



ДРУШТВО МАТЕМАТИЧА СРБИЈЕ

АКРЕДИТОВАНИ СЕМИНАР:

345

ДРЖАВНИ СЕМИНАР О НАСТАВИ
МАТЕМАТИКЕ И РАЧУНАРСТВА
ДРУШТВА МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Компетенција: К1

Приоритети: 3

ТЕМА:

МАТЕМАТИКА - НЕКЕ ОБИЧНЕ
ИЛИ НЕОБИЧНЕ СИТУАЦИЈЕ

РЕАЛИЗАТОРИ СЕМИНАРА:

МИЛОРАД ШУКОВИЋ,
ЗОРАН ЛОВРЕН

БЕОГРАД,
08. – 09. 02. 2020.

САДРЖАЈ:

1) УВОД	3
2) МАТЕМАТИКА У СВЕТУ ЗАБЛУДА, ПРЕВАРА, ЛАЖИ И ИСТИНЕ	4
3) МАТЕМАТИЧКО-МАЂИОНИЧАРСКИ ТРИКОВИ.....	5
4) ИЗ РАДИОНИЦА СТАРИХ МАЈСТОРА	6
5) УПОТРЕБА КООРДИНАТНОГ СИСТЕМА.....	7
6) ГЕОМЕТРИЈА; ПРОБЛЕМИ МИНИМУМА И МАКСИМУМА.....	7
7) ОДАБРАНЕ МАТЕМАТИЧКЕ ИГРЕ	8
8) ИСТИНА И ЛАЖИ, ДЕТЕКТИВСКИ ЗАДАЦИ.....	9
9) ОДАБРАНИ ПРОБЛЕМСКИ ЗАДАЦИ.....	10
10) ЛИТЕРАТУРА	10

1) УВОД

Математика је сувише озбиљна и због тога не треба пропустити ни једну прилику да се учини занимљивом. (Паскал)

У свакодневном животу срећемо се са проблемима чије решавање захтева неко знање из математике.

► Захваљујући математици и кроз математику, имамо могућност да анализирамо реалне ситуације и доносимо одлуке засноване на чињеницама. Учимо да уочавамо узрочно-последичне везе међу различитим појавама у свету око себе и доносимо закључке користећи се различитим математичким процесима.

► Критичност коју развијамо учећи математику један је од важних васпитних циљева. Није проблем погрешити али није добро прећи преко грешке, не уочити је и, ако је то могуће, исправити је. Често се чудимо некритичности наших ученика који равнодушно прихвате неки резултат иако је већ на први поглед нетачан, немогућ.

Колико пажње и важности придајемо овом проблему ?

Рад на грешкама је важан део учења математике. Ваља га уградити у рад, у настави. Не ради се само о отклањању рачунских грешака већ је потребно истицати и указивати на грешке друге природе као што је погрешно закључивање, разумевање, недостатак аргументације и слично.

► Како се појединци данас сусрећу са великим бројем информација које је посебно потребно анализирати и проценити валидност, критичко мишљење добија на значају. Издвајамо ситуације у којима се путем вести, саопштења, порука, реклама, врло сугестивно, са намером да се остави утисак и изазове реакција, нуде информације које, уколико нисмо склони критичкој провери, прихватамо и изводимо погрешне закључке. Доносимо погрешне одлуке. У овом случају не можемо да говоримо само о основном знању већ и о наредном нивоу на којем своје знање користимо и развијамо.

► У пракси, сваки професор математике и физике се бар једном сусрео са питањима ученика: Због чега морамо да учимо физику/математику? Какве везе са реалним животом има ово што радимо? Где се ово примењује? Одговоре којима ће ученици бити задовољни и који ће их мотивисати за даљи рад, није ни мало лако дати. Тежња за повезивањем знања следи из праксе, где се као знање вреднује применљиво знање. Због тога се све више јавља потреба за повезивањем наука, предавањем на занимљиве начине и придавањем све више пажње практичном делу и применама.

► Као резултат примене математике у свакодневном животу настао је велики број занимљивих задатака. Својом садржином, интересантним начином решавања, указивањем на привлачна својства бројева и геометријских фигура, олакшавају стицање знања и подстичу интерес за самосталним математичким образовањем. Поред тога, такви задаци подстичу креативност и слободу духа, и доприносе популаризацији и интересовању, како за математику, тако исто и за свет око нас.

