



ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

АКРЕДИТОВАНИ ПРОГРАМ:
345. ДРЖАВНИ СЕМИНАР О НАСТАВИ
МАТЕМАТИКЕ И РАЧУНАРСТВА
ДРУШТВА МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Компетенција: К1
Приоритети: 3

ТЕМА 1:

НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ
У 7. РАЗРЕДУ ОСНОВНЕ ШКОЛЕ
ПО НОВОМ ПРОГРАМУ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

РЕАЛИЗАТОРИ ТЕМЕ:

- проф. др Зоран Каделбург, професор емеритус (Математички факултет, Београд),
- проф. др Небојша Икодиновић, ванредни професор (Математички факултет, Београд),
- др Војислав Андрић, професор (Ваљевска гимназија),
- Александра Росић, професор-специјалиста (Висока школа струковних студија за информационе технологије, Београд),
- Љиљана Врачар, професор (ОШ „Светозар Милетић“, Земун)

БЕОГРАД,
09. 02. 2020.

РЕЗИМЕ:

Од наредне школске 2020/21. године, настава математике у седмом разреду основне школе реализоваће се по новом програму наставе и учења.

Циљ овог предавања је да учесницима семинара пружи детаљније информације о интенцијама новог наставног програма математике за седми разред и конкретним дидактичко-методичким упутствима за његову реализацију.

Учесници семинара ће имати прилику да с ауторима предавања размене мишљења и поставе одговарајућа питања.

<ul style="list-style-type: none"> – растави полином на чиниоце (користећи дистрибутивни закон и формуле за квадрат бинома и разлику квадрата); – примени трансформације полинома на решавање једначина; – примени својства страница, углова и дијагонала многоугла; – израчуна површину многоугла користећи образце или разложиву једнакост; – конструише ортоцентар и тежиште троугла; – примени ставове подударности при доказивању једноставнијих тврђења и у конструктивним задацима; – примени својства централног и периферијског угла у кругу; – израчуна обим и површину круга и његових делова; – преслика дати геометријски објекат ротацијом; – одређује средњу вредност, медијану и мод. 	ЦЕЛИ АЛГЕБАРСКИ ИЗРАЗИ	<p style="text-align: center;">Први део</p> <p>Степен чији је изложилац природан број; степен декадне јединице чији је изложилац цео број; операције са степенима; степен производа, количника и степена.</p> <p style="text-align: center;">Други део</p> <p>Алгебарски изрази. Полиноми и операције (мономи, сређени облик, трансформације збира, разлике и производа полинома у сређени облик полинома). Квадрат бинома и разлика квадрата. Растављање полинома на чиниоце коришћењем дистрибутивног закона, формуле за квадрат бинома и разлику квадрата. Примене.</p>
	МНОГОУГАО	<p>Појам многоугла. Врсте многоуглова.</p> <p>Збир углова многоугла. Број дијагонала многоугла. Правилни многоуглови (појам, својства, конструкције). Обим и површина многоугла.</p> <p>Тежишна дуж троугла. Ортоцентар и тежиште троугла. Сложеније примене ставова подударности.</p>
	КРУГ	<p>Централни и периферијски угао у кругу.</p> <p>Обим круга, број π. Дужина кружног лука.</p> <p>Површина круга, кружног исечка и кружног прстена.</p> <p>Ротација.</p>
	ОБРАДА ПОДАТАКА	<p>Средња вредност, медијана и мод.</p>

Кључни појмови садржаја: реални број, степен, квадратни корен, Питагорина теорема, полином, многоугао, ортоцентар и тежиште, круг, број π , ротација и средња вредност.

УПУТСТВО ЗА ДИДАКТИЧКО-МЕТОДИЧКО ОСТВАРИВАЊЕ ПРОГРАМА

При избору садржаја и писању исхода за предмет математика узета је у обзир чињеница да се учењем математике ученици оспособљавају за: решавање разноврсних практичних и теоријских проблема, комуникацију математичким језиком, математичко резонување и доношење закључака и одлука. Такође, у обзир је узета и чињеница да сам процес учења математике има своје посебности које се огледају у броју година изучавања и недељног броја часова предмета и неопходности стицања континуираних знања.

