

Kenguru Határok Nélkül Matematikaverseny döntő 2019.
9–10. osztály

3 pontos feladatok

1. Két szám számtani közepe 2019. Ha az egyik szám a 2021, akkor a másik:

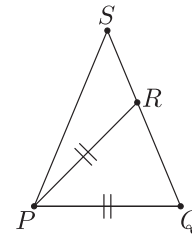
- A) 2017 B) 2018 C) 2020 D) 2022 E) 2023

2. A 2019 utolsó számjegye háromszor nagyobb az első három számjegyének összegénél. Hány ilyen négyjegyű szám létezik?

- A) kevesebb, mint 5 B) 5 C) 6 D) 7 E) több, mint 7

3. A jobb oldalon látható ábrán $SP = SQ$ és $PQ = PR$. Az SPR szög mértéke 36° . A PQR szög mértéke:

- A) 60° B) 63° C) 66° D) 69° E) 72°



4. Nati egy számsort készített úgy, hogy felváltva írta le a 2018 és 9102 számokat, 2018-cal kezdve: 201891022018910220189102... Melyik számjegy van a 2019. helyen Nati számsorában?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 8 E) 9

5. Egy tört számlálóját 40%-kal megnöveltük. Hány százalékkal kell csökkenteni a nevezőt, hogy egy olyan törtet kapjunk, ami 2-szer nagyobb az eredeti törtnél?

- A) 30% B) 40% C) 50% D) 60% E) 70%

6. Egy sokszög belső szögei váltakozva 150° és 120° -osak. Hány oldala van ennek a sokszögnek?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

7. Hány különböző érték van a $3^{3^{(3^3)}}$, $3^{(3^3)^3}$, $(3^3)^{3^3}$, $3^{(3^{3^3})}$ és $(3^{3^3})^3$ számok között?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

8. Egy kalóz talált négy leírást, amelyek információt adnak az elrejtett kincs hollétéről (lásd az alábbi ábrákat).

A kincs az A szigeten van vagy a D szigeten.

A kincs a B szigeten van.

A kincs a C szigeten van.

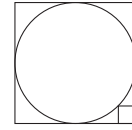
A kincs nincs a D szigeten.

A négy kijelentő mondat közül pontosan egy igaz, és a kincs csak az egyik szigeten van elrejtve. Melyik szigeten lett elrejtve a kincs?

- A) A B) B C) C D) D E) nem lehet meghatározni

9. A jobb oldali ábrán a nagyobb négyzet területe 32. A kisebb négyzet területe:

- A) $16 - 8\sqrt{2}$ B) $12 - 8\sqrt{2}$ C) $8 - 4\sqrt{2}$
 D) $2\sqrt{2}$ E) 2



10. Ha x és y valós számok, melyek kielégítik a $2x^2 + y^2 = 2xy$ egyenlőséget, akkor melyik nem lehet igaz a következő állítások közül?

- A) $x - y = 1$ B) $x = y$ C) $x = 2y$ D) $x + y = 0$
 E) csak egy megoldás létezik

4 pontos feladatok

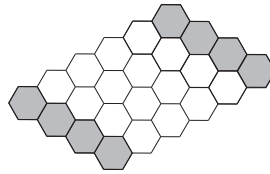
11. A végpontokat nem számolva, a derékszögű Descartes-féle koordináta-rendszerben hány egész koordinátájú ponton halad át az a szakasz, amely összeköti a $(0, 0)$ és $(30, 42)$ pontokat?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12. Ha $\overline{abc} + \overline{def} = 769$, akkor $\overline{aecabf} + \overline{dbfdec}$ egyenlő:

- A) 769679 B) 769000 C) 769976 D) 869769 E) 769769

13. Hányféle módon festhetünk be szürkével az alábbi ábrán négy hatszög alakú mezőt úgy, hogy mind a 12 szürke hatszög alakú mező össze legyen kötve? (Két hatszög alakú mező össze van kötve, ha van közös oldaluk.)



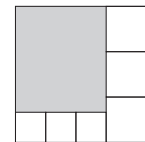
- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

14. Az első osztályban 31 tanuló van. Bármelyik 20 tanuló között mindig van legkevesebb 3 fiú. Ez azt jelenti, hogy az első osztályban van:

- A) legkevesebb 14 fiú B) legtöbb 14 fiú C) pontosan 14 fiú
 D) több fiú, mint lány E) több lány, mint fiú

15. Márta egy nagy négyzetet felosztott egy szürke téglalagra és hat kicsi négyzetre, ahogy az a jobb oldali ábrán látható. Ha a szürke téglalap területe 42, akkor a nagy négyzet kerülete egyenlő:

- A) 36 B) 40 C) 44 D) 48 E) 52



16. Hányféleképpen tudjuk kiválasztani az $m, n > 1$ természetes számokat úgy, hogy a $\left(\sqrt[m]{\sqrt[n]{2}}\right)^{12}$ szám racionális legyen?