► На један занимљив начин истичемо примене математике у практичном животу; начин који подстиче ученике да пронађу везу између математике и света који нас окружује; мотивише да своје математичко знање користе као предност у свакодневном животу. Моделирање у математици пружа могућност ученицима да се укључе и на више начина тумаче сложени проблем или сложену ситуацију. То повлачи и вишеструки број путева и могућности за спровођење идеја и трагања за решењем проблема.

2) МАТЕМАТИКА У СВЕТУ ЗАБЛУДА, ПРЕВАРА, ЛАЖИ И ИСТИНЕ

Нема шале са процентима! Необичне грешке из свакодневног живота, плаћања услуга, продаје или куповине. Огласи, вести, саопштења и три шале. У којима је, за разлику од осталих, више од пола – истина!

Проверимо неке познате или мање познате приче. Људи их често прихватају не сумњајући да ли су истините или су пласиране како би стварале заблуде.

Петиција у Шпанији: 25. априла 2006. један члан шпанске опозиционе странке представио је парламенту 4 000 000 потписа који су прикупљени због незадовољства јавности једним новим законом. Шпанске дневне новине су приказале слике са кутијама и десет комбинованих возила која су доставила потписане документе у парламент. Поставља се питање да ли је ово био само политички трик или је заиста било потребно десет возила да доставе 4 000 000 потписа.

Крећемо од проблема из реалног живота и покушавамо да га решимо.

Да ли ове слике реално описују посматрану ситуацију? Да ли је било потребно десет комбија за достављање 4 милиона потписа? Израчунајмо масу и запремину достављеног папира.

Полазећи од реалног модела стварамо математички модел који решавамо математичким методама.

Награђени радови: „Лопта” на слици потиче из једног клипа са интернета који је награђен високом новчаном наградом на конкурс (Аустралија). Аутори мини-филма тврде је изграђена од 5 милиона лево-коцкица димензија 16mm, 32mm, 8 mm. Котрљали су је низ једну стрму улицу; лопта се судара са аутомобилом али се не распада. Аутомобил се мало померио, без оштећења. Да ли можеш да поверујеш у оно што видиш на снимку? Образложи одговор.

Гренланд: Од 2000. године отопило се 1500 милијарди тона леда и то је за 5 mm повисило ниво воде у океанима. О отапању воде на Гренланду можемо пронаћи доста чланака, који помињу да би се ниво воде подигао за и до 14 m. Које би биле последице отапања овог леденог покривача?

Банатски троугао: Атила (406-453) или „Бич Божји“, владар Хунског царства које се простирало од територија данашње Немачке до реке Урал, од Дунава до Балтичког мора. Многа предања, легенде и записи казују о благу закопаном на простору Баната којег омеђују стара, насељена, места Нови Бечеј, Српска Црња и Кикинда, о тајанственом „Банатском троуглу. Прича говори да су војници, чувајући Атилу, стајали један до другог дуж линије која спаја ова три места у Банату. После похода на богату царску престоницу Сирмиум било их је око 120000 и сваки је имао по 3000 дуката. Прилазећи шатору вође, редом, на корак, закопавали су дукате да би свако од њих онај последњи предао Атили. И то благо је, потом, закопано. Предање каже да се испод сваког квадрата земље дужине корака (приближно један метар) крије бар један златник. Више пута у прошлости то је био повод потраге за закопаним благом, „златним грозницама“. Да проверимо. Једна срећна, успешна и помало тајанствена потрага за закопаним благом, крајем 19. века, везује се за такође успешног и помало тајанственог грофа Чеконића, привредни развој, „златно доба“ северног Баната!

Протеини у исхрани; Бицикл за 10 динара; Избори - изборни парадокс

Кинески зид: У Риплијевој књизи “Веровали или не” 1932. стоји да је кинески зид, једно од светских чуда, видљив голим оком са Месеца.

Крзно видре: У уџбеницима пише, а у једној научно-популарној емисији речено је да квадратном сантиметру тела има просечно 20000 длака што значи да је укупан број длака на телу видре око $8 \cdot 10^9$ длака. Да ли је овај рачун веродостојан? Зашто?

