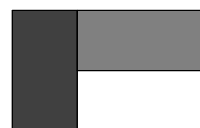


Математичко такмичење „Кенгур без граница” 2019.

11 – 12. разред

Задачи који вреде 3 поена

1. Застава Кенгурземље је облика правоугаоника који је подељен на три мања једнака правоугаоника као што је приказано на слици десно. Који је однос дужина страница белог правоугаоника?



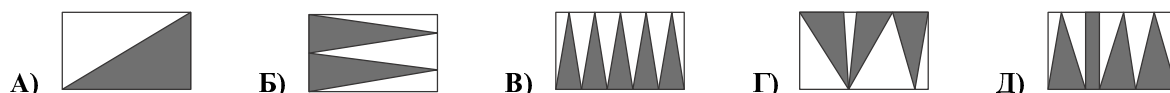
- А) 1 : 2 Б) 2 : 3 В) 2 : 5 Г) 3 : 7 Д) 4 : 9

2. Бројеви 1, 2, 3 и 4 су уписани у различита поља табле 2×2 (видети слику десно). Након тога израчунат је збир бројева у свакој врсти и у свакој колони. Два од тих збирова су 4 и 5. Колика су остала два збира?

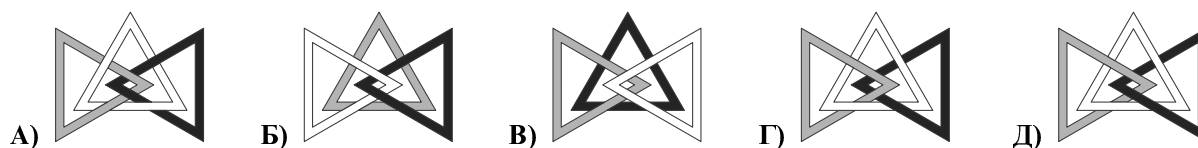
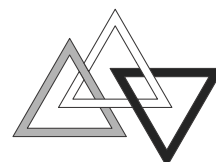


- А) 6 и 6 Б) 3 и 5 В) 4 и 5 Г) 4 и 6 Д) 5 и 6

3. Правоугаоник је обојен на пет различитих начина. На којој слици је приказан правоугаоник у ком је обојена највећа површина?



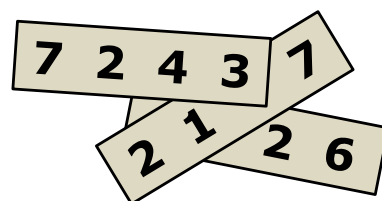
4. Три троугла су повезана као што је приказано на слици десно. Која од следећих слика показује три троугла повезана на исти начин?



5. Пирамида има 23 стране облика троугла. Колико ивица има та пирамида?

- А) 23 Б) 24 В) 46 Г) 48 Д) 69

6. На сваком од три листа папира написан је по један четворцифрени број. Три цифре су покривене као што је приказано на слици десно. Ако је збир сва три броја написана на папирима једнак 11126, које цифре су покривене?



- А) 1, 4 и 7 Б) 1, 5 и 7 В) 3, 3 и 3
Г) 4, 5 и 6 Д) 4, 5 и 7

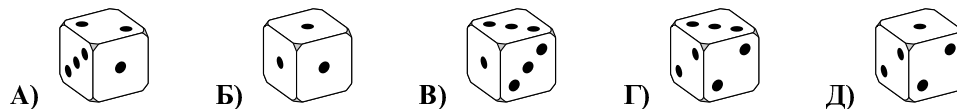
7. Која је прва цифра (са леве стране) најмањег природног броја чији је збир цифара једнак 2019?

- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 5 Д) 6

8. Михаило је увео нову операцију \diamond у скупу реалних бројева на следећи начин: $x \diamond y = y - x$. Ако реални бројеви a , b и c задовољавају једнакост $(a \diamond b) \diamond c = a \diamond (b \diamond c)$, које од следећих тврђења сигурно важи?

