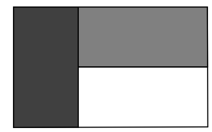
Kenguru Határok Nélkül Matematikaverseny 2019.
11. – 12. osztály

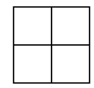
3 pontos feladatok

1. Kenguria zászlója három egybevágó téglalapból áll, az ábrán látható módon. Mennyi a fehér téglalap egy csúcsba futó oldalai hosszának az aránya?



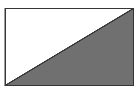
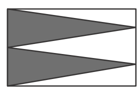
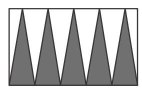
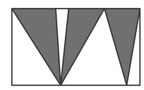
A) 1 : 2 **B)** 2 : 3 **C)** 2 : 5 **D)** 3 : 7 **E)** 4 : 9

2. A jobb oldali ábrán látható 2×2-es tábla különböző mezőibe beírtuk az 1, 2, 3 és 4 számokat. Ezután kiszámoltuk a számok összegeit minden sor és minden oszlop mentén. Két ilyen összeg 4 és 5. Mennyi a másik két összeg?

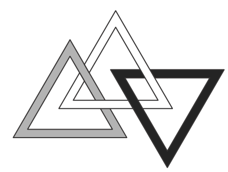


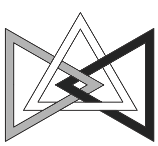
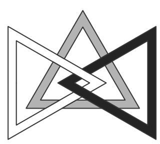
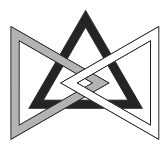
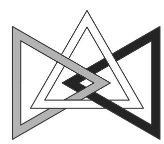
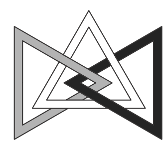
A) 6 és 6 **B)** 3 és 5 **C)** 4 és 5 **D)** 4 és 6 **E)** 5 és 6

3. Egy téglalapot kifestettünk öt különböző módon. Melyik ábrán a legnagyobb a kifestett rész területe?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

4. Három darab háromszög alakú láncszemet összekapcsolva elkészítettük a jobb oldali ábrán látható láncot. Az alábbi ábrák közül melyiken látható ugyanaz a lánc?

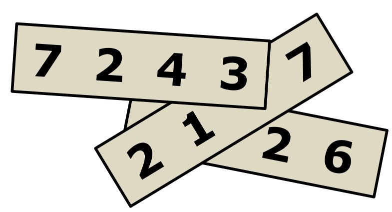


A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

5. Egy gúlának 23 darab háromszög oldallapja van. Hány éle van a gúlának?

A) 23 **B)** 24 **C)** 46 **D)** 48 **E)** 69

6. Három papírlap mindegyikére felírtunk egy négyjegyű számot. Három számjegy nem látszik (lásd a jobb oldali ábrát). Melyek ezek a számjegyek, ha a lapokra írt számok összege 11126?



A) 1, 4 és 7 **B)** 1, 5 és 7 **C)** 3, 3 és 3
D) 4, 5 és 6 **E)** 4, 5 és 7

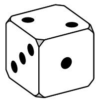
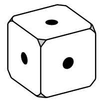
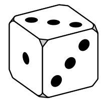
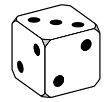
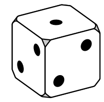
7. Melyik az első számjegye (balról) annak a legkisebb természetes számnak, amelyben a számjegyek összege 2019?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

8. Misi kitalált egy új, a valós számok halmazán értelmezett $\diamondsuit$ műveletet: $x \diamondsuit y = y - x$. Ha az a, b és c valós számok kielégítik az $(a \diamondsuit b) \diamondsuit c = a \diamondsuit (b \diamondsuit c)$ egyenlőséget, akkor a következő állítások közül melyik igaz biztosan?

A) $a = b$ **B)** $b = c$ **C)** $a = c$ **D)** $a = 0$ **E)** $c = 0$

9. Egy kocka mindegyik lapján 1, 2 vagy 3 pötty található. Azt is tudjuk, hogy ezzel a kockával $\frac{1}{2}$ valószínűséggel dobhatunk 1-et, $\frac{1}{3}$ valószínűséggel dobhatunk 2-t és $\frac{1}{6}$ valószínűséggel dobhatunk 3-at. Az alábbi öt ábrán látható kocka közül melyik nem lehet ez a kocka?

