

Kenguru Határok Nélkül Matematikaverseny döntő 2018.

11. – 12. osztály

3 pontos feladatok

1. $(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{2018} =$

- A) -1 B) 0 C) 1008 D) 1009 E) 2018

2. Az alábbi számok közül melyik lehet egy csonka gúla éleinek száma?

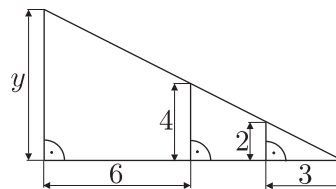
- A) 2017 B) 2018 C) 2019 D) 2020 E) 2021

3. Ha a $P(x) = ax^2 + bx + c$ másodfokú polinomra bármely x esetén teljesül, hogy $P(x) = P(1-x)$, akkor az $a + b$ kifejezés értéke:

- A) 0 B) 1 C) -1 D) 2 E) nem lehet meghatározni

4. Határozd meg az y hosszát a jobb oldali ábrán!

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

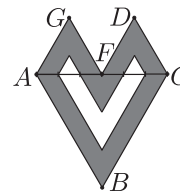


5. Az x hány különböző valós értékére teljesül a $2018^x - 2017^x = 1$ egyenlőség?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) több mint 4

6. Egy szakaszt felosztottunk 6 egyenlő részre (lásd a jobb oldali ábrát). Az ábrán látható háromszögek mindegyike szabályos. Ha az ábrán látható $ABCDFG$ alakzat területe P , a benne levő fehér alakzat területe pedig Q , akkor $\frac{Q}{P}$ egyenlő:

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{5}{21}$ D) $\frac{6}{25}$ E) $\frac{7}{27}$



7. Hány olyan egész x, y számokból álló (x, y) rendezett pár létezik, amelyre $x^2 + 7y = xy$?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

8. Hány tagú kell hogy legyen a $2 + (-4) + 6 + (-8) + \dots$ kifejezés ahhoz, hogy az összeg 2018 legyen?

- A) 1009 B) 1008 C) 2019 D) 2018 E) 2017

9. Ha az $A(1, 2)$, $B(5, t)$ és $C(t, 7)$ pontok kollineárisak és az első negyedben találhatóak, $t \in \mathbb{R}$, akkor a t értéke a következő intervallumhoz tartozik:

- A) $(-4, -2)$ B) $(-2, -0)$ C) $(0, 2)$ D) $(2, 4)$ E) $(4, 8)$

10. Az a és b egész számokra teljesülnek a $|a| < 4$ és $3 < |b| \leq 7$ egyenlőtlenségek. A $-2a - 3b$ kifejezés maximális értéke:

- A) -3 B) -1 C) 27 D) 28 E) 29

4 pontos feladatok

11. Ha $A = (\sin(\sin 1) - \sin 1)(\cos(\cos 1) - \cos 1)$, akkor:

- A) $A < 0$ B) $A = 0$ C) $A \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ D) $A \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ E) $A > 1$

12. Ha a $P(x)$ polinomot elosztjuk $(x - 18)$ -cal, a maradék 20, ha elosztjuk $(x - 20)$ -szal, a maradék 18. Mennyit kapunk maradékkul ha a $P(x)$ polinomot elosztjuk $(x - 20)(x - 18)$ -cal?

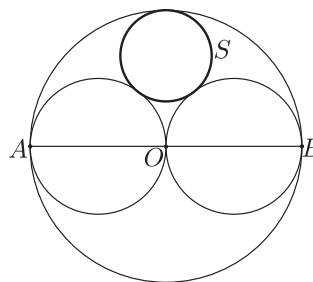
- A) 2018 B) $-x - 2$ C) $x + 2$ D) $-x + 38$ E) $x + 38$

