

Kenguru Határok Nélkül Matematikaverseny döntő 2018.

9. – 10. osztály

3 pontos feladatok

1. $\frac{(-1)^{2018} - (-1)^{2019}}{(-1)^{2017} - (-1)^{2018}} =$

- A) 2 B) 2 C) 0 D) -1 E) -2

2. Egy boltban a legdrágább játék 200 dinárba kerül, a legolcsóbb pedig 100 dinárba. Minden játékot leáraztak 25%-tól 100%-ig. Milyen határok között mozognak most az árak?

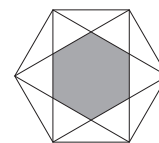
- A) 25 – 100 dinár B) 50 – 100 dinár C) 75 – 100 dinár
D) 0 – 75 dinár E) 0 – 150 dinár

3. A $9^{15} + 243^6 + 27^{10}$ összeg egyenlő:

- A) 9^{11} B) 3^{31} C) 3^{21} D) 3^{30} E) 9^{21}

4. A jobb oldali ábrán egy szabályos hatszög látható, amelynek oldala 1 hosszúságú. A szürke rész területe:

- A) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$



5. Ha a $P(x) = ax^2 + bx + c$ másodfokú polinomra bármely x esetén teljesül, hogy $P(x) = P(1 - x)$, akkor az $a + b$ kifejezés értéke:

- A) 0 B) 1 C) -1 D) 2 E) nem lehet meghatározni

6. Legyen a a legkisebb véges számú tizedesjeggyel rendelkező szám, amelyet úgy kapunk, hogy egy természetes számot elosztunk a $10 \cdot 6 \cdot 2018$ -cal. Mennyi az a szám tizedesjegyeinek összege?

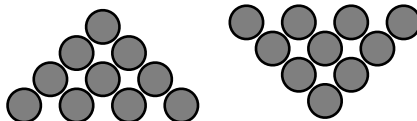
- A) 5 B) 7 C) 8 D) 12 E) 14

7. Minden négyzetbe írj be egyet a 2, 3, 5, 8, és 9 számok közül úgy, hogy igaz egyenlőséget kapj! (A nagy négyzetbe kell írni az alapot, a kis négyzetbe pedig a hatványkitevőt.) Melyik számot nem fogod használni?

$$\square^{\square} = \square^{\square}$$

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 8 E) 9

8. Az alábbi ábrán az érmék két elrendezése látható. Legkevesebb hány érmét kell elmozdítanod a bal oldali ábrán láthatóak közül ahhoz, hogy a jobb oldalon látható elrendezést kapd meg?



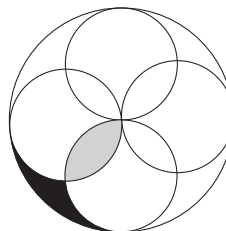
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

9. Egy természetes szám „modern”, ha számjegyeinek összege 2018. Mi az első számjegye a legkisebb „modern” számnak?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 9

10. Négy kör van beleírva egy nagyobbba a jobb oldali ábrán látható módon. Kettő, körívvel határolt rész fekete illetve szürke színű. A fekete és szürke részek területének aránya:

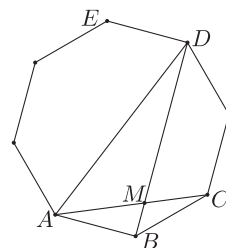
- A) 3 : 2 B) 4 : 3 C) 1 : 1
D) 3 : 4 E) 2 : 3



4 pontos feladatok

11. A jobb oldali ábrán egy szabályos nyolcszög látható és annak három átlója. $\angle AMD + \angle ADE$ egyenlő:

- A) 120° B) 140° C) 160°
D) 180° E) 200°

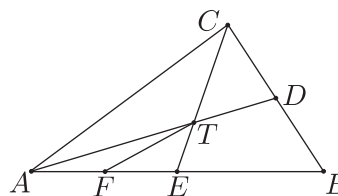


12. Hány olyan egész x, y számokból álló (x, y) rendezett pár létezik, amelyre $x^2 + 7y = xy$?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

13. Az ABC háromszög AD és CE súlyvonalai a T pontban metszik egymást (lásd a jobb oldali ábrát). Legyen az F pont az AE szakasz felezőpontja. A TFE és ABC háromszögek területeinek aránya:

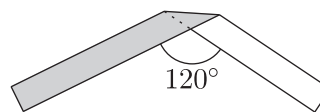
- A) 1 : 12 B) 1 : 8 C) 1 : 16
D) 1 : 9 E) 1 : 15



14. A dobozban fekete és fehér golyók voltak úgy, hogy a fekete golyók száma 6%-a volt az összes golyó számának. Amikor kivették a fekete golyók egy részét, akkor a fekete golyók száma 3%-a volt az összes golyó számának. A fekete golyók hanyad része lett kivéve?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{50}{97}$ C) $\frac{47}{97}$ D) $\frac{44}{94}$ E) $\frac{50}{94}$

15. A téglalap alakú papírszalag egyik oldala szürke, a másik pedig fehér, hossza 10, szélessége pedig 1. A papírszalag meg lett hajlítva a jobb oldali ábrán látható módon. Mekkora a területe a papírszalag képen látható részének?

