

Математичко такмичење „Кенгур без граница” финале 2018.

9 – 10. разред

Задачи који вреде 3 поена

1. $\frac{(-1)^{2018} - (-1)^{2019}}{(-1)^{2017} - (-1)^{2018}} =$

- А) 2 Б) 1 В) 0 Г) -1 Д) -2

2. Цена најскупље играчке у продавници је 200 динара, а најјефтиније 100 динара. Све играчке су појефтиниле од 25% до 100%. У ком распону се крећу нове цене играчака?

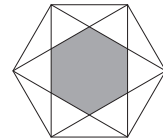
- А) 25 – 100 динара Б) 50 – 100 динара В) 75 – 100 динара
Г) 0 – 75 динара Д) 0 – 150 динара

3. Збир $9^{15} + 243^6 + 27^{10}$ једнак је:

- А) 9^{11} Б) 3^{31} В) 3^{21} Г) 3^{30} Д) 9^{21}

4. На слици десно приказан је правилан шестоугао странице дужине 1. Површина сивог дела је:

- А) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ Б) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ В) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Г) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ Д) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$



5. Ако за квадратни полином $P(x) = ax^2 + bx + c$ за свако x важи једнакост $P(x) = P(1 - x)$, тада је вредност израза $a + b$ једнака:

- А) 0 Б) 1 В) -1 Г) 2 Д) није могуће одредити

6. Нека је a најмањи број са коначно много децимала који се може добити када неки природан број поделимо са $10 \cdot 6 \cdot 2018$. Колики је збир децимала броја a ?

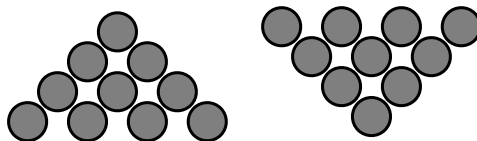
- А) 5 Б) 7 В) 8 Г) 12 Д) 14

7. У сваки квадрат упиши по један од бројева 2, 3, 5, 8, и 9 тако да добијеш тачну једнакост (у велике квадрате треба уписати основе, а у мале квадрате експоненте степена). Који број нећеш искористити?

$$\square^{\square} = \square^{\square}$$

- А) 2 Б) 3 В) 5 Г) 8 Д) 9

8. На слици испод дата су два распореда жетона. Који је најмањи број жетона које мораш да помериш са распореда приказаног на слици лево да добијеш распоред приказан на слици десно.

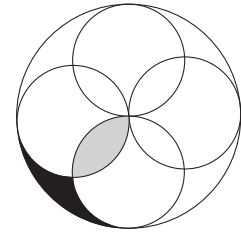


- А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 6 Д) 7

9. Природан број је „модеран” ако је збир његових цифара једнак 2018. Која је прва цифра најмањег „модерног” броја?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Д) 9

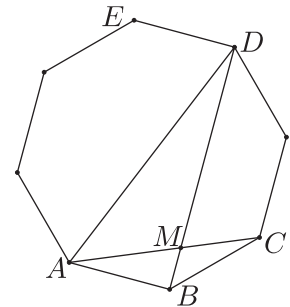
10. Четири круга су уписана у велики круг као на слици десно. Два дела ограничена луковима кругова обојена су црном и сивом бојом. Однос површина црног и сивог дела је:



- А) 3 : 2 Б) 4 : 3 В) 1 : 1
Г) 3 : 4 Д) 2 : 3

Задачи који вреде 4 поена

11. На слици десно дат је правилни осмоугао и означене три његове дијагонале. Вредност збира $\angle AMD + \angle ADE$ је:

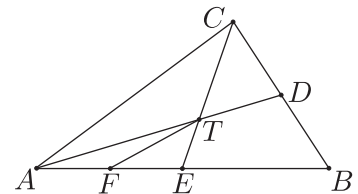


- А) 120° Б) 140° В) 160°
Г) 180° Д) 200°

12. Колико уређених парова (x, y) целих бројева x и y задовољава једнакост $x^2 + 7y = xy$?

- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 6 Д) 8

13. Тежишне дужи AD и CE троугла ABC секу се у тачки T (види слику десно). Средиште дужи AE је тачка F . Однос површина троуглова TFE и ABC је:

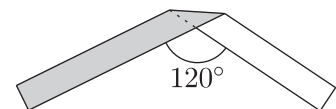


- А) 1 : 12 Б) 1 : 8 В) 1 : 16
Г) 1 : 9 Д) 1 : 15

14. У кутији су се налазиле беле и црне куглице, али тако да је број црних куглица био 6% укупног броја куглица. Када је извађен део црних куглица, тада је број црних куглица био 3% укупног броја куглица. Који део црних куглица је извађен?

- А) $\frac{1}{2}$ Б) $\frac{50}{97}$ В) $\frac{47}{97}$ Г) $\frac{44}{94}$ Д) $\frac{50}{94}$

15. Папирна трака облика правоугаоника која је са једне стране бела, а са друге сива и чија је дужина 10, а ширина 1 пресавијена је као што је приказано на слици десно. Колика је површина видљивог дела траке са слике?