13. Ha a és b olyan természetes számok, amelyekre teljesül, hogy $2^a - 2^b = 992$, akkor $a + b$ egyenlő:

- A) 12 B) 16 C) 30 D) 32 E) az A) – D) válaszok közül egyik sem

14. Az AB szakasz hossza 20, felezőpontja O . Az S kör kívülről érinti az AO és BO átmérőjű köröket, és belülről érinti az AB átmérőjű kört. Az S kör sugarának hossza:

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{10}{3}$ C) 5 D) $\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{5}$



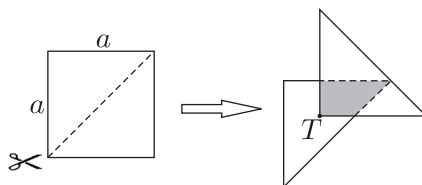
15. Egy sorban 25 fehér, 14 szürke és 10 fekete kenguru áll. Bármely két szomszédos kenguru különböző színű. Az alábbi következtetések közül melyik igaz biztosan?

- A) Nem létezik ilyen sor.
 B) Az első és az utolsó kenguru fehér és szürke.
 C) Némelyik szürke kengurunak van legalább egy fekete szomszédja.
 D) Létezik 3 fehér kenguru, melyeknek mindkét szomszédja szürke.
 E) Létezik 4 fehér kenguru, melyeknek mindkét szomszédja szürke.

16. Legtöbb hány darab olyan természetes szám összege lehet 99, melyek nagyobbak 1-nél és melyek közül bármelyik kettő relatív prím?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

17. Joci elvágott egy $a \times a$ méretű négyzet alakú kartonpapírt az átlója mentén két egybevágó derékszögű háromszögre. Utána egymásra helyezte a háromszögeket úgy, hogy a befogóik párhuzamosak legyenek és az egyik háromszög derékszögének a csúcsa egybeessen a másik háromszög T súlypontjával, mint ahogyan az az alábbi ábrán is látható. Mekkora a területe az ábrán levő szürke résznek?



- A) Nem lehet meghatározni. B) $\frac{a^2}{3}$ C) $\frac{a^2 + 1}{3}$ D) $\frac{a^2}{6}$ E) $\frac{a^2 + 1}{6}$

18. Az (a_n) sorozat tagjai olyan pozitív számok melyekre igaz, hogy $a_n^2 = (n-3)a_{n+1} + 2n + 3$ minden $n \geq 1$ -re. Határozd meg a_1 -et.

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) Nem lehet meghatározni.

19. Ádám és Béla éveinek száma között a különbség 1 év. Béla és Dávid éveinek száma között a különbség 2 év. Dávid és Sanyi éveinek száma között a különbség 3 év. Sanyi és Matyi éveinek száma között a különbség 4 év. Matyi és Ádám éveinek száma között a különbség 5 év. Ki a legidősebb a fiúk közül?

- A) Ádám B) Béla
C) Dávid D) Matyi E) Ilyen nem fordulhat elő.

20. Miklós elfelejtette a telefonja feloldásához szükséges négyjegyű kódot. Emlékszik, hogy a kódban nem szerepel a 0 számjegy. Kipróbált 5 tetszőlegesen kiválasztott négyjegyű kódot, és a következő információkat kapta: az 1973-ban egy jó számjegy van jó helyen, és egy jó számjegy van rossz helyen, a 8274-ben nincs jó számjegy, a 9582-ben egy jó számjegy van rossz helyen, a 7642-ben egy jó számjegy van rossz helyen, az 1928-ben egy jó számjegy van jó helyen. Ha Miklós elosztja a kódját 9-cel, a maradék:

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 0

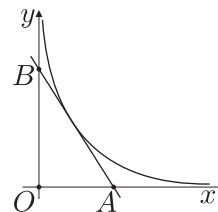
5 pontos feladatok

21. A 2018 szám felírható három háromjegyű szám összegeként úgy, hogy mind a 9 számjegy különböző. Melyik számjegyet nem használtuk fel?