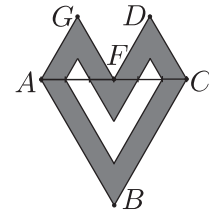


- A) $10 - \frac{2\sqrt{3}}{3}$ B) 9 C) $10 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $10 - \frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{19}{2}$

16. A $9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots99}_{2018}$ összeg utolsó két számjegye:

- A) 99 B) 98 C) 96 D) 94 E) 92

17. Egy szakaszt felosztottunk 6 egyenlő részre (lásd a jobb oldali ábrát). Az ábrán látható háromszögek mindegyike szabályos. Ha az ábrán látható $ABCDFG$ alakzat területe P , a benne levő fehér alakzat területe pedig Q , akkor $\frac{Q}{P}$ egyenlő:



- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{5}{21}$ D) $\frac{6}{25}$ E) $\frac{7}{27}$

18. Hány tagú kell hogy legyen a $2 + (-4) + 6 + (-8) + \dots$ kifejezés ahhoz, hogy az összeg 2018 legyen?

- A) 1009 B) 1008 C) 2019 D) 2018 E) 2017

19. Péternek 3 piros, 2 fehér és 2 kék inge van. A kirándulásra 4 inget kell vinnie, legalább 2 pirosat és legalább egy fehéret. Hányféle módon választhatja ki Péter, hogy melyik ingeket fogja elvinni a kirándulásra?

- A) 19 B) 17 C) 13 D) 9 E) 5

20. Az egyenlőszárú trapéz területe, ha a középvonala m és az átlói merőlegesek egymásra:

- A) $\frac{m^2}{2}$ B) $\frac{m^2}{4}$ C) m^2 D) $2m^2$ E) $4m^2$

5 pontos feladatok

21. Ha a és b olyan természetes számok, amelyekre teljesül, hogy $2^a - 2^b = 240$, akkor $a + b$ egyenlő:

- A) 10 B) 11 C) 15 D) 16 E) az A) – D) válaszok közül egyik sem

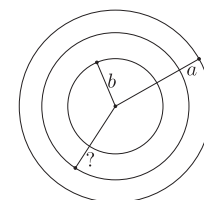
22. Egy sorban 25 fehér, 14 szürke és 10 fekete kenguru áll. Bármely két szomszédos kenguru különböző színű. Az alábbi következtetések közül melyik igaz biztosan?

- A) Nem létezik ilyen sor.
 B) Az első és az utolsó kenguru fehér és szürke.
 C) Némelyik szürke kengurunak van legalább egy fekete szomszédja.
 D) Létezik 3 fehér kenguru, melyeknek mindkét szomszédja szürke.
 E) Létezik 4 fehér kenguru, melyeknek mindkét szomszédja szürke.

23. Legtöbb hány darab olyan természetes szám összege lehet 99, melyek nagyobbak 1-nél és melyek közül bármelyik kettő relatív prím?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

24. A körgyűrűben a nagyobb kör sugarának a hossza a , a kisebb kör sugarának a hossza pedig b . A harmadik koncentrikus kör sugarának a hossza, mely két egyenlő területű részre osztja fel a körgyűrűt:



- A) $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{2}$ C) $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$
 D) $\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{2}}$ E) $\sqrt{a^2 + b^2}$

25. A 2018 szám felírható három háromjegyű szám összegeként úgy, hogy mind a 9 számjegy különböző. Melyik számjegyet nem használtuk fel?

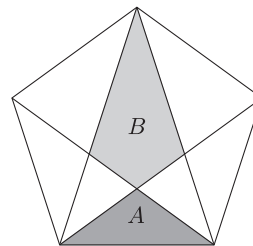
- A) 6 B) 0 C) 2 D) 9 E) 7

26. Ádám és Béla éveinek száma között a különbség 1 év. Béla és Dávid éveinek száma között a különbség 2 év. Dávid és Sanyi éveinek száma között a különbség 3 év. Sanyi és Matyi éveinek száma között a különbség 4 év. Matyi és Ádám éveinek száma között a különbség 5 év. Ki a legidősebb a fiúk közül?

- A) Ádám B) Béla C) Dávid D) Matyi E) Ilyen nem fordulhat elő.

27. A szabályos ötszögben adott négy átló, ahogy az a jobb oldali ábrán is látható. Ha az A -val jelölt szürke rész területe S , akkor a B -vel jelölt szürke rész területe egyenlő:

- A) $3S$ B) $\frac{5}{2}S$ C) $\sqrt{5}S$
 D) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}S$ E) $2S$

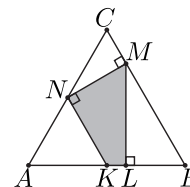


28. Ha a 2019 számjegyű $a \underbrace{11\dots11}_{2018}$ szám osztható 7-tel, akkor az a számjegy egyenlő:

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 9

29. A szabályos ABC háromszög területe 32, az N pont az AC oldal felezőpontja, $NM \perp BC$, $ML \perp AB$ és $KN \perp NM$ (lásd a jobb oldali ábrán). A $KLMN$ négyszög területe egyenlő:

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 15 E) 16



30. A kerekasztal körül 15 személy ül, mindegyikőjük vagy mindig hazudik, vagy mindig igazat mond és legalább egy ember az asztalnál mindig igazat mond. Minden személy azt mondja, hogy: „Egy a közvetlen szomszédaim közül igazat mond, egy pedig hazudik.” Ezek után az asztalhoz ül a 16-ik személy is úgy, hogy amit előzőleg mondott a többi 15 személy, az még mindig érvényes. A 16-ik személy szintén vagy mindig hazudik, vagy mindig igazat mond. Mit fog mondani ez a személy?

- A) „Mindkét közvetlen szomszédom igazat mond.”
 B) „Pontosan egy közvetlen szomszédom mond igazat.”
 C) „Mindkét közvetlen szomszédom hazudik.”
 D) Attól függ hova ül le az a személy.
 E) Attól függ hazudik-e az a személy.