Марко и такси за четири особе: Наш колега Марко је једне ноћи окаснио у Тополи, са 1000 динара, а без цигара. Не може да купи, нема после довољно за такси. До Аранђеловца 12 km; 150 динара по пређеном километру. Наишла су још тројица и сели у такси. Али први излази после 3 km, други се вози још 4 km, онда Марко и четврти наставља још 6 km. Како да поделе трошкове? Таксиста рече да он у таквим ситуацијама поступа врло праведно и логично. Први при изласку плаћа четвртину суме која буде на таксиметру, други 45% или нешто мање од пола, трећи 55%, што је мало више од пола, и последњи 65% суме коју таксиметар показује у тренутку изласка. Сложише се да је то врло повољно. Марко је био задовољан плативши само 990 динара мада врло нервозан што је остао без цигарета до наредног јутра.

„Преварио те таксиста!“ , рече математичар, „И то тачно по цени кутије цигара!“
 „Није могуће! Како?“ Марко тешко подноси ситне лажи и преваре.

Марко продаје календаре: Марко ради, по потреби, и као продавац код пријатеља. Прича како је прошле године преузео 400 календара да би их распродао по цени од 200 динара по комаду. Посматрајући како иде продаја на тржишту закључио је како може да повећа цену. Понудио је 239 динара али је продао $39 \cdot 2 = 78$ календара мање јер повећање цене од x динара смањује број продатих календара за $2x$. „Вратио сам се са неку хиљаду мање од планираних 80 и гомилом календара. Пријатељ није био задовољан! Умањило ми је зараду и ове године предао 500 календара по цени од 180 динара! Нисам желео да ризикујем.“ „Штета! , рече математичар, „Пропустио си прилику да додатно зарадиш!“ „Није могуће! Како?“

Марко на ручку: Похвалио се наш колега Марко како му је искуство из оне вожње таксијем и знање рачуна поделе помогло да реши један проблем. Са два друга спремио је вечеру. Приложио је осам , а оба друга по пет једнаких пљескавица. Придружио им се један пријатељ па су, поделивши на једнаке делове, сели и вечерали. Пријатељ се захвалио и оставио 1800 динара за вечеру коју је појео. „Одмах сам знао како треба да поделимо новац!“ , прича Марко, „Сразмерно броју пљескавица, 8:5:5. Мени 800, а њима по 500!“ „На губитку си!“ , рече математичар, „И то тачно по цени једне и по пљескавице!“ „Није могуће! Како?“

Плаћање по учинку: Мајстори А, Б , В, Г заврше посао редом за 6, 8, 10, 12 дана. А и Г чине први тим, а Б и В други тим. Желећи да посао буде брже готов, Марко је после краћег размишљања одлучио за други тим. „Опет си погрешио! За скоро целу дневницу!“

Марко купује на вашару: Марко је на вашару застао да купи велике чоколадне кугле за унуке. „Мање 100 динара, а оне веће, у пречнику за четвртину, чак 170 динара. Наравно, купио сам десет мањих! Боље него шест већих, за скоро исти новац!“

3) МАТЕМАТИЧКО - МАЃИОНИЧАРСКИ ТРИКОВИ

Скривени предмети: За извођење овог трика треба припремити три предмета која се лако могу ставити у џеп - оловку, кључ и гумицу. Поред тога поставити на сто 24 бомбоне. Тројици другова реците да у вашем одсуству ставе у џеп по један од предмета. Трик се може извести не напуштајући просторију. Биће довољно да будете леђима окренути или са непровидним повезом око очију. Ви ће те погодити у чијем је џепу који предмет. Како?

Замисли један број:

Погађање броја: Замислите неки вишецифрен број. Од тог броја одузмите збир његових цифара. У добијеном резултату избришите једну цифру и реците које су преостале цифре. Одмах погађамо цифру која је избрисана. Како? Зашто?

О погађању броја, уопштено: Претпоставимо да је неко замислио један број. Треба да га откријемо тако што постављамо питања на која ћемо добијати кратке одговоре „да“ или „не“.

Која карта је окренута?

Бројеви на картицама: Извођач трика трика даје пет картица учеснику који треба да замисли природан број између 1 и 31. Издвоји картице на којима се налази замишљени број. Извођач одмах погађа замишљени број.