- A) 6 B) 0 C) 2 D) 9 E) 7

22. Az $y = \frac{2}{x}$, $x > 0$, függvény grafikonjára húzott érintő metszi a koordinátatengelyeket az A és B pontokban (lásd a jobb oldali ábrát). Mekkora az OAB háromszög területe?

- A) 2 B) 3
C) 4 D) 8 E) nem egyértelműen meghatározott

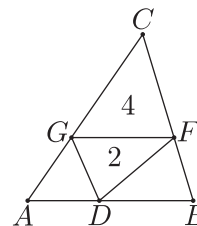


23. Ha $x > y$, $v + w = x + y$ és $x + w < y + v$, akkor

- A) $y < x < w < v$ B) $w < v < y < x$ C) $v < w < y < x$
D) $w < y < x < v$ E) $v < y < x < w$

24. Kiválasztottuk a D , F és G pontokat az ABC háromszög AB , BC és CA oldalain rendre úgy, hogy $FG \parallel AB$. A GFC és GFD háromszögek területei rendre 4 és 2. Az ABC háromszög területe:

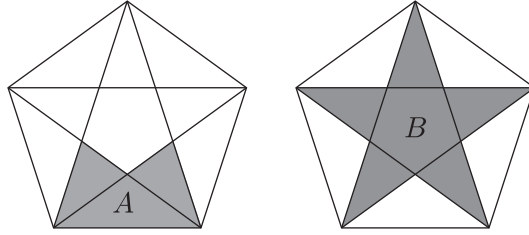
- A) 16 B) 12
C) 9 D) 8 E) nem lehet meghatározni



25. Ha a 2022 számjegyű $a \underbrace{22 \dots 22}_{2018}$ 111 szám osztható 13-mal, akkor az a számjegy egyenlő:

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 8

26. A szabályos ötszögben berajzoltuk az összes átlót, ahogy az alábbi ábrán látható. Ha az A -val jelölt szürke rész területe S , akkor a B -vel jelölt szürke rész területe egyenlő:



- A) $2S$ B) $\frac{3}{2}S$ C) $\sqrt{5}S$ D) $\frac{2+\sqrt{5}}{2}S$ E) $3S$

27. A kerekasztal körül 15 személy ül, mindegyikőjük vagy mindig hazudik, vagy mindig igazat mond és legalább egy ember az asztalnál mindig igazat mond. Minden személy azt mondja, hogy: „Egy a közvetlen szomszédaim közül igazat mond, egy pedig hazudik.” Ezek után az asztalhoz ül a 16-ik személy is úgy, hogy amit előzőleg mondott a többi 15 személy, az még mindig érvényes. A 16-ik személy szintén vagy mindig hazudik, vagy mindig igazat mond. Mit fog mondani ez a személy?

- A) „Mindkét közvetlen szomszédom igazat mond.”
 B) „Pontosan egy közvetlen szomszédom mond igazat.”
 C) „Mindkét közvetlen szomszédom hazudik.”
 D) Attól függ hova ül le az a személy.
 E) Attól függ hazudik-e az a személy.

28. Egy szabályos n -szögnek lerajzoltuk a köréírt és beírt körét is. Ha ez a két kör által határolt körgyűrű területe T , akkor érvényes, hogy:

- A) $T = \frac{a^2\pi}{2}$ B) $T = \frac{a^2\pi}{4}$ C) $T = \frac{a^2\pi}{4\sin^2\frac{\pi}{n}}$
 D) $T = \frac{a^2\pi\sin^2\frac{\pi}{n}}{2}$ E) $T = \frac{a^2\pi}{4\cos^2\frac{\pi}{n}}$

29. Legtöbb hány közös természetes osztója lehet két különböző kétjegyű természetes számnak?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

30. Egy dobozban 7 fehér, 5 zöld és 4 kék golyó van. Mi a valószínűsége annak, hogy kihúzzunk 2 egyforma színűt, ha összesen 3 golyót húzzunk ki?

- A) 40% B) 45% C) 55% D) 65% E) 75%