A)  **B)**  **C)**  **D)**  **E)** 

10. A 2^{10} és 2^{13} közötti számok közül, őket is beleértve, hány osztható 2^{10}-zel?

A) 2 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 8 **E)** 16

4 pontos feladatok

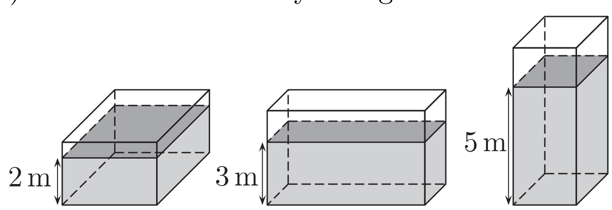
11. A 3 hatványai közül melyik a legnagyobb, amely osztja a $7! + 8! + 9!$ számot?

A) 3^2 **B)** 3^4 **C)** 3^5 **D)** 3^6 **E)** a 3^6-nál nagyobb 3 hatvány

12. Idén az osztályunkban a fiúk száma 20%-kal nőtt, a lányok száma 20%-kal csökkent. Idén eggyel több tanuló jár az osztályunkba, mint tavaly. Melyik lehet az idei osztálylétszámunk az alábbiak közül?

A) 22 **B)** 26 **C)** 29 **D)** 31 **E)** 41

13. Egy téglatest alakú víztartályba $120\,\mathrm{m}^3$ vizet öntöttünk. Attól függően, hogy a tartálynak melyik lapja van alul, a víz 2 m, 3 m vagy 5 m magasan áll benne, ahogyan az az alábbi ábrán látható (az ábrák nem méretarányosak). Mekkora a víztartály térfogata?

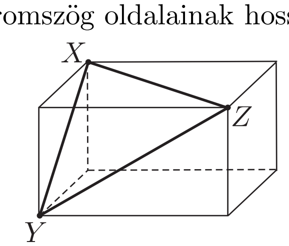


A) $160\,\mathrm{m}^3$ **B)** $180\,\mathrm{m}^3$ **C)** $200\,\mathrm{m}^3$ **D)** $220\,\mathrm{m}^3$ **E)** $240\,\mathrm{m}^3$

14. Három kenguru, Alex, Bence és Cili minden nap együtt mennek sétálni. Ha Alex nem tesz fel kalapot, akkor Bence kalapban sétál. Ha Bence kalap nélkül sétál, akkor Cili kalapban tart a többiekkel. Ma Cili kalap nélkül sétál. Melyikük van biztosan kalapban?

A) csak Alex és Bence **B)** csak Alex **C)** Alex, Bence és Cili
D) csak Bence **E)** sem Alex, sem Bence

15. Az alábbi ábrán látható XYZ háromszög oldalainak hossza 8 cm, 9 cm és $\sqrt{55}$ cm.



Az ábrán látható téglatest átlójának hossza:

A) $\sqrt{90}$ cm **B)** 10 cm **C)** $\sqrt{120}$ cm **D)** 11 cm **E)** 12 cm

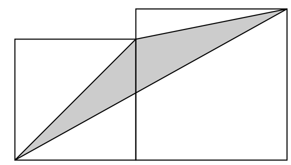
16. Nevezzük az n természetes számot „tetszetősnek”, ha az n-nél kisebb pozitív osztói közül az $n-6$ a legnagyobb. Hány „tetszetős” szám van?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 6 **E)** végtelen sok

17. Egy dobozban 4 csokis és 1 gyümölcsös cukorka található. Juli és Misi felváltva vesznek ki egy cukorkát a dobozból. Amit kivesznek, azt már nem cserélik ki. A győztes az, aki kihúzza a gyümölcsös cukorkát. Juli húz először. Mi a valószínűsége annak, hogy Misi győz?

A) $\frac{2}{5}$ **B)** $\frac{3}{5}$ **C)** $\frac{1}{2}$ **D)** $\frac{5}{6}$ **E)** $\frac{1}{3}$

18. Az alábbi ábrán látható négyzet oldalainak hossza a és b, ahol $a < b$. Mekkora az ábrán látható szürke háromszög területe?



A) $\sqrt{ab}$ **B)** $\frac{1}{2}a^2$ **C)** $\frac{1}{2}b^2$ **D)** $\frac{1}{4}(a^2+b^2)$ **E)** $\frac{1}{2}(a^2+b^2)$

19. Mennyi a következő kifejezés egészrésze: $\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20}}}}}$?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 20 **E)** 25

20. Sári ki akarta számolni számológépével az $\frac{a+b}{c}$ kifejezés értékét, ahol a, b és c természetes számok. Elsőként ezt írta be: $a+b\div c=$. A számológép eredményként 11-et írt ki. Másodszorra ezt írta be: $b+a\div c=$. Meglepődött, mert a számológépe 14-et írt ki eredményként. Ekkor jött rá, hogy a számológép előbb végzi el az osztás műveletét, mint az összeadást. Mi a pontos értéke a $\frac{a+b}{c}$ kifejezésnek?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

5 pontos feladatok

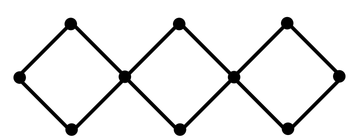
21. Legyen az 1024 összes pozitív osztóinak összege a, az 1024 összes pozitív osztóinak szorzata pedig b. Melyik igaz az alábbi egyenlőségek közül?