Погађање карте. Тајанствена карта. Карта на дну. Затворених очију. У три колоне

Парови: За извођење овог карташког трика потребно је било којих 20 карата из шпила. Карте поделите у 10 парова. Посматрачу кажете да одабере и запамти један пар карата, од понуђених десет. Покупите свих 10 парова и потом ређате карте, редом, у четири врсте са по 5 карата. Упитамо посматрача у којој се врсти или колони налази његов пар. После његовог одговора, глумећи непогрешиву моћ „читања мисли“ саопштавамо који је пар карата замислио!

4) ИЗ РАДИОНИЦА СТАРИХ МАЈСТОРА

Одређивање центра круга

Сечење пице: Математичари са Ливерпулског универзитета предложили су нов начин сечења пице како би задовољило уједно и оне који воле да једу корицу и оне који воле само „средину“.

Кретање по кругу: Два точка једнаких полупречника. Колико ће се пута други точак обрнути око своје осе за време док једном обиђе око првог точка ?

Полица за књиге: Када се прави нека ствар у радионици или код куће, дешава се да димензије материјала којим се располаже не одговарају потребама. Тада се одговарајућом обрадом, помоћу геометријске достепљивости и рачуна, врше измене.

Пример: За израду полице дужине 1m, ширине 20 cm на располагању имамо даску дужине 75 cm, а ширине 30 cm. Како да поступимо?

Правоугаоник у квадрат: Подели правоугаоник на три дела од којих се може саставити квадрат.

Запремина флаше: Флаша константног попречног пресека, равног дна облика круга или правоугаоника је делимично напуњена водом. На који начин се може наћи запремина боце користећи једино лењир (без одливања или доливања воде).

Трисектори: Није могуће, служећи се само шестаром и лењиром без дужинске поделе, поделити произвољан угао на три једнака угла. Али, математика нимало не одбацује да се то дељење изведе помоћу неких других инструмената, коришћењем основних математичких знања.

Дуж на три дела: Један задатак – више решења

Крива бисекције троугла: Лук бисекције је проста крива која дели затворену област на два дела једнаких површина. Најкраћи лук бисекције за круг је његов пречник, а за квадрат дуж која спаја средине наспрамних страница. Који је најкраћи лук бисекције за једнакостранични троугао?

Мерење раздаљине I : Мерење раздаљине између две тачке између којих се не може проћи траком за мерење.

Мерење раздаљине II : Мерење раздаљине између две тачке од којих је тачка А неприступачна

Мерење ширине реке: Мерење ширине реке коју није могуће прећи

Мерење ширине реке: Начин заставника Марића

Даљиномер Заставника Марића: Шибица, штапић са милиметарском поделом

Како мере висину: Заставник уз помоћ војника

Мерење висине: Заставник на начин Жила Верна

5) УПОТРЕБА КООРДИНАТНОГ СИСТЕМА

Такси услуге: Цена такси услуга је функција која зависи од дужине вожње у километрима. Избор најповољнијег превоза зависи од цене и дужине вожње. Како одабрати?

На пијаци: Бака продаје на пијаци разно поврће. Понудила би на продају одређену количину јаја, зависно од цене. Ако је цена 14 динара, понудила би 80 комада; ако је цена 15 динара, 100 комада, и тако даље. Жели да прода сву количину коју донесе на пијацу. Како да одреди најповољнију цену?

Билијар: На билијарском столу налазе се две кугле А и В. Како треба управити куглу А, да она, пошто удари о две суседне ивице стола, удари у куглу В. Процени.

Мост преко канала: Између места А и В налази се канал са паралелним обалама. Конструисати мост преко канала тако да дужина моста буде минимална и да пут од А до В буде најкраћи могући пут.

Састанак у парку: Младић и девојка су заказали састанак у парку у времену од 8 до 9 сати. Договорили су се да онај ко дође први не чека другог више од 15 минута. Колика је вероватноћа да ће се они састати у договореном временском интервалу?

Три штапа: Штап дужине a ломи се на случајан начин на три дела. Колике су шансе (вероватноћа) да се од тако добијених делова може конструисати троугао?

Злато и дијаманти: Златар има сеф у који може да стане 50kg злата или 10 kg дијаманата. 1 kg злата кошта 2.000 €, а 1 kg дијаманата 6.000 €. Златар може да понесе сеф и највише 25kg накита. Како да распореди злато и дијаманте да би понео што већу вредност накита?

