



ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

## ДРЖАВНИ СЕМИНАР 2019.

О НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ  
У ОСНОВНИМ И СРЕДЊИМ ШКОЛАМА

Тема:

Како заинтересовати ученике за математику?

Аутори и предавачи:

др Милан Јовановић  
Вељко Ђировић

Београд, 10. 02. 2019.



## УВОДНЕ НАПОМЕНЕ

У предавању ће бити дат покушај одговора на једно од најзначајнијих питања савремене наставе математике: како заинтересовати ученика?

Аутори намеравају презентовати неке идеје усмерене на повећање интересовања за математику, а које би се могле класификовати у две целине, према узрасту ученика (млађи разреди основне школе, старији разреди основне школе, гимназије, стручне школе) и према разним „страшним“ гранама математике.

Два главна идејна правца о којима ће бити речи могла би се подвести под занимљиви текстови математичких задатака и решења која захтевају мисаоне напоре или „терају на размишљање“.

Осим истицања значаја који настава има за подстицање интересовања за математику на предавању ће бити поменуте и друге активности које могу значајно побудити интелектуалне напоре и креативност: математичке игре, квизови, приче из историје математике итд.

Аутори су се у претходном периоду на разне начине бавили радом са ученицима обдареним за математику, али своја интересовања и деловање усмеравају и ка тешком питању приближавања математике широј ученичкој популацији.

др Милан Јовановић, доцент Математичког факултета у Београду,  
*mjovanovic@matf.bg.ac.rs*

Вељко Ћировић, професор Ваљевске гимназије у Ваљеву,  
*cirovic@gmail.com*

### Задаци за млађе разреде основне школе

Сад је право време. Не испустите их!

Ученицима млађих разреда основне школе је свакако најлакше прићи и заинтересовати их за математику. Сваки логички задатак би могао бити потенцијални магнет за ту популацију ученика. Један од могућих начина буђења заинтересованости за математику би могли бити следећи задаци о животињама.

1. Једна гуска иде испред две. Једна гуска иде иза две. Једна гуска иде између две. Колико има гусака?
2. Џрв се пење уз штап дужине  $10\ m$ . У току дана он се попне  $5\ m$ , а у току ноћи спадне  $4\ m$ . За које време ће се џрв попети на врх штапа?
3. На једној фарми живе само кокошке и краве. Ако има укупно 30 глава и 100 ногу, колико је кокошака, а колико крава?
4. Летеле су вране, спазиле су гране. По две вране, врана више. По три вране, грана више. Кол'ко врана, кол'ко грана?

### Задаци за средње стручне школе

Још није касно!

Средње стручне школе похађају ученици који нажалост у већини случајева немају или имају веома мало интересовања за математику. Међутим, неким практичним задацима, које они срећу и у свакодневном животу, можда се и њима може показати да је математика битна и веома корисна, те их бар мало заинтересовати за математику.

1. Колика је шанса да на Лотоу добијете седмицу? А петицу?
2. Колика је шанса да се при бацању пет коцкица за игру добије пет истих бројева? Четири иста броја? Три иста броја и два иста броја, али различита од она прва три броја?
3. Колика је шанса да се при бацању две коцкице за игру на бар једној добије жељењи број?
4. Ако је у тениском мечу квота на победу првог играча  $p_1$ , колика треба да буде квота на победу другог играча да би понуда била фер?
5. Ако је у фудбалском мечу квота на победу домаће екипе  $p_1$ , а на нерешено  $p_2$ , колика треба да буде квота на победу гостујуће екипе да би понуда била фер?

### Задаци за гимназије (Вероватноћа)

Вероватноћа и статистика се предају у средњој школи при крају четврте године. Ученици тада већ увек размишљају о пријемним испитима на факултетима, а и то градиво им се чини „мистичним”, тако да га професори врло често чак и прескачу. Међутим, како су вероватноћа и статистика врло применљиве у пракси, ученици се са тим градивом поново срећу на скоро свим факултетима. Неприпремљени, овај део математике им се чини још тежим и одбојнијим. Због тога овим темама у извођењу наставе треба прићи на одговарајући начин. Правилан избор задатака чија решења на први поглед изгледају парадоксално или задатака са веома занимљивим текстом може привући пажњу ученика и заинтересовати их за овај у реалном животу веома битан део математике.

