

Kenguru Határok Nélkül Matematikaverseny döntő 2019.

11–12. osztály

3 pontos feladatok

1. Mennyi a lehető legnagyobb érték, amit a $2-0-1-9$ kifejezés megfelelő zárójelezésével kaphatunk?

- A) 13 B) 12 C) 10 D) 9 E) 8

2. $\frac{\frac{1}{2}}{\left(\frac{3}{\frac{4}{5}}\right)} =$

- A) $\frac{3}{40}$ B) $\frac{15}{8}$ C) $\frac{2}{15}$ D) $\frac{1}{120}$ E) $\frac{10}{3}$

3. Ha az $A, B, C > 1$ természetes számokra igaz, hogy $2020 = A \cdot B \cdot C$, akkor az $A + B + C$ kifejezés lehető legnagyobb értéke:

- A) 110 B) 113 C) 209 D) 509 E) 609

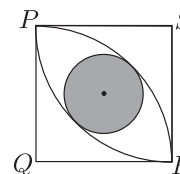
4. A 2019 utolsó számjegye háromszor nagyobb az első három számjegyének összegénél. Hány ilyen négyjegyű szám létezik?

- A) kevesebb, mint 5 B) 5 C) 6 D) 7 E) több, mint 7

5. Hány különböző érték van a $3^{3^{(3^3)}}$, $3^{(3^3)^3}$, $(3^3)^{3^3}$, $3^{(3^{3^3})}$ és $(3^{3^3})^3$ számok között?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

6. A 2 oldalhosszúságú $PQRS$ négyzet Q és S csúcsaiba negyedköröket szerkesztettünk, ahogy az a jobb oldali ábrán látható. Az ezen körívek által meghatározott alakzat belső tartományába kört írtunk, melynek középpontja az átlók metszéspontjában van. Ennek a körnek a területe:




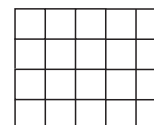
- A) $(6 - 2\sqrt{2})\pi$ B) $(4\sqrt{2} - 2)\pi$ C) $(2\sqrt{2} + 2)\pi$ D) $(3\sqrt{2} - 2)\pi$ E) $(6 - 4\sqrt{2})\pi$

7. Ha x és y valós számok, amelyek kielégítik a $2x^2 + y^2 = 2xy$ egyenlőséget, akkor melyik nem lehet igaz a következő állítások közül?

- A) $x - y = 1$ B) $x = y$ C) $x = 2y$ D) $x + y = 0$
 E) csak egy megoldás létezik



8. Adott egy  alakú pecsét, amely egy pecsételéssel befesti egy 5×4 -es tábla 4 mezőjét (lásd a jobb oldali ábrát). Legalább hányszor kell pecsételni ezzel a pecséttel, hogy a tábla minden mezőjét befessük? (Egyes mezőket többször is lefesthetünk.)



- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) több, mint 8

9. Hány helyen metszi az $f(x) = x^{2019} + x^7 + x^5 + x^3 + 1$ függvény grafikonja az x tengelyt?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) több, mint 3

10. Szabinak 20 szilvája van, 8 sárga és 12 kék. Hány kék szilvát kell eltávolítani ahhoz, hogy $\frac{1}{3}$ legyen a valószínűsége egy kék szilva találmra történő kihúzásának?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

4 pontos feladatok

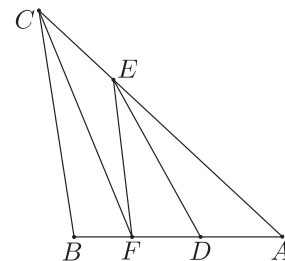
11. Az $|x - 2019| = |x| - 2019$ egyenlőséggel ekvivalens:

- A) $x \geq 0$ B) $x \leq -2019$ C) $x = 2019$ D) $x \geq 2019$
 E) nem létezik ilyen x

12. Melyik a $\sin 7, \sin 8, \sin 9, \sin 10, \sin 11$ számok közül a legnagyobb?

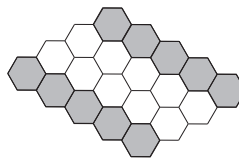
- A) $\sin 7$ B) $\sin 8$ C) $\sin 9$ D) $\sin 10$ E) $\sin 11$

13. Adottak az F és D pontok az $ABC\triangle$ BA oldalán, az AC oldalon pedig az E pont úgy, hogy az AED, DEF, EFC és FCB háromszögek területei megegyeznek (lásd a jobb oldali ábrát). Határozd meg az $AF : BD$ arányt!



- A) 1 B) 9 : 8 C) 8 : 7 D) 7 : 6 E) 6 : 5

14. Hányféle módon festhetünk be szürkével az alábbi ábrán öt hatszög alakú mezőt úgy, hogy mind a 15 szürke hatszög alakú mező össze legyen kötve? (Két hatszög alakú mező össze van kötve, ha van közös oldaluk.)



- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

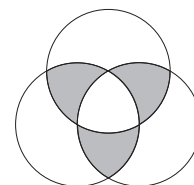
15. Hány olyan $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ függvény létezik, amely minden páros számot páratlanra képez le, és minden páratlant párosra?

- A) 5 B) 13 C) 20 D) 36 E) 5^4

16. Az 1-től 17-ig terjedő számokat sorbarendeztük úgy, hogy a sorban bármelyik két szomszédos szám összege teljes négyzet. Melyik szám található ebben a sorban a 9. helyen?