Проблема пресипања: Познато је како једноставне геометријске конструкције помажу да решимо задатке у вези с билијарском куглом на столу облика правоугаоника. Нека иста билијарска кугла помогне у решавању једног старог, занимљивог задатка.

Помоћу два празна суда од 9 l и 5 l воде одлијте 6 l воде из пуног суда од 12 l.

Поставља се низ питања:

1) Да ли се може утврдити поступак пресипања који би могли да примењујемо у свим случајевима, независно од запремине датих посуда?

2) Може ли се помоћу два празна суда одлити из трећег произвољна, могућа, количина воде?

Модел „Паметне кугле“: Одговорићемо помоћу кугле ако конструишемо специјални „билијарски“ сто (мрежу паралелних правих тако да оне граде подударне ромбове са оштрим углом од 60°)

6) ГЕОМЕТРИЈСКИ МОДЕЛИ

Девојка и удварач: Девојка је летовала у кампу поред језера кружног облика. Имала је више удварача од којих је један био прилично упоран али врло одбојан, за избегавање. Једног дана испловила је чамцем на језеро и упутила се ка центру где је усидрен сплав. Тада је опазила на обали досадног удварача. Удварач је размишљао: „Пре или касније, она ће морати да изађе на обалу. Како ја четири пута брже трчим него што она може да се креће у чамцу, сачекаћу је у тренутку кад чамац пристане на обалу. Девојка је знала да на обали може лако да утекне, али је потребно да стигне до обале пре него што удварач дотрчи до места искрцавања. Ипак, смислила је стратегију за спас из настале ситуације! Како?

Траса на језеру: Велико језеро се састоји од мањег и већег језера који имају облик кругова и преливају се једно у друго. На језеру треба да се одржи такмичење у веслању. Због ТВ преноса потребно је за камермане саградити импровизовани мост САВ што је могуће веће дужине на који би ТВ екипа могла да улази са копна (тачка А). Како треба конструисати мост?

Израз из шуме: Марко се изгубио у шуми конвексног облика, површине 60 km^2 . Без карте, оријентира, са ципом који троши 10 l горива по километру, а он има само 220 l у резервоару. Како може да изађе из шуме?

У снежној лавини: Велика лавина је захватила једну кртицу. Када је престала, испоставило се да је кртица унутар огромне грудве снега облика јајета (деформисане лопте) запремине 500 m^3 . Кртица може да избуши ходник али не дужи од 24 m . Доказати да ће ако направи ходник, не дужи од 24 m , сигурно доћи до површине грудве.

Минимална дужина пута: Четири села смештена су у теменима квадрата странице 10 km . Становници желе да споје та села системом путева али имају средстава за само 28 km пута. Како треба да поступи. Упутство: Користимо решење задатка којег је Ферма поставио Торичелију: Одреди тачку у троуглу ABC тако да је збир њених растојања од темена троугла минималан.

Необично путовање: Пешак полази из тачке A и иде 1 km према југу, затим скреће под правим углом и иде 1 km према истоку, поново скреће под правим углом и иде 1 km према северу. После 3 km поново се нашао у тачки A. Одредити на површини Земље све тачке за које је такво путовање могуће.

ПРОБЛЕМИ МИНИМУМА И МАКСИМУМА

- (i) Какав облик треба да има троугао са задатим збиром страница да би имао највећу површину?
- (ii) Делтоид (iii) Кружни исечак
- (iv) Од дрвеног ваљка истесати греду облика квадра највеће могуће запремине
- (v) Имамо картон у облику троугла. Из тог комада треба изрезати правоугаоник највеће површине
- (vi) Од картона облика квадрата направити кутију без поклопца највеће могуће запремине
- (vii) Од дрвене купе истесати ваљак максималне запремине

Напомена: Многи задаци овог типа се решавају методама више математике, али има доста таквих за чије је решавање довољно и основно знање. Решаваћемо их користећи се једном интересантном особином производа једнаких чинилаца. Ако дати број треба раставити на два сабирка таква да њихов производ има највећу могућу вредност, тада су сабирци једнаки половини датог броја. Исто важи и за производ три броја чији је збир сталан: Ако је $x + y + z = a$, производ xyz је највећи када је $x = y = z$. Ову особину користимо при решавању неколико интересантних задатака.

