоје ли природни бројеви a_1, a_2, \dots, a_9 који се могу распоредити у поља квадрата 3×3 , тако да је производ бројева по врстама, колонама и дијагоналама једнак?
12. Колико решења у скупу природних бројева има једначина:

а) $x^2 - y^2 = 72$	б) $x^2 - y^2 = 18$
в) $x^2 - y^2 = 225$	в) $x^2 - y^2 = 2^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot p_3^{\alpha_3} \dots p_k^{\alpha_k}$ ($\alpha_i \in \mathbb{N}_0$).

ПРОЈЕКТНИ ЗАДАТАК 5
КОЛИКО ЦЕЛОБРОЈНИХ РЕШЕЊА ИМА ЈЕДНАЧИНА

$$x^2 - y^2 = n$$

1. Колико решења у скупу природних бројева имају једначине:

а) $x^2 - y^2 = 72$

б) $x^2 - y^2 = 2^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot p_3^{\alpha_3} \dots p_k^{\alpha_k}$.

2. Колико решења у скупу природних бројева имају једначине:

а) $x^2 - y^2 = 18$

б) $x^2 - y^2 = 2^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot p_3^{\alpha_3} \dots p_k^{\alpha_k}$

3. Колико решења у скупу природних бројева имају једначине:

а) $x^2 - y^2 = 125$

б) $x^2 - y^2 = 2^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot p_3^{\alpha_3} \dots p_k^{\alpha_k}$

4. Колико решења у скупу природних бројева имају једначине:

а) $x^2 - y^2 = 2^m$ ($m \in \mathbb{N}_0$)

б) $x^2 - y^2 = 2^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot p_3^{\alpha_3} \dots p_k^{\alpha_k}$

5. Колико решења у скупу природних бројева имају једначине:

а) $x^2 - y^2 = 3^n$ ($n \in \mathbb{N}_0$)

б) $x^2 - y^2 = 2^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot p_3^{\alpha_3} \dots p_k^{\alpha_k}$

6. Колико решења у скупу природних бројева имају једначине:

а) $x^2 - y^2 = 2^m \cdot 7^n$ ($m, n \in \mathbb{N}_0$)

б) $x^2 - y^2 = 2^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot p_3^{\alpha_3} \dots p_k^{\alpha_k}$

7. Колико решења у скупу природних бројева имају једначине:

а) $x^2 - y^2 = 72$

б) $x^2 - y^2 = 2^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot p_3^{\alpha_3} \dots p_k^{\alpha_k}$