A) $(a-1)^5=b$ **B)** $(a+1)^5=b$ **C)** $a^5=b$ **D)** $a^5-1=b$ **E)** $a^5+1=b$

22. Az alábbi halmazok közül melyik az a paraméter azon értékeinek halmaza, amelyre a $2-|x|=ax$ egyenletnek két megoldása van?

A) $(-\infty,-1]$ **B)** $(-1,1)$ **C)** $[1,+\infty)$ **D)** $\{0\}$ **E)** $\{-1,1\}$

23. A jobb oldali ábrán látható csúcspontokat megjelöltük az 1-től 10-ig terjedő számokkal. Mindhárom négyzetnél a négyzet csúcsaihoz írt számok összege ugyanaz az S szám lett. Mennyi az S legkisebb lehetséges értéke?



A) 18 **B)** 19 **C)** 20 **D)** 21 **E)** 22

24. Hány olyan különböző sík van, amely egy kockának legalább három csúcsát tartalmazza?

A) 6 **B)** 8 **C)** 12 **D)** 16 **E)** 20

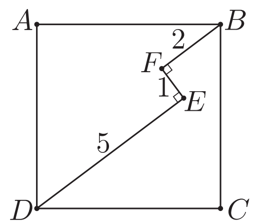
25. Négy különböző egyenes áthalad a koordináta rendszer középpontján és metszik az $y = x^2 - 2$ parabolát 8 pontban. Mennyi lehet ennek a nyolc pont első koordinátájának szorzata?

A) csak 16 **B)** csak -16
C) csak 8 **D)** csak -8 **E)** többféle lehetséges szorzat létezik

26. Hány olyan egész n szám létezik, amelyre $|n^2 - 2n - 3|$ prímszám?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** végtelen sok

27. A $DEFB$ töröttvonal az $ABCD$ négyzet belsejében helyezkedik el, és $DE \perp EF$ és $EF \perp FB$ (lásd az alábbi ábrát). Ha $DE = 5$, $EF = 1$ és $FB = 2$, akkor mekkora az $ABCD$ négyzet oldala?



A) $3\sqrt{2}$ **B)** $\frac{7\sqrt{2}}{2}$
C) $\frac{11}{2}$ **D)** $5\sqrt{2}$ **E)** az **A)** – **D)** válaszok közül egyik sem helyes

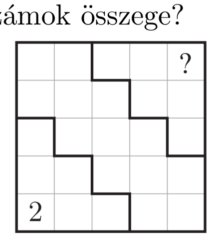
28. Az $a_1, a_2, a_3, \ldots$ sorozatban az első tag $a_1 = 40$. $n \geq 1$ esetén az a_{n+1} számot úgy kapjuk, hogy az a_n szám számjegyeinek összegéhez hozzáadunk egyet, és azt négyzetre emeljük. Így $a_2 = (4+0+1)^2 = 25$. Mennyi az a_{2019}?

A) 121 **B)** 64 **C)** 49 **D)** 40 **E)** 25

29. Az $\{1, 2, 3, \ldots, 10\}$ halmazból véletlenszerűen kiválasztunk három különböző számot. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy közülük a másik kettő számtani közepe?

A) $\frac{1}{2}$ **B)** $\frac{1}{3}$ **C)** $\frac{1}{4}$ **D)** $\frac{1}{6}$ **E)** $\frac{1}{10}$

30. Az alábbi négyzet kis négyzetecskéit úgy töltöttük ki, hogy minden sorában és minden oszlopában az 1, 2, 3, 4 és 5 számok mindegyike pontosan egyszer szerepel. A négyzetet az ábrán látható módon két vastag vonallal három részre osztottuk. Melyik számot írtuk a jobb felső négyzetecskébe, ha mindhárom részben ugyanannyi a beírt számok összege?



A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4 **E)** 5

Feladatok: „Kangaroo Meeting 2018”, Vilnius, Litvánia
A verseny szervezője: Szerbiai Matematikusok Egyesülete
Fordította: Ágó Balog Krisztina
Lektorálta: Béres Zoltán
E-mail: drustvomatematicara@yahoo.com
URL: http://www.dms.rs