Наставници у својој свакодневној наставној пракси, треба да се ослањају на исходе, јер они указују шта је оно за шта ученици треба да буду оспособљени током учења предмета у једној школској години. Исходи представљају очекиване и дефинисане резултате учења и наставе. Остваривањем исхода, ученици усвајају основне математичке концепте, овладавају основним математичким процесима и вештинама, оспособљавају се за примену математичких знања и вештина и комуникацију математичким језиком. Кроз исходе се омогућава остваривање и међупредметних компетенција као што су комуникација, рад са подацима и информацијама, дигитална компетенција, решавање проблема, сарадња и компетенција за целоживотно учење.

Предлог за реализацију програма

Ради лакшег планирања наставе даје се оријентациони предлог броја часова по темама (укупан број часова за тему, број часова за обраду новог градива + број часова за утврђивање и систематизацију градива). Приликом израде оперативних планова наставник распоређује укупан број часова предвиђен за поједине теме по типовима часова (обрада новог градива, утврђивање и увежбавање, понављање, проверавање и систематизација знања), водећи рачуна о циљу предмета и исходима.

Реални бројеви (21; 8 + 13)
Питагорина теорема (19; 6 + 13)
Цели алгебарски изрази (48; 19 + 29)
Многоугао (21; 9 + 12)
Круг (18; 7 + 11)
Обрада података (5)

У програму је садржај теме Цели алгебарски изрази подељен на два дела, због тога што је пожељно комбиновати алгебарске и геометријске садржаје. Предложени редослед реализације тема:

1. Реални бројеви;
2. Питагорина теорема;
3. Цели алгебарски изрази – први део;
4. Многоугао;
5. Цели алгебарски изрази – други део;
6. Круг;
7. Обрада података.

Предложена подела теме и редослед реализације нису обавезни за наставнике, већ само представљају један од могућих модела.

Напомена: За обнављање градива, иницијални тест и анализу резултата иницијалног теста, планирана су 4 часа, а за реализацију 4 писмена задатака (у трајању од по једног часа), са исправкама, планирано је 8 часова.

I. ПЛАНИРАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Програм усмерава наставника да наставни процес конципира у складу са дефинисаним исходима, односно да планира како да ученици остваре исходе, и да изабере одговарајуће методе, активности и технике за рад са ученицима. Дефинисани исходи показују наставнику и која су то специфична знања и вештине која су ученику потребна за даље учење и свакодневни живот. Приликом планирања часа, исходе предвиђене програмом треба разложити на мање и на основу њих планирати активности за конкретан час. Треба имати у виду да се исходи у програму разликују, да се неки могу лакше и брже остварити, док је за одређене исходе потребно више времена, активности и рада на различитим садржајима. Исходе треба посматрати као циљеве којима се тежи током једне школске године. Наставу у том смислу треба усмерити на развијање компетенција, и не треба је усмерити само на остваривање појединачних исхода.

При обради нових садржаја треба се ослањати на постојеће искуство и знање ученика, и настојати, где год је то могуће, да ученици самостално откривају математичке правилности и изводе закључке. Основна улога наставника је да буде организатор наставног процеса, да подстиче и усмерава активност ученика. Ученике треба упућивати да користе уџбеник и друге изворе знања, како би усвојена знања била трајнија и шира, а ученици оспособљени за примену у решавању разноврсних задатака.

На часовима треба комбиновати различите методе и облике рада, што доприноси већој рационализацији наставног процеса, подстиче интелектуалну активност ученика и наставу чини интересантнијом и ефикаснијом. Избор метода и облика рада зависи од наставних садржаја које треба реализовати на часу и предвиђених исхода, али и од специфичности одређеног одељења и индивидуалних карактеристика ученика.

II. ОСТВАРИВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Реални бројеви – Увести појам квадрата рационалног броја p/q и илустровати га површином квадрата чија је страница управо p/q , на основу чега ученици треба да закључе да је квадрат произвољног рационалног броја ненегативан број.

При израчунавању квадрата рационалних бројева равноправан статус треба дати квадрирању бројева у запису p/q и у децималном запису.

Код решавања једначина облика $x^2 = a$, ученици уз наставникову помоћ изводе следеће закључке: дата једначина се може свести на једначину $x^2 = a = b^2$ и може имати једно ($a = 0$) или два решења ($a > 0$), али може бити и без решења ($a < 0$). Приликом увођења ознаке за квадратни корен нагласити разлику између, на пример, вредности $\sqrt{4}$ и решења једначине $x^2 = 4$.