- A) 4 B) 9 C) 12 D) 14 E) nem lehet meghatározni

17. Három 2 sugarú kör metszi egymást úgy, hogy mindegyik kör középpontja a másik két kör metszéspontján van (lásd a jobb oldali ábrát). Mekkora az árnyékolt rész területe?

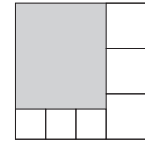


- A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) 3π

18. Egy gyűlésen hatan voltak jelen: A, B, C, D, E és F. Mindenki közülük lekezelt az ismerőseivel. Az A személy 1-szer kezelt le, a B személy 2-szer, a C személy 3-szor, a D személy 4-szer, az E személy pedig 5-ször. Hányszor kezelt le az F személy?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

19. Márta egy nagy négyzetet felosztott egy szürke téglalpra és hat kicsi négyzetre, ahogy az a jobb oldali ábrán látható. Ha a szürke téglalap területe 42, akkor a nagy négyzet kerülete egyenlő:



- A) 36 B) 40 C) 44 D) 48 E) 52

20. Egy konvex sokszög csúcsai közül tetszőlegesen kiválasztunk kettőt. Annak a valószínűsége, hogy ez a két csúcs egy átlót határoz meg, 0,8. Hány oldala van ennek a sokszögnek?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) több, mint 11

5 pontos feladatok

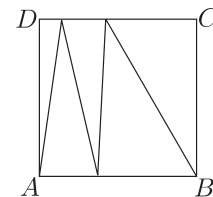
21. Egy egyetemista levizsgázott 5 tantárgyból, az átlagpontszáma ezekből a tantárgyakból 58 volt. Ha az általa elért minimális pontszám valamely tantárgyból 50 volt, akkor mennyi lehetett az általa elért maximális pontszám valamely tantárgyból?

- A) 58 B) 60 C) 72 D) 80 E) 90

22. 1009 egymást követő természetes szám összege 2018^{2019} . Mennyi ezen számok közül a legkisebbnek és a legnagyobbak az összege?

- A) $4 \cdot 2018^{2018}$ B) 1009^{2019} C) $4 \cdot 1009^{2019}$ D) 2018^{1010} E) 2018^{2018}

23. Az 1 oldalhosszúságú $ABCD$ négyzetben az A és B csúcsokat összekötöttük egy törött vonallal amely áthalad a CD oldal két pontján (amelyek különböznek a C és D pontoktól), valamint az AB oldal még egy pontján (lásd a jobb oldali ábrát). Legkevesebb mekkora ennek a törött vonalnak a hossza?



- A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $3 + \sqrt{2}$ D) $2 + 2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{17}$

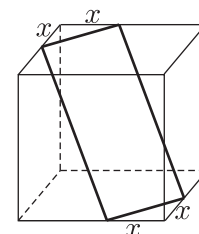
24. Az N természetes számnak az 1-et és az N -t is beleértve pontosan nyolc különböző osztója van. Közülük hatnak a szorzata 3456. A maradék kettő szorzata:

- A) 576 B) 288 C) 192 D) 96 E) 48

25. Melyik a legnagyobb az alábbi számok közül?

- A) 20^{19} B) 19^{20} C) $19 \cdot 20$ D) $20^2 - 19^2$ E) 201^9

26. A jobb oldali ábrán látható téglalap csúcsai egy 1 oldalhosszúságú kocka oldaléleire illeszkednek. Az x mely értékre lesz ez a téglalap négyzet?



- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) $\frac{5}{\sqrt{4\sqrt{3}}}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

27. A rendőrség egy keresett személyről a következő négy vallomást gyűjtötte be:

- 33 éves és 1,75 m magas;
- 31 éves és 1,9 m magas;
- 29 éves és 1,75 m magas;
- 29 éves és 1,7 m magas.

Kiderült, hogy pontosan három vallomás pontosan egy pontos adatot tartalmaz. Az alábbi állítások közül melyik igaz a keresett személyre?

- A) A keresett személy 31 vagy 33 éves.
- B) A keresett személy 1,7 m vagy 1,75 m magas.
- C) A keresett személy 29 vagy 33 éves.
- D) A keresett személy 1,75 m vagy 1,9 m magas.
- E) Az A) –D) állítások közül egyik sem helyes.

28. Ha az $x^4 + px^2 + q = 0$ egyenlet x_1, x_2, x_3, x_4 megoldásai számtani sorozatot alkotnak, akkor a $\frac{p^2}{q}$ hányados értéke:

- A) 8 B) -4 C) 4 D) $-\frac{100}{9}$ E) $\frac{100}{9}$

29. Legyenek $a < b < c$ egymást követő prímszámok úgy, hogy az $ax^2 + cx + b = 0$ egyenletnek van megoldása az egész számok halmazában. Hány különböző értéket vehet fel a b együttható?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) több, mint 4

30. Egy tompaszögű háromszögben adott két oldal hossza: $a = 15$, $b = 13$, valamint a háromszög köré írható körének sugara: $R = 8,125$. A háromszög harmadik oldalára teljesül, hogy:

- A) $2 < c \leq 5$ B) $5 < c \leq 9$ C) $9 < c \leq 13$
- D) $13 < c \leq 18$ E) $18 < c \leq 26$