1. Бацају се три коцкице за игру. Шта је вероватније, да је збир добијних бројева 11 или 12?
2. Два играча имају подједнаке шансе да у игри коју играју, а у којој нема нерешених резултата, освоје бод. Побеђује онај који први освоји 6 бодова. Меч је прекинут при резултату 5:3. Како поделити награду тако да подела буде праведна?
3. У разреду има  $k$  ученика од којих ниједан није рођен 29. фебруара. Шта је вероватније, да бар два ученика имају рођендан истог дана или да никоја два ученика немају рођендан истог дана?
4. Мајка је својој деци поделила колаче и то Аци три баклаве и две тулумбе, а Пери четири баклаве и четири тулумбе. Затим је изашла из кухиње. Незадовољан поделом, Аца је зграбио два колача из Периног и ставио их у свој тањир. Пера је покушао да узврати, али је успео да врати само један (не обавезно свој) колач. Враћајући се назад, мајка је приметила свађу и за казну је из Ациног тањира узела један колач и појела га. Израчунати вероватноћу да је мајка појела баклаву.
5. Након свађе око колача страсти су се мало смириле и Пери и Аци у госте је дошао Јова да би играли игрице на рачунару. Пошто имају два рачунара Пера и Аца су одмах заузели своја места и кренули да се играју. Јови је остало једино да чека. Познато је да свако од троје деце, независно од друге двојице, случајно одређује колико ће да се игра, с тим да је то најмање 10, а највише 30 минута. Одредити:
  - a) вероватноћу да ће Јови место уступити Пера;
  - б) густину расподеле и очекивање Јовиног времена чекања;
  - в) вероватноћу да Јова неће остати последњи да се игра.

Сматрати да кад било које дете устане од рачунара не враћа се поново да се игра.

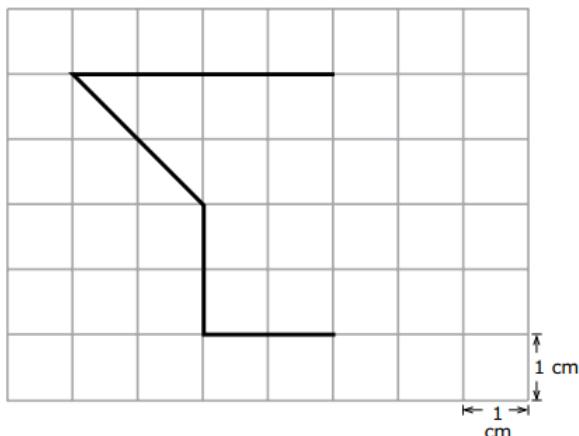
6. Пијаница стоји на растојању од једног корака до ивице провалије. На случајан начин он прави корак за кораком, или према ивици или од ивице провалије. На сваком кораку вероватноћа да крене према провалији је  $p$  ( $\frac{1}{2}$ ), а од провалије  $1 - p$  ( $\frac{1}{2}$ ). Израчунати вероватноћу да пијаница падне у провалију.
7. Иде Миле лајковачком пругом, а вероватноћа да ће срести другара је 0.8. Миле ће путем запалити цигару, ако их има у цепу, а то је са вероватноћом 0.3, или ако сртне другара који има цигаре. Вероватноћа да другар има код себе цигаре је 0.6. Израчунати вероватноћу догађаја „иде Миле, гори му цигара“. Ако Милету гори цигара, колика је вероватноћа да је идући пругом срео другара?

Следе два сета задатака груписаних по областима. У настави математике је често веома тешко развијати интересовање ученика за изучавање геометријских тема и неких сложенијих области теорије бројева и алгебре. У наредним изборима задатака покушано је тражење неких погодних примера који могу позитивно утицати на повећање интересовања за математику и потенцирање креативних могућности ученика.

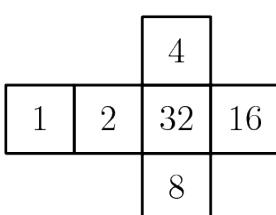
Задаци у наставку могли би имати солидну вертикалну употребну вредност, јер се већина може применити у наставним ситуацијама у старијим разредима основне школе, а и у средњој школи.

## ГЕОМЕТРИЈА

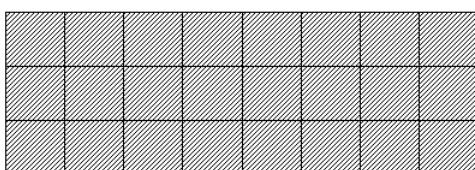
- Квадрати на датој мрежи имају површину  $1 \text{ cm}^2$ . Доцртај линије тако да се добије фигура чија површина је  $13 \text{ cm}^2$ . (Задатак са *TIMSS* тестирања.)