У даљем раду показати да неке једначине облика $x^2 = a$ (на пример $x^2 = 2$) немају решења у скупу рационалних бројева, тј. да се у скупу рационалних мерних бројева не може израчунати мерни број странице квадрата чија је површина 2 (не инсистирати да ученици репродукују одговарајући доказ). На тај начин мотивисати увођење ирационалних бројева, јер из претходног следи да осим рационалних бројева треба имати на располагању и неке друге бројеве (на пример оне чији квадратни корен није рационалан број). Тада се уводи скуп реалних бројева као унија два дисјунктна скупа – скупа рационалних и скупа ирационалних бројева. Сада је природно и да се „рационална“ права прошири у реалну праву и покаже како на таквој реалној правој постоје рационалне и ирационалне тачке. Нагласити, међутим, да скуп (позитивних) ирационалних бројева, осим квадратних корена рационалних бројева, садржи и многе друге елементе, од којих ће неки бити поменути касније (рецимо број π).

На конкретним примерима ученици треба да уоче да сваки рационалан број има коначну или бесконачну периодичну децималну репрезентацију, а ирационални бројеви бесконачну непериодичну репрезентацију и обратно (ове чињенице не треба доказивати у општем случају). При израчунавању вредности корена и рачунања са коренима, када су њихове вредности ирационални бројеви, користити калкулатор или расположиве софтвере.

За све реалне бројеве без обзира да ли имају коначну или бесконачну децималну репрезентацију увести појам приближне вредности и појам апсолутне грешке. Правила заокружљивања реалних бројева увести на следећи начин: на конкретним примерима, посматрањем могућих граница (интервала) у зависности од прецизности, ученици бирају приближне вредности тако да се при заокружљивању бира вредност са мањом апсолутном грешком, након чега се формулишу правила.

Основна својства операција сабирања и множења реалних бројева посматрати и анализирати у поређењу с одговарајућим својствима у скупу рационалних бројева. Основна својства операције кореновања у R^+ треба такође реализовати на примерима при чему се посебно третирају збир, разлика, производ и количник корена и њихови односи са кореном збира, разлике, производа и количника. При том посебну пажњу обратити на једнакост $\sqrt{a^2} = |a|$ и њено тумачење.

У оквиру ове теме се обрађује и функција директне пропорционалности $y = kx$ коју треба увести на конкретним примерима блиским искуству ученика (раст дужине пута са временом путовања при константној брзини, смањење водостаја реке ако је дневни пад протока константан ...). У почетним примерима ученици цртају тачкасти график којим се приказује функција за дискретне вредности променљиве, након чега се долази до конструкције графичког приказа у координатном систему. Тематску јединицу продужена пропорција треба, такође, реализовати на конкретним примерима (подела дате суме у датој размери, одређивање угла троугла ако је дат њихов однос, присуство метала у легурама ...). Посебну пажњу поклонити вези продужене пропорције са класичном двојном пропорцијом.

Питагорина теорема – Питагорина теорема је од великог значаја за даље математичко образовање и потребно је пажљиво методички и дидактички обрадити. Као мотивација за тему могу се користити историјски подаци најпре о потреби човека за употребом и конструкцијом правоуглих троуглова током изградње различитих објеката у укупном напретку цивилизације, а чије је законитости Питагора уочио и математички уобличио и формулисао. На примеру египатског троугла експериментом са конопцем, цртежом или симулацијом на неком од динамичких софтвера упознати ученике са теоремом, а затим је и исказати и дати комплетан доказ. Потребно је да ученици схвате концепт Питагорине теореме, а не да напамет науче исказ. У том циљу током вежбања инсистирати на различитим ознакама катета и хипотенузе, као и различитим положајима самог правоуглог троугла, како би се ученици оспособили да Питагорину теорему користе касније у образовању у различитим задацима из планиметрије, стереометрије и тригонометрије. Упознати ученике са карактеристичним Питагориним тројкама кроз примере и напоменути да таквих тројки има бесконачно много. Формулисати обрат Питагорине теореме и применити га у задацима.

У другом делу теме пажњу је потребно усмерити на примену Питагорине теореме на конструкције дужи чији је мерни број дужине ирационалан број и примену на квадрат, правоугаоник, једнакокраки и једнакостранични троугао, ромб и правоугли и једнакокраки трапез. Ученици треба да примењују Питагорину теорему и на једнакокрако правоугли троугао, правоугли троугао са углом од 30° и одређивање растојања двеју тачака у координатном систему.