7) ОДАБРАНЕ МАТЕМАТИЧКЕ ИГРЕ

Подела чоколаде: (Државно 2007) Брат и сестра имају чоколаду квадратног облика која се састоји од 27×27 „коцкица“. На почетку је чоколада код брата. Онај ко држи чоколаду пресече је једним праволинијским потезом на два дела, тако да не оштети ни једну коцкицу. Један део поједе, а други да противнику. Губи онај играч који добије само једну коцкицу. Који од играча може смислити стратегију којом побеђује независно од тога како паротивник игра и која је ро стратегија?

Бојење правоугаоника: Два играча A и B играју игру на табли 7×25 . Наизменично повлаче потезе, а у сваком потезу играч боји једно необојено поље или више необојених поља која образују квадрат. Побеђује играч после чијег потеза је обојена цела табла.

Јединице на табли: (Републичко 2004) Дате су 2004 јединице. Брат и сестра играју игру тако што наизменично између јединица редом стављају симболе $+$ и \cdot , при чему први игра брат.

- а) Може ли брат да победи ако се игра састоји у томе да вредност израза који се добија треба да буде паран број?
- б) Може ли сестра да победи ако се игра састоји у томе да вредност израза који се добија треба да буде непаран број?

Дељивост са три: (Савезно 2003) На табли су записани сви природни бројеви од 1 до 100. Два играча. А и В, наизменично бришу по један број, а почиње играч А. Игра се завршава када на табли остану два броја. Ако је збир та два броја дељив са три, победио је играч А, а ако њихов збир није дељив са три, победник је В. Доказати да играч В има победничку стратегију.

2013 бомбона: (Окружно 2013.) У кутији је 2013 бомбона. Милашин и Радашин играју следећу игру: они наизменично узимају бомбоне из кутије при чему радашин сваки пут узме 1 или 4 бомбоне, а Милашин 2 или 3 бомбоне. Први почиње Милашин. Победник је онај који узме последњу бомбону. Који од њих двојице може да осигура победу, без обзира како игра његов противник?

Апсолутна вредност збира (Изборно 1999.); **Ко ће први до 50?** (Државно 2012)

Име једне девојке: Ненад и Милош су заљубљени у исту девојку – Ану. Она је одлучила да се приклони ономе који победи у следећој игри: Играчи наизменично уписују по једно слово А или Н у слободна поља траке 1x100. Победник је играч који постигне да на нека три узастопна поља траке буду уписана слова АНА. Ненад почиње први. Да ли неко од играча има победничку стратегију, то јест може да осигура победу без обзира на начин игре његовог противника?

До последњег жетона: На столу се налази 50 жетона. Два играча играју игру у којој наизменично узимају са стола 1,2,3 или 4 жетона. Игра се завршава када узму са стола све жетоне и то победом оног играча који је узео последњи жетон. Да ли је ова игра добијена за играча који игра први или за његовог противника? Одреди победничку стратегију.

Игра „ Дванаест карата“

Ним игра: На столу се налазе карте. На првој гомили је 1, на другој 3, на трећој 5 и на последњој 7 карата. Девојка бира гомилу и са ње узима бар једну карту. Потом је на потезу младић. Победник је онај који узме последњу карту. Како је у случају 7 - 11 - 15 или 6 - 9 - 11 - 14 - 15 ?

12 проблема са штапићима

8) ИСТИНА И ЛАЖИ, ДЕТЕКТИВСКИ ЗАДАЦИ

Алиса и Пинокио: У земљи чуда живе Алиса и Пинокио. Алиса лаже у понедељак, уторак и среду а осталим данима прича истину. Пинокио лаже четвртком, петком и суботом а осталим данима говори истину. Једног дана се среташе. Алиса рече: „Ја сам јуче лагала“. Пинокио рече: „И ја сам јуче лагао“. Ког дана се обавио овај разговор?