- А) $a = b$ Б) $b = c$ В) $a = c$ Г) $a = 0$ Д) $c = 0$

9. Свака од страна коцкице обележена је са 1, 2 или 3 тачкице, тако да је вероватноћа да приликом бацања коцкице падне страна са једном тачкицом једнака $\frac{1}{2}$, вероватноћа да падне страна са две тачкице једнака $\frac{1}{3}$ и вероватноћа да падне страна са три тачкице једнака $\frac{1}{6}$. Која од следећих слика не може бити слика те коцкице?



10. Колико је бројева између 2^{10} и 2^{13} , укључујући и њих, дељиво са 2^{10} ?

- А) 2 Б) 4 В) 6 Г) 8 Д) 16

Задачи који вреде 4 поена

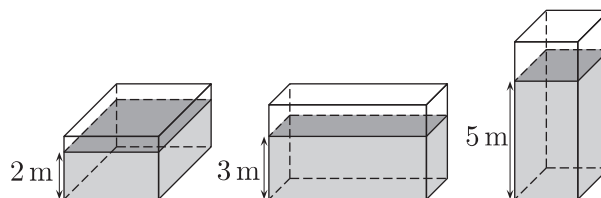
11. Који је највећи степен броја 3 који дели број $7! + 8! + 9!$?

- А) 3^2 Б) 3^4 В) 3^5 Г) 3^6 Д) степен броја 3 већи од 3^6

12. Ове године број дечака у мом одељењу је порастао за 20%, а број девојчица је смањен за 20%. Имамо једног ученика више него прошле године. Који од следећих бројева може бити број ученика у мом одељењу?

- А) 22 Б) 26 В) 29 Г) 31 Д) 34

13. Контејнер за воду облика квадра је делимично напуњен са 120 m^3 воде. Дубина воде је или 2 m или 3 m или 5 m, у зависности од тога која страна контејнера је на земљи, као што је приказано на слици испод (слике нису у одговарајућој размери). Колика је запремина контејнера?

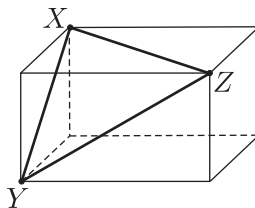


- А) 160 m^3 Б) 180 m^3 В) 200 m^3 Г) 220 m^3 Д) 240 m^3

14. Три кенгура, Алекса, Бојан и Војин, шетају сваког дана. Ако Алекса не носи шешир, онда Бојан носи шешир. Ако Бојан не носи шешир, онда Војин носи шешир. Данас Војин не носи шешир. Ко данас сигурно носи шешир?

- А) само Алекса и Бојан Б) само Алекса В) Алекса, Бојан и Војин
Г) само Бојан Д) ни Алекса ни Бојан

15. Дужине страница троугла XYZ на слици испод су 8 cm, 9 cm и $\sqrt{55}$ cm.



Дужина дијагонале квадра на слици једнака је:

- А) $\sqrt{90}$ cm Б) 10 cm В) $\sqrt{120}$ cm Г) 11 cm Д) 12 cm

16. Природан број n се назива „добар” ако је његов највећи делилац различит од n једнак $n - 6$. Колико „добрих” бројева постоји?

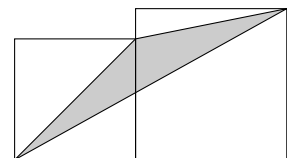
- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 6 Д) бесконачно много

17. У кутији се налазе 4 чоколадне и 1 воћна штанглица. Јован и Милица наизменично извлаче послastiце из кутије без замене. Победник је онај ко извуче воћну штанглицу. Јован извлачи први. Колика је вероватноћа да Милица победи?

- А) $\frac{2}{5}$ Б) $\frac{3}{5}$ В) $\frac{1}{2}$ Г) $\frac{5}{6}$ Д) $\frac{1}{3}$

18. Дужине страница квадрата на слици су a и b ($a < b$). Колика је површина сивог троугла на слици?

- А) \sqrt{ab} Б) $\frac{1}{2}a^2$ В) $\frac{1}{2}b^2$ Г) $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$ Д) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$



19. Колико износи цео део од $\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}}$?