Уколико наставник има техничких могућности у учионици, након усвајања Питагорине теореме на традиционалан начин, део ове теме може обрадити коришћењем неког од бесплатних динамичких софтвера који ученицима може још очигледније дочарати Питагорину теорему и примену теореме у различитим геометријским задацима и проблемима из свакодневног живота.

Цели алгебарски изрази – У првом делу ове теме уводи се појам степена променљиве природним бројем и изводе се основна својства те операције (множење и дељење степена једнаких основа, степеновање степена, као и правила за степен производа и количника). Ученици треба у потпуности да овладају одговарајућим трансформацијама да би, између осталог, били припремљени за упознавање са операцијама са полиномима које следе. Такође, уводи се појам степена са изложивоцем који је нула или негативан цео број, али само у случају основе која је декадна јединица. Примери обухватају краће записивање врло малих рационалних бројева (примене у физици), као и канонско представљање рационалних бројева у децималном запису.

Други део теме обухвата операције с целим алгебарским изразима (полиномима). Најпре се уводи појам полинома и увежбава израчунавање вредности таквог израза за конкретне вредности променљивих који у њему учествују. Затим се дефинишу основне операције са полиномима (сабирање, одузимање и множење) и увежбава довођење полинома на сређени облик. Притом се, по потреби, користи дистрибутивни закон (у облику $(a + b)(x + y) = ax + ay + bx + by$) и формула за квадрат бинома (у облику $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$).

У наставку ове теме ученици треба да, на погодним примерима, уоче потребу растављања полинома на чиниоце (посебно у циљу решавања једначина). Затим треба увежбати то растављање коришћењем претходно наведених формула (али сада записаних у облику $ax + ay + bx + by = (a + b)(x + y)$, односно $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$), као и формуле за разлику квадрата. Примере растављања тзв. непотпуног квадратног тринома обрађивати само на додатној настави. Сем поменуте примене на решавање једначина (на пример, облика $ax^2 + bx = 0$ и $x^2 - c^2 = 0$), овде се могу приказати примери решавања геометријских проблема за које је потребно познавање операција са полиномима.

Многоугао – Многоугао увести као део равни ограничен многоугаоном линијом. Нагласити разлику између конвексних и неконвексних многоуглова, али даља разматрања ограничити само на конвексне многоуглове. Ученике треба наводити да уоче зависност броја дијагонала, као и зависност збира унутрашњих углова од броја темена многоугла. Приликом увођења правилних многоуглова, ученици треба да уоче да постоје многоуглови који нису правилни иако су све њихове странице једнаке, као и да постоје многоуглови који нису правилни иако су сви њихови углови једнаки. Посебно истаћи осну симетричност правилног многоугла и број оса симетрије, као и чињенице да се око правилног многоугла може описати круг и да се у њега може уписати круг. Из одговарајућих формула за једнакостранични троугао, ученици, уз помоћ наставника ако је потребно, изводе формуле којима се у правилном шестоуглу успостављају везе између странице, дуге дијагонале, краће дијагонале, полупречника уписаног и описаног круга.

Кроз разноврсне примере и задатке (који се односе на троуглове, четвороуглове и правилне многоуглове) истицати примену ставова подударности троуглова и поступно развијати код ученика вештину доказивања. Доказати најважније особине троуглова и паралелограма. Увести појмове ортоцентар, тежишна дуж и тежиште троугла, и навести њихове особине. Примену ставова подударности и њихових последица проширити и на конструктивне задатке. Истаћи разлику између цртања и конструкције. Посебно треба издвојити 1) конструкције троуглова које поред датих страница/углова одређује и једна висина, односно тежишна дуж; 2) конструкције паралелограма и трапеца које поред датих страница/углова одређује и висина; 3) конструкције делтоида; 4) конструкције правилних многоуглова са 3, 4, 6, 8 или 12 темена које одређује страница, односно полупречник

описаног/уписаног круга. На примерима илустровати ситуације када конструктивни задатак има више решења или нема решења, али не инсистирати на оваквим задацима. Израчунавање обима и површине многоугла илустровати разноврсним примерима и задацима.

Приликом израчунавања површине користити разлагање многоуглова на троуглове и четвороуглове. Посебну пажњу посветити израчунавању површине правилног шестоугла. Важно је укључити и одређени број практичних примена рачунања површина.

