

Matematičko takmičenje „Kengur bez granica” finale 2019.
9 – 10. razred

Zadaci koji vrede 3 poena

1. Aritmetička sredina dva broja je 2019. Ako je jedan od tih brojeva 2021, drugi je:

- A) 2017 B) 2018 V) 2020 G) 2022 D) 2023

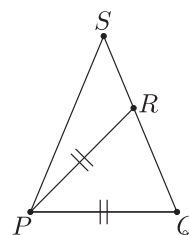
2. Poslednja cifra broja 2019 je tri puta veća od zbira prve tri cifre. Koliko takvih četvorocifrenih brojeva ima?

- A) manje od 5 B) 5 V) 6 G) 7 D) više od 7

3. Na slici desno je $SP = SQ$ i $PQ = PR$. Mera ugla SPR je 36° .

Mera ugla PQR je:

- A) 60° B) 63° V) 66° G) 69° D) 72°



4. Nataša je formirala niz cifara tako što je pisala naizmenično brojeve 2018 i 9102 počevši sa 2018: 201891022018910220189102... Koja cifra je na 2019. poziciji u Natašinom nizu?

- A) 0 B) 1 V) 2 G) 8 D) 9

5. Brojilac razlomka je uvećan za 40%. Za koliko procenata treba smanjiti imenilac da bi se dobio razlomak koji je 2 puta veći od polaznog razlomka?

- A) 30% B) 40% V) 50% G) 60% D) 70%

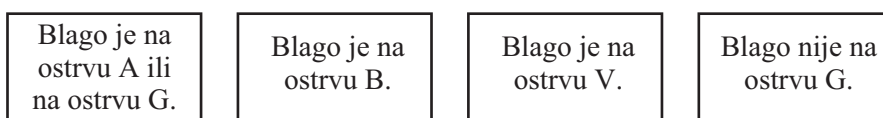
6. U mnogouglu su unutrašnji uglovi naizmenično od 150° i 120° . Koliko stranica ima taj mnogougao?

- A) 6 B) 7 V) 8 G) 9 D) 10

7. Koliko je različitih vrednosti među brojevima: $3^{3^{(3^3)}}$, $3^{(3^3)^3}$, $(3^3)^{3^3}$, $3^{(3^{3^3})}$ i $(3^{3^3})^3$?

- A) 5 B) 4 V) 3 G) 2 D) 1

8. Pirat je našao četiri zapisa koji daju informaciju o lokaciji skrivenog blaga (videti sliku ispod).

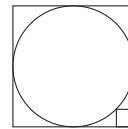


Informacija je tačna samo na jednom od tih zapisa i blago je skriveno samo na jednom ostrvu. Na kom ostrvu je skriveno blago?

- A) A B) B V) V G) G D) ne može se utvrditi

9. Površina većeg kvadrata na slici desno je 32. Površina manjeg kvadrata je:

- A) $16 - 8\sqrt{2}$ B) $12 - 8\sqrt{2}$ V) $8 - 4\sqrt{2}$
 G) $2\sqrt{2}$ D) 2



10. Ako su x i y realni brojevi koji zadovoljavaju jednačinu $2x^2 + y^2 = 2xy$, koje od sledećih tvrđenja ne može biti tačno?

- A) $x - y = 1$ B) $x = y$ V) $x = 2y$ G) $x + y = 0$ D) rešenje je jedinstveno

Zadaci koji vrede 4 poena

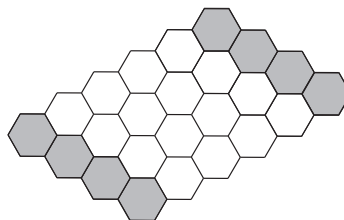
11. Ne računajući krajnje tačke, kroz koliko tačaka sa celobrojnim koordinatama u pravouglom Dekartovom koordinatnom sistemu prolazi duž koja spaja tačke $(0, 0)$ i $(30, 42)$?

- A) 1 B) 2 V) 3 G) 4 D) 5

12. Ako je $\overline{abc} + \overline{def} = 769$, tada je $\overline{aecabf} + \overline{dbfdec}$ jednako:

- A) 769679 B) 769000 V) 769976 G) 869769 D) 769769

13. Na koliko načina se na slici ispod mogu obojiti sivom bojom četiri šestougaona polja tako da svih 12 sivih šestougaonih polja bude povezano (dva šestougaona polja su povezana ako imaju zajedničku stranicu)?



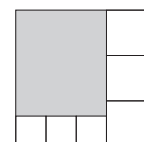
- A) 16 B) 17 V) 18 G) 19 D) 20

14. U prvom razredu ima 31 učenik. Među bilo kojih 20 učenika uvek ima najmanje 3 dečaka. To znači da u prvom razredu ima:

- A) najmanje 14 dečaka B) najviše 14 dečaka V) tačno 14 dečaka
 G) više dečaka nego devojčica D) više devojčica nego dečaka

15. Marta je veliki kvadrat podelila na sivi pravougaonik i šest manjih kvadrata kao na slici desno. Ako je površina sivog pravougaonika 42, tada je obim početnog (velikog) kvadrata jednak:

- A) 36 B) 40 V) 44 G) 48 D) 52



16. Na koliko načina se mogu izabrati prirodni brojevi $m, n > 1$, tako da $\left(\sqrt[m]{\sqrt[n]{2}}\right)^{12}$ bude racionalan?