Три оловке: Од три оловке (А, В, С) једна је црвена, једна бела и једна плава. Које су боје оловке ако је само једно од три тврђења тачно: „ А је црвена“ „ В није црвена“ „ С није плава“

Ко је разбио прозор? Филип, Лука и Марко су се играли у соби и разбили су прозор. Мајка је била љута и ниједан од тројице дечака није се усудио да призна кривицу. Неко од вас лаже! – рече мајка. Лука: Марко је слагао. Марко: Знам да Филип неће да слаже. Филип: Лаже Лука или Марко. Мајка је на основу ових изјава закључила ко је разбио прозор

Навијачи: Три дечака, Марко, Ратко и Славко навијају за три различита клуба: Звезду, Партизан и Војводину. На питање за који клуб навијају дали су следеће одговоре: Марко: Ја не навијам за Партизан. Ратко: Ја навијам за Партизан. Славко: Ја не навијам за Звезду. Зна се да само један од њих говори истину. Ко не лаже? Ко за који клуб навија?

Пожар: Становници села А увек говоре истину, становници села В увек говоре лажи, а сваки становник села С наизменично говори истину и лаж. Дежурни ватрогасац је телефоном примио поруку из једног од ова три села: „Код нас је пожар!“ , јавио је један од становника. „Где?“ – упитао је дежурни. „У селу С!“ У које место треба да оде ватрогасна екипа?

Шаховски турнир: На шаховском турниру прва четири места су заузеле Ана, Јелена, Маја и Славица. На питање како су се пласирали, Славица није желела да даје изјаве, Остале су, са намером да збуне новинаре, дале по један тачан и један нетачан податак и то су им на крају открили. Победници су изјавили: Ана: „Јелена је друга, Маја трећа“ Јелена: „Маја је друга, Ана четврта“ Маја: „Ана је трећа, Славица друга“ Међу новинарима био је један који је знао математичку логику и у његовом извештају је објављен тачан редослед такмичара. Како је новинар одредио тачан редослед?

Изјаве сведока: Поводом неког удеса саслушана су три сведока: Бојан, Дејан и Стојан. Њихове изјаве су противречиле једна другој и сваки је оптуживао неког другог да лаже. Бојан је тврдио да Дејан лаже, Дејан је изјавио да Стојан лаже, а Стојан је рекао да не верује ни Бојану ни Дејану. Иследник је дошао до решења, не постављајући ниједно питање. Ко је од сведока говорио истину?

9) ОДАБРАНИ ПРОБЛЕМСКИ ЗАДАЦИ

Сијалица: У соби се налази сијалица која се укључује помоћу једног од три прекидача која се налазе изван собе. Са места где се налазе прекидачи не види се унутрашњост просторије. Како се може утврдити који прекидач “пали” сијалицу ако је дозвољен само један улазак у собу?

Безбедна пошиљка: Младић жели да пошаље вредан поклон девојци која живи у другом граду. Кутија у коју је упакован поклон има браву на коју може да се стави катанац. Младић може да закључа браву златним кључем али не жели да кључ шаље у посебном писму. Ипак је овај проблем решен и поклон је стигао до девојке. Како?

Царева загонетка; Питања стражара; Градови; Четири школе; Тачни и нетачни одговори; Прелаз преко моста;

Стражарска места: Командир страже треба да распореди 20 војника дуж четири стране војног објекта са девет стражарских места. Он је распоредио по 6 војника на свакој страни. Капетан је био незадовољан распоредом стражара и направио је нови тако да једнак број војника чува сваку страну. После тога у обилазак је наишао мајор и закључио да више војника може бити постављено на свакој страни. Генерал се наљутио и наредио распоред по којем је сваку страну објекта чувало 9 војника. Прича се да је и маршал понудио још једно решење. Какве распореде су предложили официри?

10) ЛИТЕРАТУРА

- [1] Др Ратко Тошић: Решени задаци за младе математичаре - Научна књига - Београд -1990.
- [2] Јарушка Степанек: Бинарна математика – Дипломски рад – Загреб – 2016.
- [3] Ботош Жофија: Моделирани задаци у математици – Мастер рад – Нови Сад – 2014.
- [4] Борисав Симић: Занимљива математика – Епоха – Пожега - 2006.
- [5] Математички лист, часопис за ученике, одабране странице
- [6] Др Миодраг Петковић: Атрактивна геометрија, Математископ - 2003.
- [7] Даринка Јаношевић, Никола Чепинац: Збирка задатака из планиметрије – Београд – 1952.
- [8] Група аутора: 1000 задатака са математичких такмичења ученика основних школа, ДМС, Београд
- [9] Ј. Перелман: Занимљива геометрија - Народна књига - Београд -1958.