Круг – Полазећи од раније стечених знања и дефиниција кружне линије и кружне површи, треба размотрити могуће положаје и односе круга и праве, а такође и два круга у равни. Ученике треба подсетити на дефиниције тангенте и тетиве круга и искористити Питагорину терему за успостављање везе између полупречника круга, тетиве и централног одстојања тетиве. Централне теме су увођење појмова централног и периферијског угла, уочавање и доказивање тврђења о њиховом међусобном односу, као и одређивање обима и површине круга. Ученици би требало да експериментално утврде сталност односа обима и пречника кружнице. Када се уведе број π , ученике треба информативно упознати са његовом ирационалном природом. После обраде обима и површине круга, треба извести формуле за дужину кружног лука, површину кружног исечка и кружног прстена. У практичним израчунавањима користити приближну вредност 3,14 али повремено радити и са проценама 3,142; 22/7; 3,1.

У оквиру дела теме који се односи на ротацију, треба се ограничити на ротације једноставнијих фигура око задате тачке и за задати угао. Објаснити ученицима позитиван и негативан смер ротације и урадити неколико примера ротације у координатном систему. Важно је да ученици уоче да се дужине дужи и величине углова не мењају при ротацији.

Обрада података – Ову тему реализовати као пројектни задатак. Циљ пројектног задатка је да ученици овладају појмовима средња вредност, медијана и мод и истовремено се увере у применљивост обраде података у свакодневној пракси. Препорука је да се пројектни задатак реализује на конкретним примерима и предлог је да у седмом разреду то буде прикупљање, обрада и анализа података добијених анкетом. Теме се могу одабрати из животног окружења и њихов садржај би требало да буде близак узрасту ученика (на пример: коришћење ИКТ од стране ученика, расподела слободног времена ученика, еколошка свест младих ...). Број питања у анкети не мора бити велики, највише 5-6, а истраживање треба реализовати тако да узорак не буде премали, али ни превелик и да се може реализовати у најближем окружењу (школа, породица, комшилук ...). Предлог је да се пет расположивих часова реализује по следећем плану:

РЕДНИ БРОЈ ЧАСА	САДРЖАЈ РАДА	АКТИВНОСТИ НАСТАВНИКА И УЧЕНИКА
1.	<ul style="list-style-type: none"> Избор теме истраживања Конструкција анкетних питања 	Наставник објашњава пројектни задатак, а ученици предлажу теме за истраживање и 5-6 анкетних питања.
2.	<ul style="list-style-type: none"> Упутство за анкетирање Спровођење истраживања анкетирањем 	Сваки ученик добија по 4-5 анкетних листића.
3.	<ul style="list-style-type: none"> Обнављање и доградња појмова: узорак, нумеричка и процентуална расподела, графички приказ Увођење нових појмова: средња вредност, медијана и мод 	На једном (нумерички потпуно припремљеном) примеру се илуструју сви наведени – познати и нови појмови.

4.	<ul style="list-style-type: none"> • Подела ученика на групе • Упућивање у начин обраде података добијених анкетирањем • Обрада резултата анкете 	Формирају се нехомогене истраживачке групе. Свака група обрађује једно питање за које је задужена (може се користити и Excel) и припрема презентацију резултата.
5.	<ul style="list-style-type: none"> • Презентација резултата анкете 	Групе приказују резултате свог истраживања (таблични приказ резултата обраде питања из анкете, процентуалну расподелу, графички приказ, израчунавање средње вредности, медијане и мода), тумаче добијене резултате и изводе закључке.

III. ПРАЋЕЊЕ И ВРЕДНОВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Саставни део процеса развоја математичких знања у свим фазама наставе је и праћење и процењивање степена остварености исхода, које треба да обезбеди што поузданије сагледавање развоја и напредовања ученика. Тај процес започети иницијалном проценом нивоа на коме се ученик налази. Прикупљање информација из различитих извора (свакодневна посматрања, активност на часу, учествовање у разговору и дискусији, самосталан рад, рад у групи, тестови) помаже наставнику да сагледа постигнућа (развој и напредовање) ученика и степен остварености исхода. Свака активност је добра прилика за процену напредовања и давање повратне информације, а важно је ученике оспособљавати и охрабривати да процењују сопствени напредак у учењу.