

# Математичко такмичење „Кенгур без граница” финале 2019.

## 11 – 12. разред

### Задачи који вреде 3 поена

1. Која је највећа могућа вредност коју можемо добити ако у изразу  $2 - 0 - 1 - 9$  допишемо одговарајући број заграда?

- А) 13    Б) 12    В) 10    Г) 9    Д) 8

2.  $\frac{\frac{1}{2}}{\left(\frac{3}{\frac{4}{5}}\right)} =$

- А)  $\frac{3}{40}$     Б)  $\frac{15}{8}$     В)  $\frac{2}{15}$     Г)  $\frac{1}{120}$     Д)  $\frac{10}{3}$

3. Ако за природне бројеве  $A, B, C > 1$  важи  $2020 = A \cdot B \cdot C$ , онда је највећа вредност израза  $A + B + C$  једнака:

- А) 110    Б) 113    В) 209    Г) 509    Д) 609

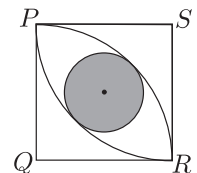
4. Последња цифра броја 2019 је три пута већа од збира прве три цифре. Колико таквих четворцифрених бројева има?

- А) мање од 5    Б) 5    В) 6    Г) 7    Д) више од 7

5. Колико је различитих вредности међу бројевима:  $3^{3^{(3^3)}}$ ,  $3^{(3^3)^3}$ ,  $(3^3)^{3^3}$ ,  $3^{(3^{3^3})}$  и  $(3^{3^3})^3$ ?

- А) 5    Б) 4    В) 3    Г) 2    Д) 1

6. У теменима  $Q$  и  $S$  квадрата  $PQRS$ , странице дужине 2, конструисане су четвртине кружница као на слици десно. Унутар области одређене овим луковима уписан је круг са центром у пресеку дијагонала квадрата. Површина тог круга је:



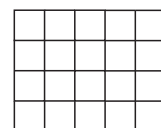
- А)  $(6 - 2\sqrt{2})\pi$     Б)  $(4\sqrt{2} - 2)\pi$     В)  $(2\sqrt{2} + 2)\pi$     Г)  $(3\sqrt{2} - 2)\pi$     Д)  $(6 - 4\sqrt{2})\pi$

7. Ако су  $x$  и  $y$  реални бројеви који задовољавају једначину  $2x^2 + y^2 = 2xy$ , које од следећих тврђења не може бити тачно?

- А)  $x - y = 1$     Б)  $x = y$     В)  $x = 2y$     Г)  $x + y = 0$     Д) решење је јединствено



8. Печат је облика и једним ударом обоји 4 поља табеле  $5 \times 4$  приказане на слици десно. Колико најмање пута треба ударити овим печатом да би се обојила сва поља табеле (нека поља могу да се обоје више пута).



- А) 5    Б) 6    В) 7    Г) 8    Д) више од 8

9. На колико места график функције  $f(x) = x^{2019} + x^7 + x^5 + x^3 + 1$  сече  $x$ -осу?

- А) 0    Б) 1    В) 2    Г) 3    Д) више од 3

10. Стеван има 20 шљива, 8 жутих и 12 плавих. Колико плавих шљива да склони да би вероватноћа да без гледања извуче плаву шљиву била једнака  $\frac{1}{3}$ ?

- А) 2    Б) 4    В) 6    Г) 8    Д) 9

**Задачи који вреде 4 поена**

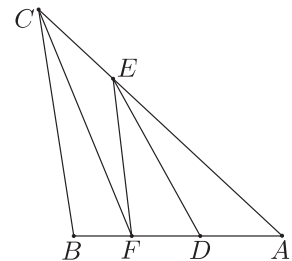
11. Једначина  $|x - 2019| = |x| - 2019$  еквивалентна је са:

- А)  $x \geq 0$     Б)  $x \leq -2019$     В)  $x = 2019$     Г)  $x \geq 2019$     Д) не постоји такво  $x$

12. Који од бројева  $\sin 7, \sin 8, \sin 9, \sin 10, \sin 11$  је највећи?

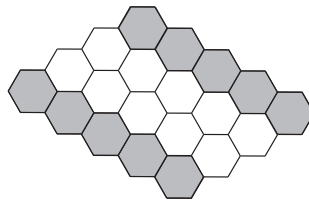
- А)  $\sin 7$     Б)  $\sin 8$     В)  $\sin 9$     Г)  $\sin 10$     Д)  $\sin 11$

13. На страници  $BA$  троугла  $ABC$  налазе се тачке  $F$  и  $D$ , а на страници  $AC$  налази се тачка  $E$  тако да су троуглови  $AED, DEF, EFC$  и  $FCB$  једнаких површина (слика десно). Одредити однос  $AF : BD$ ?



- А) 1    Б) 9 : 8    В) 8 : 7    Г) 7 : 6    Д) 6 : 5

14. На колико начина се на слици испод могу обојити сивом бојом пет шестоугаоних поља тако да не буде свих 15 сивих шестоугаоних поља повезано (два шестоугаона поља су повезана ако имају заједничку страну)?



- А) 2    Б) 4    В) 5    Г) 6    Д) 8

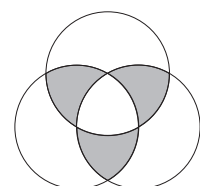
15. Колико има функција  $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$  таквих да се парни бројеви пресликавају у непарне а непарни у парне?

