

12. СРПСКА МАТЕМАТИЧКА ОЛИМПИЈАДА
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

Београд, 19.05.2018.

1. Нека је M произвољна тачка која припада одсечку AD симетрале унутрашњег угла троугла ABC ($D \in BC$). Права паралелна са BC која садржи тачку M сече страницу AB у тачки N . Означимо друге пресечне тачке правих AM и CM са описаном кружницом троугла ABC са K и L , редом. Доказати да су тачке K , N и L колинеарне.

2. Доказати да за произвољне позитивне реалне бројеве a, b, c важи неједнакост

$$\frac{\sqrt{ab}}{a+b+2c} + \frac{\sqrt{bc}}{2a+b+c} + \frac{\sqrt{ca}}{a+2b+c} \leq \frac{3}{4}.$$

3. Решити једначину

$$2^x - 3^y 5^z = 1009$$

у скупу природних бројева.

4. Два играча играју на табли 2018×2018 . Они наизменично постављају по један жетон на поља табле. Први има за циљ да постави своје жетоне на

(а) четири; (б) пет

узастопних поља у једној врсти или једној колони. Да ли други играч може да га спречи у томе?

Сваки задатак вреди 10 поена

Време за рад је 240 минута