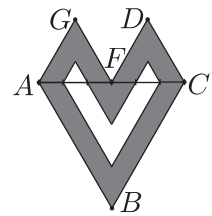


- А) $10 - \frac{2\sqrt{3}}{3}$ Б) 9 В) $10 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ Г) $10 - \frac{\sqrt{3}}{3}$ Д) $\frac{19}{2}$

16. Двоцифрени завршетак збира $9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots99}_{2018}$ је:

- А) 99 Б) 98 В) 96 Г) 94 Д) 92

17. Дуж је подељена на 6 једнаких делова (види слику десно). Сви троуглови на слици су једнакостранични. Ако је површина фигуре $ABCDGF$ на слици једнака P , а површина беле фигуре унутар ње једнака Q , онда је $\frac{Q}{P}$ једнако:



- А) $\frac{1}{3}$ Б) $\frac{2}{9}$ В) $\frac{5}{21}$ Г) $\frac{6}{25}$ Д) $\frac{7}{27}$

18. Колико сабирака треба да има израз $2 + (-4) + 6 + (-8) + \dots$ тако да збир буде 2018?

- А) 1009 Б) 1008 В) 2019 Г) 2018 Д) 2017

19. Петар има 3 црвене, 2 беле и 2 плаве мајице. На екскурзију треба да понесе 4 мајице, од тога бар 2 црвене и бар једну белу. На колико начина Петар може да изабере мајице које ће понети на екскурзију.

- А) 19 Б) 17 В) 13 Г) 9 Д) 5

20. Површина једнакокраког трапеза чија је средња линија дужине m и чије су дијагонале узајамно нормалне једнака је:

- А) $\frac{m^2}{2}$ Б) $\frac{m^2}{4}$ В) m^2 Г) $2m^2$ Д) $4m^2$

Задаци који вреде 5 поена

21. Ако су a и b природни бројеви такви да је $2^a - 2^b = 240$, тада је $a + b$ једнако:

- А) 10 Б) 11 В) 15 Г) 16 Д) ниједан од одговора А) – Г)

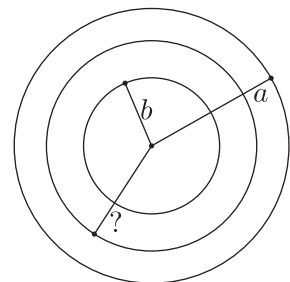
22. У једном реду стоји 25 белих, 14 сивих и 10 црних кенгура. Било која два суседна кенгура су различите боје. Који од следећих закључака је сигурно тачан?

- А) Такав ред не постоји.
 Б) Први и последњи кенгур су бео и сив.
 В) Неки сиви кенгури имају бар једног црног суседа.
 Г) Постоје 3 бела кенгура таква да су оба њихова суседа сиви.
 Д) Постоје 4 бела кенгура таква да су оба њихова суседа сиви.

23. Максималан број природних бројева већих од 1 чији је збир 99, таквих да су свака два узајамно проста је:

- А) 5 Б) 6 В) 7 Г) 8 Д) 9

24. Дужина полупречника већег круга кружног прстена је a , а дужина полупречника мањег круга кружног прстена је b . Дужина полупречника трећег концентричног круга који дели кружни прстен на два дела једнаких површина је:



- А) $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$ Б) $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{2}$ В) $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$
 Г) $\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{2}}$ Д) $\sqrt{a^2 + b^2}$

25. Број 2018 је записан као збир три троцифрена броја, таквих да су свих 9 цифара различите. Која цифра није употребљена?

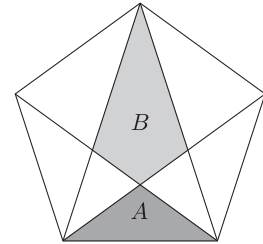
- А) 6 Б) 0 В) 2 Г) 9 Д) 7

26. Разлика између броја Адамових и броја Бојанових година је 1. Бројеви Бојанових и Дејанових година се разликују за 2. Бројеви Дејанових и Савиних година разликују се за 3. Бројеви Савиних и Миркових година разликују се за 4. Бројеви Миркових и Адамових година разликују се за 5. Ко је од ових дечака најстарији?

- А) Адам Б) Бојан В) Дејан Г) Мирко Д) Таква ситуација је немогућа.

27. У правилном петоуглу дате су четири дијагонале као што је приказано на слици десно. Ако је површина сивог дела означеног са A једнака S , тада је површина сивог дела означеног са B једнака:

- А) $3S$ Б) $\frac{5}{2}S$ В) $\sqrt{5}S$
 Г) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}S$ Д) $2S$

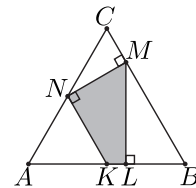


28. Ако је 2019-оцифрени број $a \underbrace{11\dots 11}_{2018}$ дељив бројем 7, тада је цифра a једнака:

- А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 5 Д) 9

29. Површина једнакокракног троугла ABC је 32, тачка N је средиште дужи AC , $NM \perp BC$, $ML \perp AB$ и $KN \perp NM$ (видети слику десно). Површина четвороугла $KLMN$ једнака је:

- А) 10 Б) 11 В) 12 Г) 15 Д) 16



30. За округлим столом седи 15 особа, свака од њих или увек лаже или увек говори истину и бар једна особа за столом увек говори истину. Свака особа каже: „Један од мојих првих суседа говори истину, а један од мојих првих суседа лаже.” Након тога, за сто седа 16. особа тако да све што је 15 особа пре рекло и даље важи. Та 16. особа такође или увек говори истину или увек лаже. Шта ће рећи та особа?

- А) „Оба моја прва суседа говоре истину.”
 Б) „Тачно један од мојих првих суседа говори истину.”
 В) „Оба моја прва суседа лажу.”
 Г) Зависи од тога где је та особа села.
 Д) Зависи од тога да ли та особа лаже.