- А) 5    Б) 13    В) 20    Г) 36    Д)  $5^4$

16. Бројеве од 1 до 17 треба поређати у низ тако да збир свака два суседна броја низа буде потпун квадрат. Који број ће се наћи на 9. месту у том низу?

- А) 4    Б) 9    В) 12    Г) 14    Д) не може да се одреди

17. Три кружнице полупречника 2 се секу тако да се центар сваке од њих налази у пресеку друге две кружнице, као што је приказано на слици десно. Површина осенченог дела на слици је:

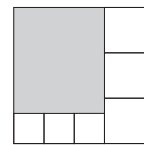


- А)  $\frac{\pi}{2}$     Б)  $\pi$     В)  $\frac{3\pi}{2}$     Г)  $2\pi$     Д)  $3\pi$

18. На састанку је било 6 особа: А, Б, В, Г, Д и Е. Свако од њих се руковао са свим својим пријатељима. Особа А је имала 1 руковање, особа Б 2 руковања, В 3 руковања, Г 4 руковања и Д 5 руковања. Колико руковања је имала особа Е?

- А) 1      Б) 2      В) 3      Г) 4      Д) 5

19. Марта је велики квадрат поделила на сиви правоугаоник и шест мањих квадрата као на слици десно. Ако је површина сивог правоугаоника 42, тада је обим почетног (великог) квадрата једнак:



- А) 36      Б) 40      В) 44      Г) 48      Д) 52

20. Из скупа темена конвексног многоугла случајно се бирају два темена. Вероватноћа да изабрана темена одређују дијагоналу тог многоугла је 0,8. Број страница тог многоугла је:

- А) 8      Б) 9      В) 10      Г) 11      Д) више од 11

**Загаци који вреде 5 поена**

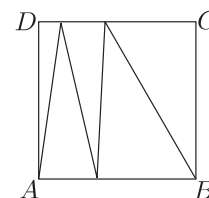
21. Студент је положио 5 испита и просечан број поена који је освојио на њима био је 58. Ако је његов минимални број поена на неком испиту био 50, колики је његов максимално могући број поена на неком испиту?

- А) 58      Б) 60      В) 72      Г) 80      Д) 90

22. Збир 1009 узастопних природних бројева је  $2018^{2019}$ . Збир најмањег и највећег од њих је:

- А)  $4 \cdot 2018^{2018}$       Б)  $1009^{2019}$       В)  $4 \cdot 1009^{2019}$       Г)  $2018^{1010}$       Д)  $2018^{2018}$

23. У квадрату  $ABCD$  странице дужине 1 темена  $A$  и  $B$  су спојена изломљеном линијом чија су два темена на страници  $CD$ , различита од  $C$  и  $D$ , и још једно теме на страници  $AB$  (видети слику десно). Минимална дужина те изломљене линије једнака је:



- А)  $3\sqrt{2}$       Б)  $2\sqrt{5}$       В)  $3 + \sqrt{2}$       Г)  $2 + 2\sqrt{3}$       Д)  $\sqrt{17}$

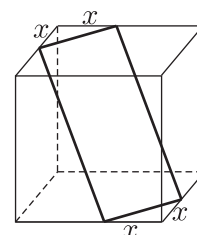
24. Природан број  $N$  има тачно осам различитих делилаца укључујући 1 и  $N$ . Производ шест од њих је 3456. Производ преостала два је:

- А) 576      Б) 288      В) 192      Г) 96      Д) 48

25. Који од следећих бројева је највећи?

- А)  $20^{19}$       Б)  $19^{20}$       В)  $19 \cdot 20$       Г)  $20^2 - 19^2$       Д)  $201^9$

26. На слици десно приказан је правоугаоник чија темена леже на ивицама коцке странице дужине 1. За коју вредност  $x$  је тај правоугаоник квадрат?



- А)  $\frac{2}{3}$       Б)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       В)  $\frac{5}{\sqrt{4\sqrt{3}}}$       Г)  $\frac{3}{4}$       Д)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

27. Особи коју полиција тражи четири особе су дале следеће податке:

- има 33 године и висок је 1,75 m;
- има 31 године и висок је 1,9 m;
- има 29 година и висок је 1,75 m;
- има 29 година и висок је 1,7 m.

Испоставља да су тачно три особе дале тачно по један тачан податак. Која од следећих реченица о траженој особи је тачна?

- А) Тражена особа има 31 или 33 године.
- Б) Тражена особа је висока 1,7 m или 1,75 m.
- В) Тражена особа има 29 или 33 године.
- Г) Тражена особа је висока 1,75 m или 1,9 m.
- Д) Ниједна од реченица А) –Г) није тачна.

28. Ако решења  $x_1, x_2, x_3, x_4$  једначине  $x^4 + px^2 + q = 0$  формирају аритметичку прогресију, тада је количник  $\frac{p^2}{q}$  једнак:

- А) 8      Б) -4      В) 4      Г)  $-\frac{100}{9}$       Д)  $\frac{100}{9}$

29. Нека су  $a < b < c$  узастопни прости бројеви такви да једначина  $ax^2 + cx + b = 0$  има целобројна решења. Колико различитих вредности може имати коефицијент  $b$ ?

- А) 1      Б) 2      В) 3      Г) 4      Д) више од 4

30. У тупоуглом троуглу су дате дужине две странице  $a = 15, b = 13$  и дужина полупречника описаног круга  $R = 8,125$ . За дужину треће странице тог троугла важи:

- А)  $2 < c \leq 5$       Б)  $5 < c \leq 9$       В)  $9 < c \leq 13$   
Г)  $13 < c \leq 18$       Д)  $18 < c \leq 26$