

Matematičko takmičenje „Kengur bez granica” finale 2019.
11 – 12. razred

Zadaci koji vrede 3 poena

1. Koja je najveća moguća vrednost koju možemo dobiti ako u izrazu $2 - 0 - 1 - 9$ dopišemo odgovarajući broj zagrada?

- A) 13 B) 12 V) 10 G) 9 D) 8

2. $\frac{\frac{1}{2}}{\left(\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{5}}\right)} =$

- A) $\frac{3}{40}$ B) $\frac{15}{8}$ V) $\frac{2}{15}$ G) $\frac{1}{120}$ D) $\frac{10}{3}$

3. Ako za prirodne brojeve $A, B, C > 1$ važi $2020 = A \cdot B \cdot C$, onda je najveća vrednost izraza $A + B + C$ jednaka:

- A) 110 B) 113 V) 209 G) 509 D) 609

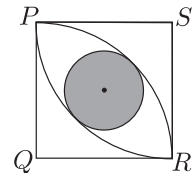
4. Poslednja cifra broja 2019 je tri puta veća od zbira prve tri cifre. Koliko takvih četvorocifrenih brojeva ima?

- A) manje od 5 B) 5 V) 6 G) 7 D) više od 7

5. Koliko je različitih vrednosti među brojevima: $3^{3^{(3^3)}}$, $3^{(3^3)^3}$, $(3^3)^{3^3}$, $3^{(3^{3^3})}$ i $(3^{3^3})^3$?

- A) 5 B) 4 V) 3 G) 2 D) 1

6. U temenima Q i S kvadrata $PQRS$, stranice dužine 2, konstruisane su četvrtine kružnica kao na slici desno. Unutar oblasti određene ovim lukovima upisan je krug sa centrom u preseku dijagonala kvadrata. Površina tog kruga je:





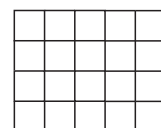
- A) $(6 - 2\sqrt{2})\pi$ B) $(4\sqrt{2} - 2)\pi$ V) $(2\sqrt{2} + 2)\pi$ G) $(3\sqrt{2} - 2)\pi$ D) $(6 - 4\sqrt{2})\pi$

7. Ako su x i y realni brojevi koji zadovoljavaju jednačinu $2x^2 + y^2 = 2xy$, koje od sledećih tvrđenja ne može biti tačno?

- A) $x - y = 1$ B) $x = y$ V) $x = 2y$ G) $x + y = 0$ D) rešenje je jedinstveno



8. Pečat je oblika   i jednim udarom oboji 4 polja tabele 5×4 prikazane na slici desno. Koliko najmanje puta treba udariti ovim pečatom da bi se obojila sva polja tabele (neka polja mogu da se oboje više puta).



- A) 5 B) 6 V) 7 G) 8 D) više od 8

9. Na koliko mesta grafik funkcije $f(x) = x^{2019} + x^7 + x^5 + x^3 + 1$ seče x -osu?

- A) 0 B) 1 V) 2 G) 3 D) više od 3

10. Stevan ima 20 šljiva, 8 žutih i 12 plavih. Koliko plavih šljiva da skloni da bi verovatnoća da bez gledanja izvuče plavu šljivu bila jednaka $\frac{1}{3}$?

- A) 2 B) 4 V) 6 G) 8 D) 9

Zadaci koji vrede 4 poena

11. Jednačina $|x - 2019| = |x| - 2019$ ekvivalentna je sa:

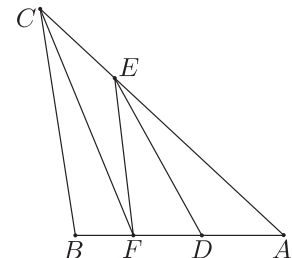
- A) $x \geq 0$ B) $x \leq -2019$ V) $x = 2019$ G) $x \geq 2019$ D) ne postoji takvo x

12. Koji od brojeva $\sin 7, \sin 8, \sin 9, \sin 10, \sin 11$ je najveći?

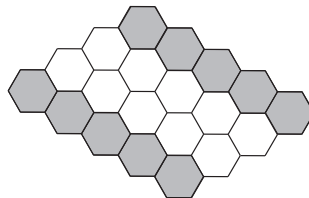
- A) $\sin 7$ B) $\sin 8$ V) $\sin 9$ G) $\sin 10$ D) $\sin 11$

13. Na stranici BA trougla ABC nalaze se tačke F i D , a na stranici AC nalazi se tačka E tako da su trouglovi AED, DEF, EFC i FCB jednakih površina (slika desno). Odrediti odnos $AF : BD$?

- A) 1 B) 9 : 8 V) 8 : 7 G) 7 : 6 D) 6 : 5



14. Na koliko načina se na slici ispod mogu obojiti sivom bojom pet šestougaonih polja tako da ne bude svih 15 sivih šestougaonih polja povezano (dva šestougaona polja su povezana ako imaju zajedničku stranicu)?



- A) 2 B) 4 V) 5 G) 6 D) 8

15. Koliko ima funkcija $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ takvih da se parni brojevi preslikavaju u neparne a neparni u parne?

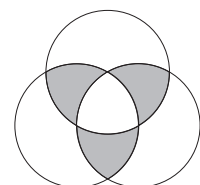
- A) 5 B) 13 V) 20 G) 36 D) 5^4

16. Brojeve od 1 do 17 treba poredati u niz tako da zbir svaka dva susedna broja niza bude potpun kvadrat. Koji broj će se naći na 9. mestu u tom nizu?

