

Математичко такмичење „Кенгур без граница” финале 2019.
9 – 10. разред

Задачи који вреде 3 поена

1. Аритметичка средина два броја је 2019. Ако је један од тих бројева 2021, други је:

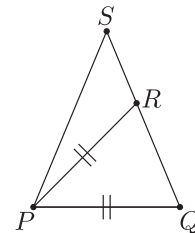
- А) 2017 Б) 2018 В) 2020 Г) 2022 Д) 2023

2. Последња цифра броја 2019 је три пута већа од збира прве три цифре. Колико таквих четвороцифрених бројева има?

- А) мање од 5 Б) 5 В) 6 Г) 7 Д) више од 7

3. На слици десно је $SP = SQ$ и $PQ = PR$. Мера угла SPR је 36° . Мера угла PQR је:

- А) 60° Б) 63° В) 66° Г) 69° Д) 72°



4. Наташа је формирала низ цифара тако што је писала наизменично бројеве 2018 и 9102 почевши са 2018: 201891022018910220189102... Која цифра је на 2019. позицији у Наташином низу?

- А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 8 Д) 9

5. Бројилац разломка је увећан за 40%. За колико процената треба смањити именилац да би се добио разломак који је 2 пута већи од полазног разломка?

- А) 30% Б) 40% В) 50% Г) 60% Д) 70%

6. У многоуглу су унутрашњи углови наизменично од 150° и 120° . Колико страница има тај многоугао?

- А) 6 Б) 7 В) 8 Г) 9 Д) 10

7. Колико је различитих вредности међу бројевима: $3^{3^{(3^3)}}$, $3^{(3^3)^3}$, $(3^3)^{3^3}$, $3^{(3^3)^3}$ и $(3^{3^3})^3$?

- А) 5 Б) 4 В) 3 Г) 2 Д) 1

8. Пират је нашао четири записа који дају информацију о локацији скривеног блага (видети слику испод).

Благо је на
острву А или
на острву Г.

Благо је на
острву Б.

Благо је на
острву В.

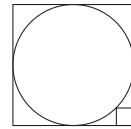
Благо није на
острву Г.

Информација је тачна само на једном од тих записа и благо је скривено само на једном острву. На ком острву је скривено благо?

- А) А Б) Б В) В Г) Г Д) не може се утврдити

9. Површина већег квадрата на слици десно је 32. Површина мањег квадрата је:

- А) $16 - 8\sqrt{2}$ Б) $12 - 8\sqrt{2}$ В) $8 - 4\sqrt{2}$
 Г) $2\sqrt{2}$ Д) 2



10. Ако су x и y реални бројеви који задовољавају једначину $2x^2 + y^2 = 2xy$, које од следећих тврђења не може бити тачно?

- А) $x - y = 1$ Б) $x = y$ В) $x = 2y$ Г) $x + y = 0$ Д) решење је јединствено

Задачи који вреде 4 поена

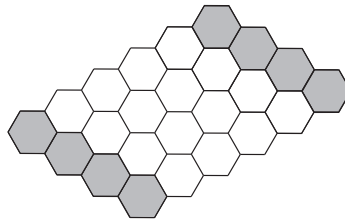
11. Не рачунајући крајње тачке, кроз колико тачака са целобројним координатама у правоуглом Декартовом координатном систему пролази дуж која спаја тачке $(0, 0)$ и $(30, 42)$?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 5

12. Ако је $\overline{abc} + \overline{def} = 769$, тада је $\overline{aecabf} + \overline{dbfdec}$ једнако:

- А) 769679 Б) 769000 В) 769976 Г) 869769 Д) 769769

13. На колико начина се на слици испод могу обојити сивом бојом четири шестоугаона поља тако да свих 12 сивих шестоугаоних поља буде повезано (два шестоугаона поља су повезана ако имају заједничку страну)?



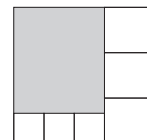
- А) 16 Б) 17 В) 18 Г) 19 Д) 20

14. У првом разреду има 31 ученик. Међу било којих 20 ученика увек има најмање 3 дечака. То значи да у првом разреду има:

- А) најмање 14 дечака Б) највише 14 дечака В) тачно 14 дечака
 Г) више дечака него девојчица Д) више девојчица него дечака

15. Марта је велики квадрат поделила на сиви правоугаоник и шест мањих квадрата као на слици десно. Ако је површина сивог правоугаоника 42, тада је обим почетног (великог) квадрата једнак:

- А) 36 Б) 40 В) 44 Г) 48 Д) 52



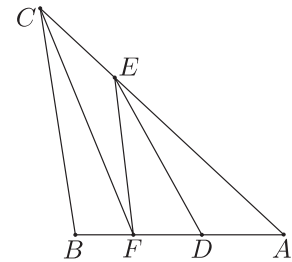
16. На колико начина се могу изабрати природни бројеви $m, n > 1$, тако да $\left(\sqrt[m]{\sqrt[n]{2}}\right)^{12}$ буде рационалан?