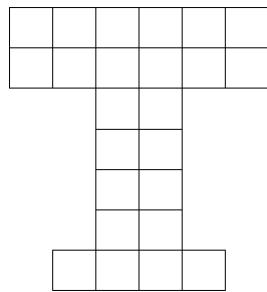
- Узето је 27 коцкица за игру, са странама нумерисаним на уобичајени начин бројевима од 1 до 6, тако да је збир бројева на наспротним странама једнак 7 и сложено у велику коцку димензија  $3 \times 3 \times 3$ . Колики је најмањи могући збир бројева видљивих споља на шест страна велике коцке?
- Од три коцке чија је мрежка наведена испод направљен квадар који је постављен на сто. Колики је највећи могући збир 13 видљивих бројева?



- Доказати да се тканина димензија  $3m \times 8m$  може исечи на два подударна дела, којима се може покрити сто димензија  $2m \times 12m$ .



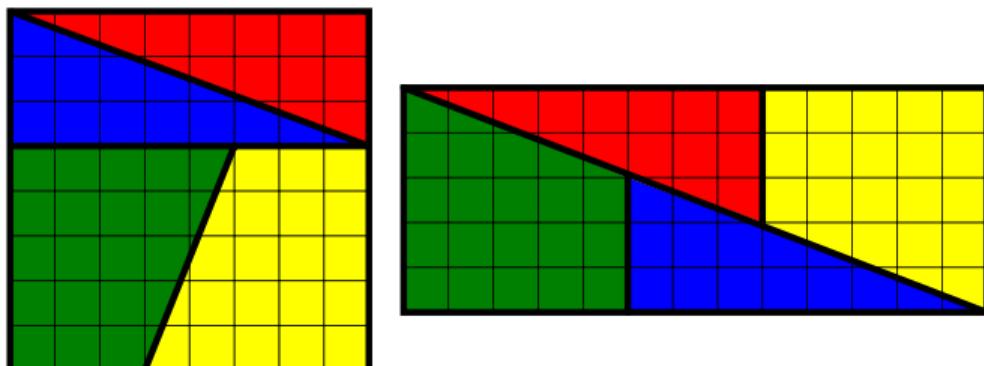
5. Дату фигуру поделити на три подударне фигуре.



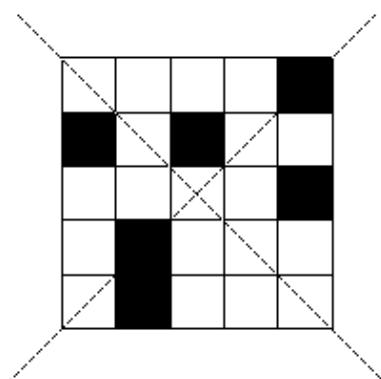
6. Како „коцкица“ чоколаде остаје вишак?



7. Квадрат димензија  $8 \times 8$  подељен је на 4 фигуре као на слици, а затим је од тих делова, према илустрацији, направљен правоугаоник димензија  $5 \times 13$ . У чему је проблем?