- A) 4 B) 9 V) 12 G) 14 D) ne može da se odredi

17. Tri kružnice poluprečnika 2 se seku tako da se centar svake od njih nalazi u preseku druge dve kružnice, kao što je prikazano na slici desno. Površina osenčenog dela na slici je:

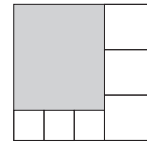
- A) $\frac{\pi}{2}$ B) π V) $\frac{3\pi}{2}$ G) 2π D) 3π



18. Na sastanku je bilo 6 osoba: A, B, V, G, D i E. Svako od njih se rukovao sa svim svojim prijateljima. Osoba A je imala 1 rukovanje, osoba B 2 rukovanja, V 3 rukovanja, G 4 rukovanja i D 5 rukovanja. Koliko rukovanja je imala osoba E?

- A) 1 B) 2 V) 3 G) 4 D) 5

19. Marta je veliki kvadrat podelila na sivi pravougaonik i šest manjih kvadrata kao na slici desno. Ako je površina sivog pravougaonika 42, tada je obim početnog (velikog) kvadrata jednak:



- A) 36 B) 40 V) 44 G) 48 D) 52

20. Iz skupa temena konveksnog mnogougla slučajno se biraju dva temena. Verovatnoća da izabrana temena određuju dijagonalu tog mnogougla je 0,8. Broj stranica tog mnogougla je:

- A) 8 B) 9 V) 10 G) 11 D) više od 11

Zadaci koji vrede 5 poena

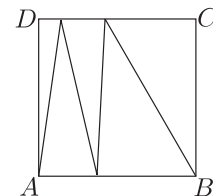
21. Student je položio 5 ispita i prosečan broj poena koji je osvojio na njima bio je 58. Ako je njegov minimalni broj poena na nekom ispitu bio 50, koliki je njegov maksimalno mogući broj poena na nekom ispitu?

- A) 58 B) 60 V) 72 G) 80 D) 90

22. Zbir 1009 uzastopnih prirodnih brojeva je 2018^{2019} . Zbir najmanjeg i najvećeg od njih je:

- A) $4 \cdot 2018^{2018}$ B) 1009^{2019} V) $4 \cdot 1009^{2019}$ G) 2018^{1010} D) 2018^{2018}

23. U kvadratu $ABCD$ stranice dužine 1 temena A i B su spojena izlomljenom linijom čija su dva temena na stranici CD , različita od C i D , i još jedno teme na stranici AB (videti sliku desno). Minimalna dužina te izlomljene linije jednaka je:



- A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{5}$ V) $3 + \sqrt{2}$ G) $2 + 2\sqrt{3}$ D) $\sqrt{17}$

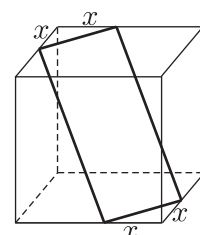
24. Prirodan broj N ima tačno osam različitih delilaca uključujući 1 i N . Proizvod šest od njih je 3456. Proizvod preostala dva je:

- A) 576 B) 288 V) 192 G) 96 D) 48

25. Koji od sledećih brojeva je najveći?

- A) 20^{19} B) 19^{20} V) $19 \cdot 20$ G) $20^2 - 19^2$ D) 201^9

26. Na slici desno prikazan je pravougaonik čija temena leže na ivicama kocke stranice dužine 1. Za koju vrednost x je taj pravougaonik kvadrat?



- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ V) $\frac{5}{\sqrt{4\sqrt{3}}}$ G) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

27. O osobi koju policija traži četiri osobe su dale sledeće podatke:

- ima 33 godine i visok je 1,75 m;
- ima 31 godine i visok je 1,9 m;
- ima 29 godina i visok je 1,75 m;
- ima 29 godinac i visok je 1,7 m.

Ispostavlja da su tačno tri osobe dale tačno po jedan tačan podatak. Koja od sledećih rečenica o traženoj osobi je tačna?

- A) Tražena osoba ima 31 ili 33 godine.
- B) Tražena osoba je visoka 1,7 m ili 1,75 m.
- V) Tražena osoba ima 29 ili 33 godine.
- G) Tražena osoba je visoka 1,75 m ili 1,9 m.
- D) Nijedna od rečenica A) –G) nije tačna.

28. Ako rešenja x_1, x_2, x_3, x_4 jednačine $x^4 + px^2 + q = 0$ formiraju aritmetičku progresiju, tada je količnik $\frac{p^2}{q}$ jednak:

- A) 8 B) -4 V) 4 G) $-\frac{100}{9}$ D) $\frac{100}{9}$

29. Neka su $a < b < c$ uzastopni prosti brojevi takvi da jednačina $ax^2 + cx + b = 0$ ima celobrojna rešenja. Koliko različitih vrednosti može imati koeficijent b ?

- A) 1 B) 2 V) 3 G) 4 D) više od 4

30. U tupougloj trouglu su date dužine dve stranice $a = 15$, $b = 13$ i dužina poluprečnika opisanog kruga $R = 8,125$. Za dužinu treće stranice tog trougla važi:

- A) $2 < c \leq 5$ B) $5 < c \leq 9$ V) $9 < c \leq 13$
- G) $13 < c \leq 18$ D) $18 < c \leq 26$