- А) 3 Б) 7 В) 9 Г) 10 Д) 12

17. На састанку је било 6 особа: А, Б, В, Г, Д и Е. Свако од њих се руковао са свим својим пријатељима. Особа А је имала 1 руковање, особа Б 2 руковања, В 3 руковања, Г 4 руковања и Д 5 руковања. Колико руковања је имала особа Е?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 5

18. На страници BA троугла ABC налазе се тачке F и D , а на страници AC налази се тачка E тако да су троуглови AED , DEF , EFC и FCB једнаких површина (слика десно). Одредити однос $AF : BD$.




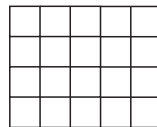
- А) 1 Б) 9 : 8 В) 8 : 7 Г) 7 : 6 Д) 6 : 5

19. Дати су скупови $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ и $B = \{2, 4, 5, 6, 8\}$. Израчунати збир свих елемената скупа S за који је $A \cap S = \{3, 4\}$ и $B \cup S = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

- А) 21 Б) 23 В) 25 Г) 27 Д) 29



20. Печат је облика  и једним ударом обоји 4 поља табеле 5×4 приказане на слици испод.



Колико најмање пута треба ударити овим печатом да би се обојила сва поља табеле (нека поља могу да се обоје више пута).

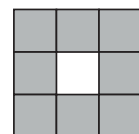
- А) 5 Б) 6 В) 7 Г) 8 Д) више од 8

Задачи који вреде 5 поена

21. Колико има функција $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ таквих да се парни бројеви пресликавају у непарне а непарни у парне?

- А) 5 Б) 13 В) 20 Г) 36 Д) 5^4

22. Теодор је уписао бројеве од 1 до 8 у сива поља фигуре на слици десно (сваки број је уписао у тачно једно поље). Сва четири збира у горњој и доњој врсти, као и у левој и у десној колони су једнака. Најмањи могући збир бројева које је Теодор уписао у четири угаона поља фигуре је:



- А) 10 Б) 12 В) 14 Г) 16 Д) 20

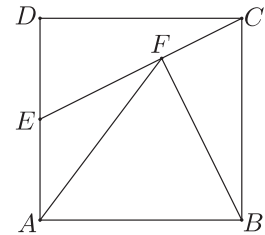
23. Свака од 5 особа у соби је или лупеж (увек лаже) или витез (увек говори истину). Из собе су једна по једна изашле 4 особе и свака је након напуштања собе рекла: „У соби је остало више лупежа него витезова.“ Колико је у соби било лупежа на почетку?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 5

24. Колика је вредност израза $a + b + c$ ако су a, b и c цифре такве да су бројеви $a, \overline{ab}, \overline{bc}$ и \overline{acc} потпуни квадрати?

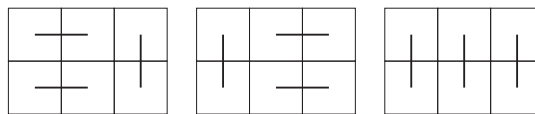
- А) 9 Б) 11 В) 13 Г) 15 Д) 17

25. Нека је E средиште странице AD квадрата $ABCD$ странице дужине a и тачка F тачка на дужи EC таква да су троуглови EAF и BCF једнаких површина (видети слику десно). Колика је површина троугла ABF ?

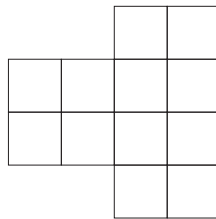


- А) $\frac{2}{5}a^2$ Б) $\frac{1}{2}a^2$ В) $\frac{5}{12}a^2$ Г) $\frac{1}{3}a^2$ Д) $\frac{4}{9}a^2$

26. Правоугаоник димензије 3×2 се може покрити правоугаоницима димензије 2×1 на 3 различита начина као што је приказано на слици испод.



На колико начина се фигура



може прекрити правоугаоницима димензије 2×1 ?

- А) 2 Б) 3 В) 6 Г) 11 Д) 12

27. Ако је $f(x) = px^7 + qx^3 + rx - 4, p, q, r \in \mathbb{R}$ и $f(-7) = 3$, тада је $f(7)$ једнако:

- А) -11 Б) -3 В) 10 Г) 17 Д) немогуће је одредити

28. Природан број $3a$ има тачно 4 позитивна делиоца, а број $5a$ има тачно 6 позитивних делилаца. Прва цифра броја $2019a$ је:

- А) 1 Б) 3 В) 8 Г) 9 Д) не може да се одреди

29. Бројеве од 1 до 17 треба поређати у низ тако да збир свака два суседна броја низа буде потпун квадрат. Који број ће се наћи на 9. месту у том низу?

- А) 4 Б) 9 В) 12 Г) 14 Д) не може да се одреди

30. У оштроуглом троуглу су дате дужине две странице $a = 15, b = 13$ и дужина полупречника описаног круга $R = 8,125$. За дужину треће странице тог троугла важи:

- А) $7 < c \leq 9$ Б) $9 < c \leq 13$ В) $13 < c \leq 15$
Г) $15 < c \leq 17$ Д) $17 < c \leq 19$