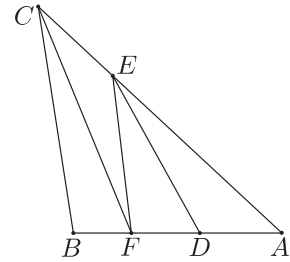
- A) 3 B) 7 V) 9 G) 10 D) 12

17. Na sastanku je bilo 6 osoba: A, B, V, G, D i E. Svako od njih se rukovao sa svim svojim prijateljima. Osoba A je imala 1 rukovanje, osoba B 2 rukovanja, V 3 rukovanja, G 4 rukovanja i D 5 rukovanja. Koliko rukovanja je imala osoba E?

- A) 1 B) 2 V) 3 G) 4 D) 5

18. Na stranici BA trougla ABC nalaze se tačke F i D , a na stranici AC nalazi se tačka E tako da su trouglovi AED , DEF , EFC i FCB jednakih površina (slika desno). Odrediti odnos $AF : BD$.



- A) 1 B) 9 : 8 V) 8 : 7 G) 7 : 6 D) 6 : 5

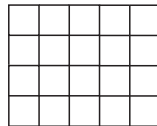


19. Dati su skupovi $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ i $B = \{2, 4, 5, 6, 8\}$. Izračunati zbir svih elemenata skupa S za koji je $A \cap S = \{3, 4\}$ i $B \cup S = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

- A) 21 B) 23 V) 25 G) 27 D) 29



20. Pečat je oblika   i jednim udarom oboji 4 polja tabele 5×4 prikazane na slici ispod.



Koliko najmanje puta treba udariti ovim pečatom da bi se obojila sva polja tabele (neka polja mogu da se oboje više puta).

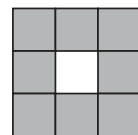
- A) 5 B) 6 V) 7 G) 8 D) više od 8

Zadaci koji vrede 5 poena

21. Koliko ima funkcija $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ takvih da se parni brojevi preslikavaju u neparne a neparni u parne?

- A) 5 B) 13 V) 20 G) 36 D) 5^4

22. Teodor je upisao brojeve od 1 do 8 u siva polja figure na slici desno (svaki broj je upisao u tačno jedno polje). Sva četiri zbira u gornjoj i donjoj vrsti, kao i u levoj i u desnoj koloni su jednaka. Najmanji mogući zbir brojeva koje je Teodor upisao u četiri ugaona polja figure je:



- A) 10 B) 12 V) 14 G) 16 D) 20

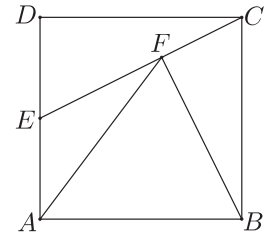
23. Svaka od 5 osoba u sobi je ili lupež (uvek laže) ili vitez (uvek govori istinu). Iz sobe su jedna po jedna izašle 4 osobe i svaka je nakon napuštanja sobe rekla: „U sobi je ostalo više lupeža nego vitezova.” Koliko je u sobi bilo lupeža na početku?

- A) 1 B) 2 V) 3 G) 4 D) 5

24. Kolika je vrednost izraza $a + b + c$ ako su a , b i c cifre takve da su brojevi a , \overline{ab} , \overline{bc} i \overline{acc} potpuni kvadrati?

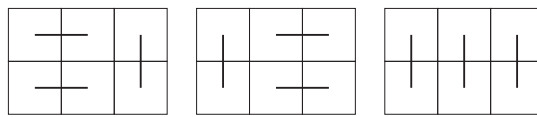
- A) 9 B) 11 V) 13 G) 15 D) 17

25. Neka je E središte stranice AD kvadrata $ABCD$ stranice dužine a i tačka F tačka na duži EC takva da su trouglovi EAF i BCF jednakih površina (videti sliku desno). Kolika je površina trougla ABF ?

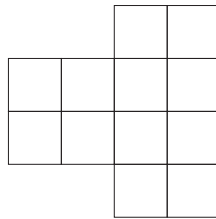


- A) $\frac{2}{5}a^2$ B) $\frac{1}{2}a^2$ V) $\frac{5}{12}a^2$
 G) $\frac{1}{3}a^2$ D) $\frac{4}{9}a^2$

26. Pravougaonik dimenzije 3×2 se može pokriti pravougaonicima dimenzije 2×1 na 3 različita načina kao što je prikazano na slici ispod.



Na koliko načina se figura



može prekriti pravougaonicima dimenzije 2×1 ?

- A) 2 B) 3 V) 6 G) 11 D) 12

27. Ako je $f(x) = px^7 + qx^3 + rx - 4$, $p, q, r \in \mathbb{R}$ i $f(-7) = 3$, tada je $f(7)$ jednako:

- A) -11 B) -3 V) 10 G) 17 D) nemoguće je odrediti

28. Prirodan broj $3a$ ima tačno 4 pozitivna delioca, a broj $5a$ ima tačno 6 pozitivnih delilaca. Prva cifra broja $2019a$ je:

- A) 1 B) 3 V) 8 G) 9 D) ne može da se odredi

29. Brojeve od 1 do 17 treba poredati u niz tako da zbir svaka dva susedna broja niza bude potpun kvadrat. Koji broj će se naći na 9. mestu u tom nizu?

- A) 4 B) 9 V) 12 G) 14 D) ne može da se odredi

30. U oštrogglom trouglu su date dužine dve stranice $a = 15$, $b = 13$ i dužina poluprečnika opisanog kruga $R = 8,125$. Za dužinu treće stranice tog trougla važi:

- A) $7 < c \leq 9$ B) $9 < c \leq 13$ V) $13 < c \leq 15$
 G) $15 < c \leq 17$ D) $17 < c \leq 19$