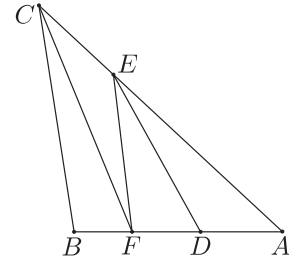
- A) 3 B) 7 C) 9 D) 10 E) 12

17. Egy gyűlésen hatan voltak jelen: A, B, C, D, E és F. Mindenki közülük lekezelt az ismerőseivel. Az A személy 1-szer kezelt le, a B személy 2-szer, a C személy 3-szor, a D személy 4-szer, az E személy pedig 5-ször. Hányszor kezelt le az F személy?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

18. Adottak az F és D pontok az $ABC\triangle$ BA oldalán, az AC oldalon pedig az E pont úgy, hogy az AED , DEF , EFC és FCB háromszögek területei megegyeznek (lásd a jobb oldali ábrát). Határozd meg az $AF : BD$ arányt!


- A) 1 B) 9 : 8 C) 8 : 7 D) 7 : 6 E) 6 : 5

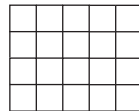


19. Adottak az $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ és $B = \{2, 4, 5, 6, 8\}$ halmazok. Határozd meg az S halmaz elemeinek összegét, ha $A \cap S = \{3, 4\}$ és $B \cup S = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

- A) 21 B) 23 C) 25 D) 27 E) 29



20. Adott egy  alakú pecsét, amely egy pecsételéssel befesti egy 5×4 -es tábla 4 mezőjét (lásd az alábbi ábrát).



Legalább hányszor kell pecsételni ezzel a pecséttel, hogy a tábla minden mezőjét befessük? (Egyes mezőket többször is lefesthetünk.)

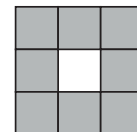
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) több, mint 8

5 pontos feladatok

21. Hány olyan $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ függvény létezik, amely minden páros számot páratlanra képez le, és minden páratlant párosra?

- A) 5 B) 13 C) 20 D) 36 E) 5^4

22. Teodor beírta 1-től 8-ig a számokat a jobb oldali ábrán látható táblázat szürke mezőibe (minden számot pontosan egy mezőbe). A felső és alsó sorban, valamint a jobb és bal oldali oszlopban levő négy összeg mind egyenlő. Legkevesebb mennyi lehet az összege azoknak a számoknak, amelyeket Teodor a négy sarki mezőbe írt?



- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 20

23. Egy szobában levő 5 személy közül mindenki vagy hazug (mindig hazudik), vagy igazmondó (mindig igazat mond). A szobából egyesével kijött 4 személy, és mindegyikük a szobát elhagyva azt mondta: „A szobában több hazug maradt, mint igazmondó.” Hány hazug volt a szobában kezdetben?

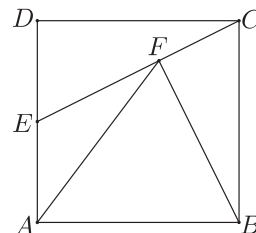
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

24. Mennyi az $a + b + c$ kifejezés értéke, ha a , b és c olyan számjegyek, amelyekre teljesül, hogy az a , \overline{ab} , \overline{bc} és \overline{acc} számok teljes négyzetek?

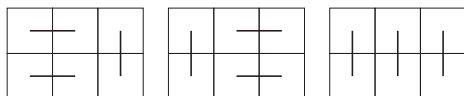
- A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

25. Adott az a oldalhosszúságú $ABCD$ négyzet. Legyen az E pont a négyzet AD oldalának felezőpontja, az F pont pedig az EC szakasz olyan pontja, amelyre az EAF és BCF háromszögek területei egyenlőek (lásd a jobb oldali ábrát). Mekkora az ABF háromszög területe?

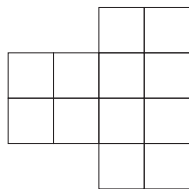
- A) $\frac{2}{5}a^2$ B) $\frac{1}{2}a^2$ C) $\frac{5}{12}a^2$ D) $\frac{1}{3}a^2$ E) $\frac{4}{9}a^2$



26. A 3×2 -es téglalapot le lehet fedni a 2×1 -es téglalapokkal 3 különböző módon, ahogy az a lenti ábrán látható.



Hányféleképpen lehet lefedni a következő alakzatot:



2×1 -es téglalapokkal?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 11 E) 12

27. Ha $f(x) = px^7 + qx^3 + rx - 4$, $p, q, r \in \mathbb{R}$ és $f(-7) = 3$, akkor $f(7)$ egyenlő:

- A) -11 B) -3 C) 10 D) 17 E) nem lehet meghatározni

28. A $3a$ természetes számnak pontosan 4 pozitív osztója van, az $5a$ számnak pedig pontosan 6 pozitív osztója. A $2019a$ szám első számjegye:

- A) 1 B) 3 C) 8 D) 9 E) nem lehet meghatározni

29. Az 1-től 17-ig terjedő számokat sorbarendeztük úgy, hogy a sorban bármelyik két szomszédos szám összege teljes négyzet. Melyik szám található ebben a sorban a 9. helyen?

- A) 4 B) 9 C) 12 D) 14 E) nem lehet meghatározni

30. Egy hegyesszögű háromszögben adott két oldal hossza: $a = 15$, $b = 13$, valamint a háromszög köré írt körének a sugara: $R = 8,125$. A háromszög harmadik oldalának hosszára teljesül, hogy:

- A) $7 < c \leq 9$ B) $9 < c \leq 13$ C) $13 < c \leq 15$
 D) $15 < c \leq 17$ E) $17 < c \leq 19$