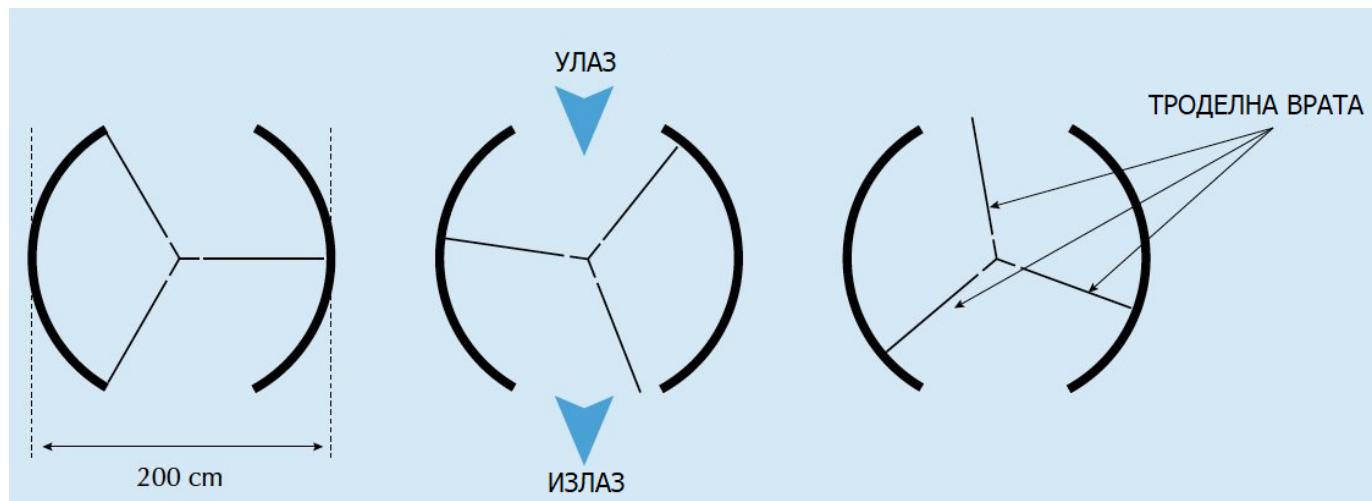
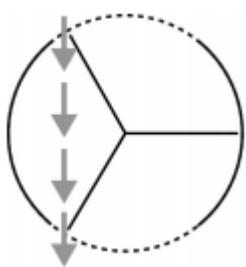


8. Настави са сенчењем квадратића тако да две дате праве буду осе симетрије фигуре. Колико највише квадратића може остати бело?



### 9. РОТИРАЈУЋА ВРата - ЗАДАТак СА ПИЗА ТЕСТИРАЊА.

Два отвора за врата (тачкасти лукови на дијаграму) су исте величине. Ако су ови отвори прешироки, ротирајућа крила не могу да обезбеде херметички простор и ваздух тада може слободно да протиче између улаза и излаза, што проузрокује нежељени губитак или улазак топлоте. То је приказано на дијаграму десно. Која је максимална дужина лука у центиметрима коју сваки отвор за врата може да има, тако да ваздух никада не тече слободно између улаза и излаза? Ако су врата у положају као на дијаграму десно, могућ је проток ваздуха.



## БРОЈЕВИ И АЛГЕБРА

1. Реконструисати дељење:

$$\begin{array}{r}
 * * * * * * : * * * = * 8 *
 \\ - * * *
 \\ \hline
 * *
 \\ - * *
 \\ \hline
 * * *
 \\ - * *
 \\ \hline
 0
 \end{array}$$

2. Решити математичке ребусе. Различитим словима одговарају различите цифре. Истим словима одговарају исте цифре.

$$\begin{array}{r}
 S E N D \\
 + M O R E \\
 \hline
 M O N E Y
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 K A J A K \\
 + K A J A K \\
 \hline
 S P O R T
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 S I N U S \\
 S I N U S \\
 + K O S I N U S \\
 \hline
 T A N G E N S
 \end{array}$$

3. Одредити највећи број сабирака за који је једнакост

$$\overline{PI} + \overline{PI} + \dots + \overline{PI} = \overline{PILE}$$

тачна.

4. Користећи тачно четири четворке (цифре 4), рачунске операције и заграде представи као резултат вредности израза све целе бројеве од 0 до 50. Цифре се могу спајати, тако да на пример од две четворкe направимо број 44.
5. Ивица је помножио 2019 двојки, а Марица 2017 петица. Затим је Пера помножио производе које су њих двоје добили. Колико цифара има производ који је добио Пера?
6. Кошаркаши Црвене звезде су на утакмици против Партизана забележили исти број поена успешним шутевима за два и успешним шутевима за три поена, а број њихових успешних слободних бацања је за један већи од броја успешних шутева за 2 поена. Ако је Црвена Звезда постигла 61 поен, колико су имали постигнутих двојки, колико тројки, а колико слободних бацања?

## ЛОГИЧКЕ ЗАГОНЕТКЕ

### ФУТОШИКИ

Латински квадрат формата  $n \times n$  у чијим пољима су уписани природни бројеви од 1 до  $n$ , тако да се у редовима и колонама бројеви не могу понављати и који задовољавају још и све дате неједнакости назива се футошки. Задаци базирани на овој загонетки обично су дати тако да се захтева да се дата бројевна мрежа допуни, ако је неколико поља већ попуњено, или су дате само неједнакости. Ова логичка загонетка потиче из Јапана.