- А) 4 Б) 5 В) 6 Г) 20 Д) 25

20. Да би израчунала вредност израза $\frac{a+b}{c}$, Софија је на калкулатору откуцала $a + b \div c =$ и добила је резултат 11 (a , b и c су природни бројеви). Након тога она је откуцала $b + a \div c =$ и изненадила се када је видела да је добила резултат 14. Тада је схватила да калкулатор извршава дељење пре сабирања. Која је тачна вредност израза $\frac{a+b}{c}$?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 5

Задачи који вреде 5 поена

21. Нека је a збир свих позитивних делилаца броја 1024 и b производ свих позитивних делилаца броја 1024. Тада је:

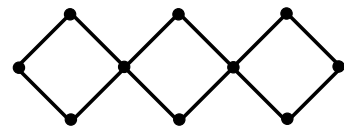
- А) $(a - 1)^5 = b$ Б) $(a + 1)^5 = b$ В) $a^5 = b$ Г) $a^5 - 1 = b$ Д) $a^5 + 1 = b$

22. Који од датих скупова је скуп вредности параметра a за које једначина $2 - |x| = ax$ има два решења?

- А) $(-\infty, -1]$ Б) $(-1, 1)$ В) $[1, +\infty)$ Г) $\{0\}$ Д) $\{-1, 1\}$

23. Чворови мреже приказане на слици десно су означени бројевима од 1 до 10. Збир S четири броја у теменима сваког од три квадрата је исти. Која је најмања могућа вредност збира S ?

- А) 18 Б) 19 В) 20 Г) 21 Д) 22



24. Колико има различитих равни које садрже бар три темена дате коцке?

- А) 6 Б) 8 В) 12 Г) 16 Д) 20

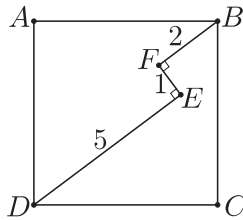
25. Четири различите праве пролазе кроз координатни почетак и секу параболу $y = x^2 - 2$ у 8 тачака. Чему може бити једнак производ апсциса тих 8 тачака?

- А) само 16 Б) само -16
В) само 8 Г) само -8 Д) постоји неколико могућих производа

26. Колико има целих бројева n за које је $|n^2 - 2n - 3|$ прост број?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) бесконачно много

27. Изломљена линија $DEFB$ у којој је $DE \perp EF$ и $EF \perp FB$ лежи унутар квадрата $ABCD$, као на слици испод. Ако је $DE = 5$, $EF = 1$ и $FB = 2$, колика је дужина стране квадрата $ABCD$?



- А) $3\sqrt{2}$ Б) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ В) $\frac{11}{2}$ Г) $5\sqrt{2}$ Д) ниједан од одговора А) – Г) није тачан

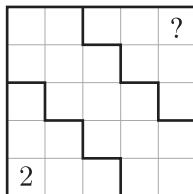
28. У низу a_1, a_2, a_3, \dots први члан је $a_1 = 40$. За $n \geq 1$, број a_{n+1} се добија квадрирањем збира цифара броја a_n увећаног за 1. Тако је $a_2 = (4 + 0 + 1)^2 = 25$. Израчунати a_{2019} .

- А) 121 Б) 64 В) 49 Г) 40 Д) 25

29. На случајан начин се бирају три различита броја из скупа $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Која је вероватноћа да је један од њих једнак аритметичкој средини друга два броја?

- А) $\frac{1}{2}$ Б) $\frac{1}{3}$ В) $\frac{1}{4}$ Г) $\frac{1}{6}$ Д) $\frac{1}{10}$

30. У мале квадрате унутар великог квадрата на слици испод уписани су бројеви 1, 2, 3, 4 и 5 тако да се сваки од њих појављује у свакој врсти и у свакој колони тачно једном. Штавише, збир бројева у свакој од три области са подебљаним линијама на граници је једнак. Који број је уписан у десни горњи мали квадрат?



- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 5

Задаци: „Kangaroo Meeting 2018”, Вилњус, Литванија
 Организатор такмичења: Друштво математичара Србије
 Превод: проф. др Марија Станић
 Рецензент: проф. др Зоран Каделбург
 E-mail: drustvomatematicara@yahoo.com
 URL: <http://www.dms.rs>