$\square$	$\square < \square$	$\square$	$4$	$1 < 3$	$2$
$\square$	$2$	$1$	$\square$	$3$	$2 < 1$
$2$	$\square < \square$	$\square$	$2$	$3 < 4$	$1$
$\square$	$\square < \square$	$\square$	$1$	$4$	$2 < 3$

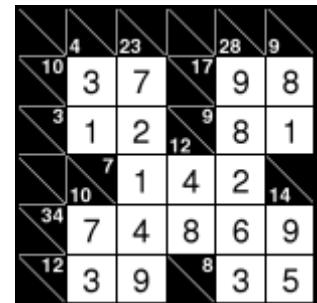
### КАКУРО

Какуро представља бројевну укрупненицу која се попуњава бројевима од 1 до 9. Бројеви који су дати на почетку реда или колоне означавају збир бројева које треба уписати у непрекидном низу празних поља у датом реду или колони. Сваки збир се мора добити преко различитих сабирака. Тако на пример, ако треба допунити колону или врсту на чијем је почетку број 10, то се може урадити на следеће начине:

$10 = 1 + 2 + 3 + 4$  (четири различита сабирка)

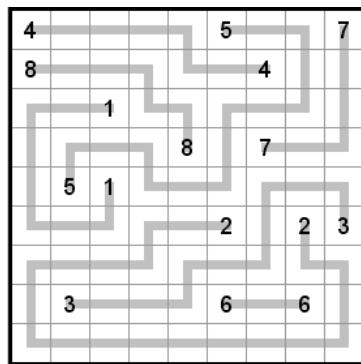
$10 = 1 + 9 = 2 + 8 = 3 + 7 = 4 + 6$  (са два различита сабирка)

$10 = 1 + 2 + 7 = 1 + 3 + 6 = 1 + 4 + 5 = 2 + 3 + 5$  (са три различита сабирка).



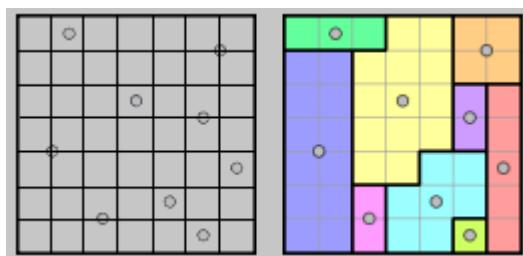
### ПАРОВИ (АРУКОНЕ)

Аруконе је логичка загонетка у којој треба отвореним изломљеним линијама повезати дате исте бројеве у мрежи. Свака линија повезује центре два поља у којима су дати исти бројеви и пролази кроз центре суседних поља. Кроз свако поље мора проћи тачно једна линија, а линије се не могу пресећати.



### ГАЛАКСИЈА

Циљ у овој логичкој загонетки је поделити дату квадратну мрежу на делове (повезане, мање многоуглове) који су централно симетрични у односу на један од датих кружића. Дакле, у сваком делу, који се добија поделом почетне мреже, мора бити тачно један кружић који је центар симетрије датог дела.



## МАТДОКУ (КЕНДОКУ)

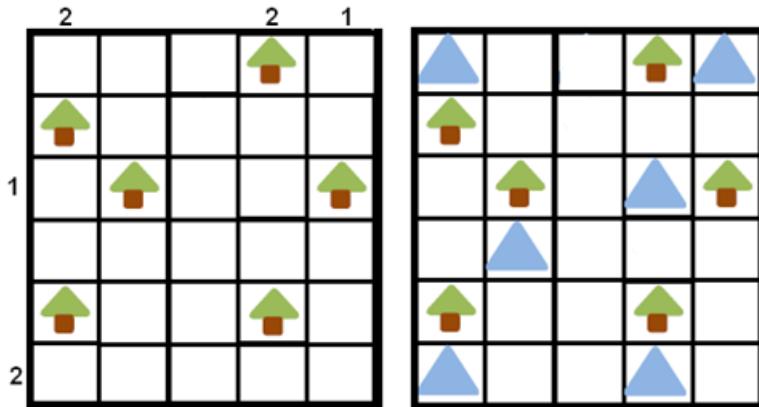
Матдоку је логичка загонетка са бројевима на квадратној мрежи формата  $N \times N$ . Мрежа је подељена на повезане регије и у свакој регији уписан је број са рачунском операцијом. У сваком реду и свакој колони треба уписати све бројеве од 1 до  $N$  и да у свакој регији уписаны бројеви са датом рачунском операцијом дају резултат који је унапред дат. На пример, ако је у некој регији дато „ $24x$ ” то значи да у тој регији треба уписати бројеве чији је производ 24.

24x	2:		3-
		7+	
3-	5+		3
		2:	

24x	2:		3-
3	1	2	4
2	4	3	1
3-	5+	7+	3
1	2	4	3
4	3	1	2

## ИЗЛЕТИШТЕ (ШАТОРИ)

У овој загонетки описује се простор за камповање. На почетку су у табели уцртани четинари, а треба извршити попуњавање шаторима тако да поред сваког четинара буде постављен по један шатор. Шатори се постављају на једно од четири суседна поља (горе, доле, лево, десно), а број са стране означава колико шатора треба да буде уцртано у том реду или колони. Шатори се не смеју додиривати, чак ни дијагонално.



## ЗАДАЦИ

1. Допунити футошики:

			<b>1</b>	<b>3</b>

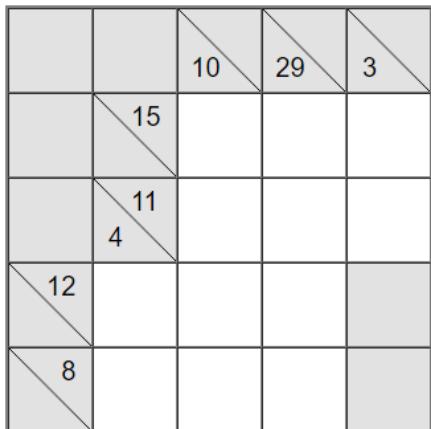

  

	>			

	<			


2. Допунити какуро:



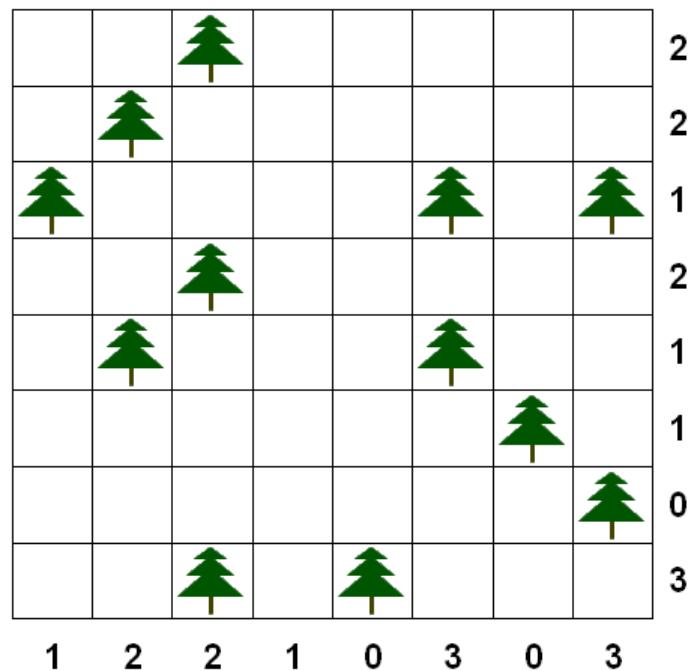
3. Повежи парове бројева у следећем аруконеу:

						7	6
	2	1	3				
		4			7		
4							8
				5	8		
		2					
		1		5	3		
				6			

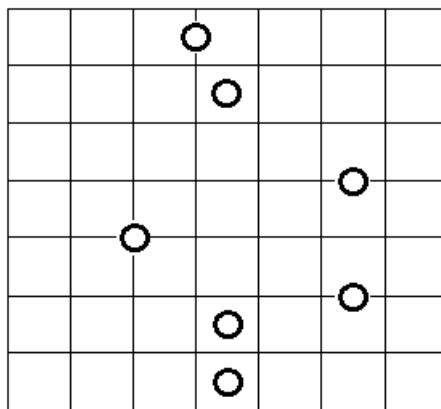
4. Допуни следећи матдоку:

3 ×		2 -	8 ×	
6 +			2 -	5 ×
2 /		2 /		
2 -	1 -		6 +	5 +

5. Допуни следећу загонетку излетиште:



6. Допуни следећу загонетку галаксија:



Интернет сервери са великим колекцијама ових загонетки: [www.krazydad.com](http://www.krazydad.com), [www.kakuros.com](http://www.kakuros.com).